

HISTOIRE

DES

SCIENCES

MATHÉMATIQUES

ET PHYSIQUES,

PAR

M. MAXIMILIEN MARIE,

RÉPÉTITEUR DE MÉCANIQUE

ET EXAMINATEUR D'ADMISSION A L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE.

TOME I

DE THALÈS A DIOPHANTE.



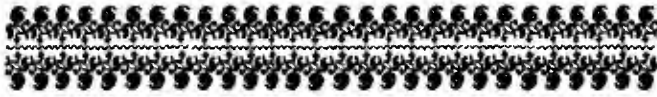
PARIS,

GAUTHIER-VILLARS, IMPRIMEUR-LIBRAIRE,

QUAI DES GRANDS-AUGUSTINS, 55.

1883

(Tous droits réservés.)



PRÉFACE.

L'histoire que j'ai désiré écrire est celle de la filiation des idées et des méthodes scientifiques.

Il ne faut donc chercher dans cet Ouvrage ni tentatives de restitutions de faits inconnus ou d'ouvrages perdus, ni découvertes bibliographiques, ni discussions sur les faits incertains ou les dates douteuses, ni hypothèses sur la science des peuples qui ne nous ont transmis aucun monument certain de leur savoir.

Je suis très éloigné de croire inutiles ou chimériques les recherches dirigées dans l'un des sens que je viens d'indiquer, mais enfin je ne m'en suis pas occupé.

Il n'est pas nécessaire qu'un même ouvrage contienne tout ce qu'il était possible d'y mettre, il y en a d'autres; l'important

Préface.

est qu'il contienne des choses utiles, qui ne se trouvent pas ailleurs.

Je ne sais si j'ai atteint le but que je me proposais ; tout ce que je puis dire, c'est que j'ai toujours rêvé d'écrire ce livre, et qu'il y a quarante ans que je m'en occupe.



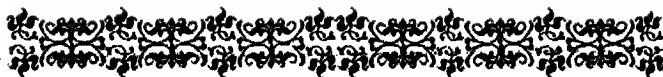


TABLE DES MATIÈRES.



.. .

Pages.

Première Période.

DE THALÈS, né vers — 640. à ARISTARQUE (de Samos), né en — 310. 1



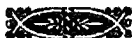
Deuxième Période.

D'ARISTARQUE (de Samos), né en — 310, à HIPPARQUE, né en — 150. 57



Troisième Période.

D'HIPPARQUE, né en — 150. à DIOPHANTE, né en 325..... 191



PREMIÈRE PÉRIODE.

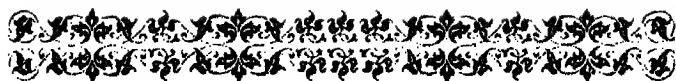


*De THALÈS, né vers - 640,
à CRISTARQUE de Samos, né en --- 310.*

Noms des savants de cette Période.

Les dates indiquées dans cette Table et dans les suivantes, placées en tête des différentes périodes, ne sont pas toutes certaines; nous avons adopté celles qui nous ont paru le plus probables. Lorsqu'il y a doute, ce doute est mentionné dans le texte.

	Né en	Mort en
THALÈS.....	— 640	— 550
ANAXIMANDRE.....	— 610	— 547
ANAXIMÈNES.....	— 570	— 480
PYTHAGORE.....	— 569	— 470
PARMÉNIDE d'Élée.....	— 519	— 449
HÉRATAS de Syracuse.....	— 510	— 450
ECPHANTUS.....	— 510	
ANAXAGORE.....	— 500	— 428
CÉNOPIDES de Chios.....	— 500	
ECCTEMON.....	— 470	
MÉTIRON.....	— 460	
HIPPOCRATE de Cos.....	— 460	— 380
HIPPOCRATE de Chios.....	— 450	
CLÉOSTRATE.....	— 450	
ZÉNODORE.....	— 450	
PHILOLAÏUS.....	— 450	
ARCHITAS de Tarente.....	— 440	— 380
PLATON.....	— 430	— 380
HÉLIGAN de Cyrène.....	— 410	
ÉDOXE de Cnide.....	— 409	— 356
ARISTOTE.....	— 384	— 322
MÉNÉCHME.....	— 375	
DINOSTRATE.....	— 375	
THÉOPHRASTE.....	— 371	— 294
CALIPPE.....	— 360	
ECDÈME de Rhodes.....	— 350	— 290
AUTOLEUS.....	— 340	
PYTHÉAS.....	— 330	
CARON de Samos.....	— 320	
ARATUS.....	— 310	— 280
TIMOCRATES.....	— 310	— 260
EUCLIDE.....	— 315	— 255
BION d'Abdère.....	— 300	
HÉLIODORE de Laïs.....	— 290	
PERSÉE de Cithium.....	— 290	— 244



PREMIÈRE PÉRIODE.

DANS cette période, les recherches géométriques se développent à côté des premiers essais de calcul arithmétique, mais sans qu'aucun rapport soit encore soupçonné entre les deux sortes de spéculations.

Les Grecs savent compter; ils n'achèteraient pas un champ sans en estimer la contenance, approximativement, c'est-à-dire en négligeant les petits excédents dans la mesure, et les menues monnaies dans le payement.

Mais les géomètres grecs ne spéculent que sur les grandeurs elles-mêmes, jamais sur leurs mesures.

Apolionius eût certainement regardé comme fou l'homme qui serait venu lui proposer d'introduire la longueur du pied d'Agamemnon, par exemple, dans la démonstration de ses théorèmes sur les coniques. Que pouvait faire en effet la longueur du pied d'Agamemnon à l'égalité ou à la non-égalité des angles de la tangente à l'ellipse en un de ses points, avec les rayons vecteurs menés de ce point aux deux foyers? Et si l'homme.

supposé arpenteur, avait insisté; Apollonius, à moins qu'il ne lui eût tourné le dos, lui aurait certainement répondu : Mais la longueur du pied d'Agamemnon serait incommensurable avec la plupart de celles sur lesquelles je raisonne ; les mesures de celles-ci, par conséquent, ne seraient qu'approchées; si je m'en servais, toutes mes spéculations seraient fausses et je ne parviendrais qu'à démontrer que la somme des carrés construits sur deux diamètres conjugués d'une ellipse est à peu près constante.

L'impossibilité de représenter exactement en nombres, au moyen d'une même unité, toutes les grandeurs sur lesquelles ils auraient à spéculer, aurait fait reculer tous les géomètres de cette époque, s'ils en avaient eu l'idée. Mais cette idée même ne leur est jamais venue, par la raison toute simple qu'une grandeur étrangère à la figure étudiée ne pouvait pas leur paraître utile à considérer.

Aussi les énoncés des théorèmes relatifs aux évaluations des surfaces et des volumes ne revêtent-ils jamais chez eux la forme que nous leur donnons.

Euclide ne dit pas : Un rectangle a pour mesure le produit des mesures de sa base et de sa hauteur, bien que, s'il eût eu à payer un champ rectangulaire, il en eût estimé le prix, à une drachme près, par le même calcul que nous ferions aujourd'hui; il dit : Deux rectangles quelconques sont entre eux en *raison composée* de leurs bases et de leurs hauteurs, c'est-à-dire deux rectangles R et R', de bases B et B' et de hauteurs H et H' sont entre eux comme la base B est à une quatrième proportionnelle à H, H' et B', ce que nous écrivons

$$R : R' :: B : \left(B' \frac{H'}{H} \right);$$

mais il ne notait ni la proportion ni, à plus forte raison, la qua-

trième proportionnelle ; ou comme une quatrième proportionnelle à H' , H et B est à B' , c'est-à-d.re

$$R : R' :: \left(B \frac{H}{H'} \right) : B' ;$$

ou encore comme H est à une quatrième proportionnelle à B , B' et H' ,

$$R : R' :: H : \left(B' \frac{H'}{B} \right) ;$$

ou enfin comme une quatrième proportionnelle à B' , H et B est à H' ,

$$R : R' :: \left(H \frac{B}{B'} \right) : H' ;$$

car Euclide connaissait parfaitement toutes les transformations qu'on peut faire subir à une proportion.

De même, Archimède ne dit pas : L'aire d'un cercle a pour mesure la moitié du produit de la mesure de sa circonférence par la mesure de son rayon, mais : Un cercle est égal au triangle qui aurait pour base sa circonférence et pour hauteur son rayon. Il ne dit pas : La surface de la sphère a pour mesure le produit des mesures de la circonférence d'un grand cercle et du diamètre, mais : La sphère est égale en surface au cylindre qui aurait pour base un grand cercle et pour hauteur un diamètre, etc.

Les géomètres grecs de la période que nous considérons possédaient, comme moyen logistique, une Algèbre déjà très avancée, quoique fondée entièrement sur les transformations dont est susceptible une proportion. Mais c'étaient les grandeurs elles-mêmes et non leurs mesures qui entraient dans leurs formules, notées en langage ordinaire.

En fait, ils savaient résoudre tous les problèmes du second degré à une inconnue; en effet, ils savaient ramener la résolution des proportions par lesquelles nous passons encore aujourd'hui, avant d'arriver aux équations elles-mêmes (car c'est toujours de quelque relation de similitude que nous tirons ces équations), soit à la construction d'une moyenne proportionnelle entre deux grandeurs, ce qui revient à la résolution d'une équation de la forme

$$x^2 = ab;$$

soit à la construction des côtés d'un rectangle dont on donne le demi-périmètre et la surface représentée par un carré, ce qui revient à la résolution d'une équation de la forme

$$x^2 - px - q^2 = 0;$$

soit à la construction des côtés d'un rectangle, connaissant leur différence et la surface de ce rectangle, ce qui revient à la résolution d'une équation de la forme

$$x^2 \pm px - q^2 = 0.$$

De sorte qu'il ne restait en dehors de leur analyse que les équations de la forme

$$x^2 + px + q^2 = 0,$$

qui n'ont pas de solutions proprement dites et qui, par conséquent, ne pouvaient se présenter à eux.

On doit, au reste, remarquer que les figures de construction des problèmes dont nous venons de parler fournissaient d'elles-mêmes les formules de résolution des équations correspondantes.

Ainsi, par exemple, dans le cas du problème de diviser une

droite donnée P en deux parties, dont la moyenne proportionnelle soit une droite donnée Q, la figure dit d'elle-même, sans qu'il y ait besoin d'aucun commentaire, que les deux parties cherchées sont la moitié de P, plus ou moins le second côté d'un triangle rectangle dont l'autre serait Q et l'hypoténuse $\frac{P}{2}$.

Si même les Grecs l'eussent voulu, le théorème de l'équivalence entre le rectangle construit sur la somme de deux lignes et leur différence avec la différence des carrés construits sur ces deux lignes leur eût permis de remplacer la formule précédente par celle-ci : *Les deux côtés du rectangle cherché ont pour valeurs la moitié de P plus ou moins la moyenne proportionnelle entre la moitié de P moins Q et la moitié de P plus Q.*

Un peu plus tard, le problème de la duplication du cube leur suggérerait l'idée de l'insertion de deux moyennes proportionnelles entre deux longueurs données, mais cette idée n'avait non plus dans leur esprit aucun rapport ni prochain ni éloigné avec l'extraction de la racine cubique d'un nombre, sans quoi ils n'auraient pas cherché si longtemps la solution; de $x^3 = 2$ ils auraient de suite tiré $x =$ racine cubique de 2. Mais ce n'est pas ainsi qu'ils y parvinrent.

C'est après bien des transformations qu'ils sont arrivés à cette conclusion que le côté du cube cherché, double du cube ayant pour côté A, devait être la première des deux moyennes proportionnelles entre A et le double de A, c'est-à-dire que si l'on pouvait trouver les longueurs X et Y satisfaisant aux conditions $A : X :: X : Y :: Y : 2A$, X serait le côté du cube cherché.

Les Grecs ne songèrent jamais à séparer leur Algèbre de leur Géométrie, c'est-à-dire l'art de raisonner de l'objet du raisonne-

ment ; mais cette Algèbre n'est pas restée pour cela à l'état virtuel ; elle est, au contraire, en action dans tous leurs écrits.

Il ne leur a véritablement manqué, pour constituer l'Algèbre, que l'idée d'en faire des traités à part, et celle de substituer des signes aux indications, en langage ordinaire, des opérations à effectuer sur les grandeurs. S'ils avaient représenté par $A + B$, ou de toute autre manière, la somme de deux longueurs A et B ; par $A - B$ leur différence ; par $A \frac{B}{C}$ la quatrième proportionnelle aux trois longueurs C , A et B ; par $\sqrt{A \cdot B}$ la moyenne proportionnelle entre les longueurs A et B ; par $\sqrt[3]{A \cdot B}$ la première de deux moyennes proportionnelles insérées entre A et B , etc. ; par $\sqrt[n]{A \cdot B}$ la première des $n - 1$ moyennes proportionnelles insérées entre A et B , l'Algèbre aurait un nom grec au lieu d'un nom arabe, et cependant les géomètres grecs n'en auraient pour cela ni plus ni moins fait d'Algèbre qu'ils n'en ont fait.

Il existera toujours beaucoup de gens aux yeux desquels il n'y aura pas d'Algèbre là où ils n'apercevront ni $+$, ni $-$, ni $\sqrt{\quad}$, ni $=$, ni $<$, ni $>$.

Cependant, qu'on appelle x l'inconnue d'une équation ou qu'on l'appelle *la chose*, cela n'y fait rien, pourvu qu'on résolve l'équation ; et il importe peu que la formule de résolution soit écrite en signes cabalistiques ou en langage ordinaire.

Les notations ont l'immense avantage de faciliter la lecture des équations et de permettre d'en apercevoir plus aisément les transformations utiles ; elles sont une condition presque indispensable de progrès ; mais des résultats acquis, déjà fort considérables, obtenus sans le secours des notations et, par cela même, beaucoup plus méritoires, constituent bien une vraie science.

Progrès de la Géométrie.

Les origines de la Géométrie nous sont naturellement inconnues. Les notions de perpendicularité et de parallélisme, les conditions d'égalité des triangles, les propriétés les plus élémentaires du cercle relatives à ses diamètres, à ses cordes et à ses tangentes, enfin les premières notions de la sphère devaient être familières aux Égyptiens; mais si, comme on le croit, Thalès leur enseigna les moyens de mesurer la hauteur d'un obélisque par la grandeur de son ombre, leurs connaissances en Géométrie n'allaient pas plus loin que ces notions instinctives qui résultent simplement de l'attention.

L'histoire de la Géométrie pour nous commence à Thalès, à qui on attribue la remarque qui forme la base de la théorie de la similitude, savoir : que les triangles équi-angles ont leurs côtés proportionnels.

Peu après Thalès, Pythagore dotait la science du théorème du carré de l'hypoténuse, dont l'invention avait sans doute été précédée de l'étude des relations simples entre les surfaces des parallélogrammes et des triangles.

La théorie des polygones réguliers naissait en même temps dans l'école de Pythagore, qui probablement s'éleva jusqu'à la considération des volumes des parallélépipèdes, au moins dans les cas les plus simples, puisque le problème de la duplication du cube y était déjà posé.

Hippocrate de Chios, célèbre par ses lunules, avait déjà ramené le problème de la duplication du cube à celui de l'insertion de deux moyennes proportionnelles entre deux longueurs

données; Archytas, Platon et ses disciples Eudoxe et Ménéclime donnèrent de ce problème des solutions diverses, par des intersections de coniques, et fondèrent la théorie des lieux géométriques, qui prit, dans l'école d'Athènes, le nom de *Géométrie transcendante*, et la méthode analytique.

Dinostrate imaginait, à la même époque, sa célèbre quadratrice pour la division d'un angle en un nombre quelconque de parties proportionnelles à des longueurs données et pour la quadrature du cercle.

Les résultats des recherches des géomètres de l'école de Platon, sur les sections du cône droit, avaient été recueillis et mis en ordre par Aristée, dans un ouvrage en cinq livres, dont les anciens faisaient grand cas, mais qui ne nous est pas parvenu.

Hippocrate de Chios, Théon, Theudius de Magnésie, Hermotime de Colophon, Eudoxe et Thétète, avaient écrit des traités de Géométrie élémentaire, que celui d'Euclide fit oublier, mais qui, cependant, existaient encore du temps de Proclus.

Enfin Euclide, outre des travaux personnels admirés de ses successeurs, mais que nous ne pouvons malheureusement pas apprécier très sûrement, les ouvrages où ils étaient consignés étant presque tous perdus, avait résumé la plus grande partie de la Géométrie élémentaire dans un ouvrage qui devait rester un modèle pendant deux mille ans.

La Géométrie durant cette période fut poussée beaucoup plus loin qu'aux limites de la Géométrie élémentaire, et la théorie des coniques y avait déjà pris de grands développements, mais nous les délimiterons plus loin.



Progrès de l'Arithmétique.

L'Arithmétique étant restée totalement étrangère aux spéculations des géomètres, pendant toute la période que nous considérons, et ayant, par conséquent, fait très peu de progrès, nous n'avons à en dire que quelques mots pour faire connaître la numération des Grecs et leur manière de calculer.

Les Grecs représentaient les neuf premiers nombres par les premières lettres de leur alphabet, les neuf premiers nombres de dizaines par les lettres suivantes et les neuf premiers nombres de centaines par les dernières.

Seulement, comme ils n'avaient pas dans leur alphabet les vingt-sept lettres qui leur eussent été nécessaires, ils intercalaient trois signes : l'un avant le *zêta*, c'était le *stigma* ou *digamma* (deux fois γ ou deux fois trois), Ͱ , correspondant au *raton* des Hébreux, dont les Grecs avaient pris le système de numération ; un autre après le *pi*, appelé *coppa*, ͱ , correspondant au *coph* des Hébreux ; et le troisième après l'*oméga*, appelé *sampi*, Ͳ , formé d'un *pi* dans un *sigma*.

Ils reprenaient ensuite les neuf premières lettres, mais alors marquées d'un *iota* souscrit, pour représenter les neuf premiers nombres de mille. Ils auraient pu employer les dix-huit signes suivants, marqués également d'un *iota* souscrit, pour figurer les neuf premiers nombres de dizaines de mille et les neuf premiers nombres de centaines de mille, mais ils n'y songèrent pas.

Ils auraient même pu continuer indéfiniment avec deux *iota* souscrits, trois *iota*, etc., mais ils n'avaient jamais l'occasion de se servir de si grands nombres.

C'est Archimède qui, le premier, songea à dépasser dix mille, ou une myriade; encore n'imaginait-il pas de prolonger la numération comme nous venons de le dire. Il fit de la myriade une nouvelle unité, ce qui rompait la série; mais son système de numération ne fut jamais suivi, et ses successeurs, jusqu'à Pappus même, lors qu'ils avaient à écrire des nombres dépassant 10 000, écrivaient le nombre de myriades, qu'ils faisaient suivre des initiales *Μμ*, puis le nombre moindre que 10 000.

Ainsi, dans la période qui nous occupe, la numération écrite s'étendait jusqu'à 9999.

α, β, γ, δ, ε, ζ, η, θ, ι

signifiaient respectivement

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9;

κ, λ, μ, ν, ξ, ο, π, ρ

représentaient

10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90;

σ, τ, υ, φ, χ, ψ, ω, η

figuraient

100, 200, 300, 400, 500, 600, 700, 800, 900;

enfin

θ, ς, γ, δ, ε, ζ, η, θ, ι

représentaient

1000, 2000, 3000, 4000, 5000, 6000, 7000, 8000, 9000.

On écrivait habituellement les chiffres des plus hautes unités à gauche des chiffres des plus faibles, ainsi :

ςςς

représentait le nombre

2567.

Chaque chiffre portant en lui sa valeur numérique et l'ordre d'unités qu'il représentait, le zéro n'avait pas de raison d'être, et, quand un nombre manquait des unités d'un certain ordre, on passait le chiffre correspondant à cet ordre: par exemple :

75

représentait

507.

Quant à leurs opérations, dont ils n'ont laissé de traces dans leurs écrits que beaucoup plus tard, lorsque l'Astronomie commença à prendre corps, on sait seulement que les Grecs les commençaient habituellement par la gauche, à peu près comme les modernes calculaient sur les nombres complexes, avant que le système décimal fût universellement adopté.

On ne rencontre naturellement encore aucun exemple de fraction notée dans les ouvrages des géomètres de cette période, les nombres entiers eux-mêmes n'y étant employés qu'au numérotage des propositions.



Progrès de l'Astronomie.

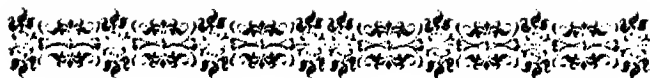
Ils se réduisent pour ainsi dire à l'invention du gnomon, qui pouvait servir à déterminer grossièrement la méridienne, les époques des solstices, l'inclinaison de l'équateur sur l'horizon et celle de l'écliptique sur l'équateur.

Il faut noter cependant l'opinion formellement établie dans

l'école de Pythagore, du mouvement diurne de la Terre autour de la ligne de ses pôles et, peut-être, autour du Soleil, dans le cours d'une année.

L'année étant, de toute antiquité en Grèce, lunaire et solaire, la grande question était, pour les astronomes grecs, d'obtenir un accord entre les mouvements du Soleil et de la Lune. Aussi voit-on apparaître successivement chez eux différents cycles, proposés chacun pour remédier aux inexactitudes constatées durant l'usage du précédent.





BIOGRAPHIE
DES
SAVANTS DE LA PREMIÈRE PÉRIODE
ET
ANALYSE DE LEURS TRAVAUX.

THALÈS.

(Né à Milet vers le dixième siècle avant J. C.)

Le plus ancien et le premier des sept sages de la Grèce, fondateur de l'école Ionique. Il était allé chercher en Égypte les premières notions des sciences.

L'année civile des Égyptiens se composait de douze mois, chacun de trente jours, mais ils y ajoutaient cinq jours complémentaires. Ils partageaient le jour et la nuit chacun en douze heures. Ils savaient tracer la méridienne et connaissaient les deux mouvements du Soleil, l'un diurne et l'autre annuel. Ils savaient que le Soleil se déplace par rapport aux étoiles dans un cercle incliné à l'équateur, que les Grecs appelèrent d'abord le *cercle oblique* *ἡλίου ζώδια*, et qui s'est appelé plus tard l'*écliptique*. Ils connaissaient les saisons et savaient un peu de Géométrie.

Thalès rapporta en Grèce toutes ces connaissances et les répandit dans son école.

On croit qu'il connaissait les causes des éclipses du Soleil et de la Lune; mais c'est supposer qu'il connut la sphéricité de la Terre.

Il enseigna à mesurer la hauteur des monuments par la grandeur de leur ombre, ce qui prouve qu'il avait une notion de la similitude des figures.

Il connaissait la propriété électrique de l'ambre jaune.



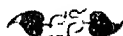
ANAXIMANDRE.

Ne à Milet vers — 610, mort vers — 547.

Disciple de Thalès et son successeur à la tête de l'école Ionique. Il inventa les globes célestes, construisit des cartes géographiques et imagina, ou du moins importa en Grèce le précieux instrument appelé *gnomon*, composé simplement d'une tige verticale fixe, mais qui pouvait donner la méridienne, par la direction de la ligne la plus courte d'ombre, dans l'intervalle d'une même journée; les hauteurs maximum et minimum du Soleil au-dessus de l'horizon, aux deux solstices, par les angles de l'horizontale méridienne avec les droites joignant le sommet de la tige aux extrémités de l'ombre méridienne, lorsque cette ombre atteignait sa plus petite ou sa plus grande valeur annuelle; l'inclinaison de l'équateur sur l'horizon, par la hauteur du Soleil à midi le jour de l'équinoxe, ou par la demi-somme des hauteurs méridiennes du Soleil aux deux solstices; enfin l'inclinaison de l'écliptique sur l'équateur par la demi-différence des mêmes hauteurs du Soleil à midi, aux deux solstices.

Suivant Diogène Laërce, ce serait à Sparte qu'Anaximandre

aurait établi son gnomon ; mais on ne sait s'il en a tiré tout ou partie seulement des conséquences que les observations pouvaient lui fournir ; s'il a déterminé ou non la latitude de Sparte ; s'il a ou non obtenu l'inclinaison de l'écliptique sur l'équateur, et, dans l'hypothèse affirmative, qui du reste est probable, quelle valeur il lui assignait.



ANAXIMÈNE DE MILET.

(Né vers 610 avant J.-C. — mort vers 540.)

Croyait le Soleil et la Lune plats comme des disques. Plîne lui attribue l'invention du cadran solaire. Il est probable que Plîne s'est trompé. Anaximène aura sans doute ajouté à la méridienne, fournie par le gnomon, les lignes d'ombre correspondant aux différentes heures de la journée ; mais ces lignes, construites un jour de l'année, ne pouvaient fournir que très inexactement les heures aux autres époques.



PYTHAGORE.

(Né vers 570 avant J.-C. — mort vers 495.)

Son père Mnéarque était Tyrien, et avait reçu des habitants de Samos le droit de cité, pour avoir amené dans l'île un chargement de blé pendant une disette.

Sa vie a été racontée par plusieurs auteurs dont les noms seuls nous sont parvenus. Ce que l'on en sait provient des écrits de Diogène Laërce, de Porphyre et de Jamblique, qui avaient

peut-être connu les récits des contemporains du philosophe, mais qui y mêlent tant de fables que la vérité est bien difficile à reconnaître.

Voici ce qui paraît le plus probable : Pythagore aurait, encore jeune, accompagné son père dans les expéditions qu'il avait à faire comme commerçant, le long des côtes de la Grèce et de l'Asie Mineure.

Il aurait quitté Samos en — 551, aurait suivi à Lesbos les leçons de Phéréclide, à Milet celles de Thalès et d'Anaximandre et serait allé de là en Égypte où il aurait passé vingt-sept ans, tant à Memphis qu'à Thèbes, au milieu des prêtres et des savants.

Il aurait été emmené en captivité à Babylone, après la conquête de l'Égypte par Cambyse.

Là il se serait fait initier aux sciences des Chaldéens et y aurait eu connaissance des religions de l'Inde.

Enfin il obtint en — 512 la liberté de revenir dans sa patrie et revint Samos où ses parents vivaient encore.

Il visita ensuite l'île de Crète, Sparte, Élis et Delphes, puis retourna à Samos pour y fonder une école, mais ne réussit pas à y rassembler assez de disciples.

Il songea alors à s'établir en Sicile, où il n'aurait qu'à choisir entre Sybaris, Crotona, Syracuse et Agrigente.

Il aborda à Sybaris, professa publiquement à l'école de médecine de Tarente, enfin fonda à Crotona, dans la maison de Milon, l'école pythagoricienne.

Une belle jeune fille, Théano, l'épousa en — 509. On sait qu'elle écrivit la vie de son mari; mais cet ouvrage ne nous est pas parvenu.

Pythagore exerça certainement une grande influence sur ses

nouveaux concitoyens. On venait le consulter de toutes parts, et il semble qu'imbu des idées théocratiques qu'il avait puisées en Égypte, il ait contribué à augmenter la domination des aristocraties qui gouvernaient Crotone et les cités voisines.

Sybaris venait de chasser ses tyrans, et les exilés s'étaient réfugiés à Crotone. Pythagore excita les Crotoniates à déclarer la guerre aux Sybarites, et Sybaris fut vaincue; Pythagore, même, obtint dans la ville conquise une vaste demeure et de beaux jardins, où il transporta son école.

Mais les abus qui avaient soulevé les Sybarites s'étaient réfugiés à Crotone, avec les émigrés, et, ayant trouvé à s'y allier, y avaient multiplié.

Crotone a son tour subit une révolution démocratique qui emporta l'école de Pythagore.

Le vieux philosophe vit son collège incendié et ses disciples périr par le fer ou le feu (— 400).

Il se réfugia à Tarente où il mourut.

Ceux de ses amis ou disciples qui parvinrent à s'échapper, Ocellus de Lucanie, Timée de Locres, Philolaüs, etc., se réfugièrent en Grèce ou passèrent en Italie.

Nous avons dit de quelles incertitudes est entourée l'histoire de la vie de Pythagore; on n'est pas beaucoup mieux fixé sur sa doctrine et sur l'étendue de ses connaissances scientifiques.

On ne sait pas même d'une façon certaine s'il avait connaissance du théorème de l'équivalence entre le carré de l'hypoténuse d'un triangle rectangle et la somme des carrés des deux côtés de l'angle droit. Le fait est probable, puisque toute l'antiquité l'a affirmé; mais, en le supposant vrai, Pythagore avait-il décou-

vert lui-même cet important théorème, ou le tenait-il des Égyptiens? On ne peut se prononcer à cet égard.

La seule chose certaine est que, d'ailleurs exclusivement guidé en cela par des idées préconçues, il rejetait l'hypothèse de l'immobilité de la Terre, et bien certainement, avec beaucoup plus de raison, expliquait au moins tous les phénomènes astronomiques diurnes des levers et des couchers des astres, par un mouvement journalier de rotation de la Terre autour de son axe. Il ne peut rester aucune incertitude sur la réalité de cette croyance du maître, quand on la voit enseignée d'une manière uniforme dans tous les centres intellectuels, par les disciples mêmes de Pythagore, après leur dispersion, et par leurs successeurs.

Quant au mouvement annuel de la Terre, il paraît non moins certain que Pythagore n'en avait aucune idée nette, puisqu'il remplissait l'intervalle qui sépare la Terre des étoiles fixes par les astres mobiles, dans l'ordre suivant : la Lune, ce qui est très bien ; Mercure, Vénus et le Soleil, ce qui n'a plus de sens ; Mars, Jupiter et Saturne.

Du reste, il assignait aux distances (qu'il était donc obligé de regarder comme fixes) de la Terre à tous les astres mobiles, des valeurs tirées de la progression des sons musicaux : nous n'osons naturellement pas dire de la progression des nombres de vibrations correspondant aux notes de la gamme.

Il avait reconnu le même astre Vénus dans l'étoile du matin et dans l'étoile du soir ; mais il ne pouvait naturellement pas savoir si Vénus passait alternativement devant et derrière le Soleil. D'après l'ordre des distances à la Terre qu'il supposait pour ces deux astres, il devait croire que la révolution de Vénus se faisait tout entière entre le Soleil et la Terre.

PARMÉNIDE D'ÉLÉE.

(Né à Élée, dans la grande Grèce, vers — 515; mort vers — 450.)

Il fut, suivant Speusippe et Plutarque, le législateur de sa patrie. Il fit, à soixante-cinq ans, un voyage à Athènes avec Zénon d'Élée, son disciple.

Comme physicien, il n'admettait que deux éléments, le feu et l'eau.

On lui attribue la première idée de la rondeur de la Terre et la constatation de l'indépendance de Vénus, étoile du matin ou étoile du soir, selon sa position par rapport au Soleil.

Il reste de Parménide quelques fragments d'un poème astronomique; Scaliger les a imprimés dans ses notes sur Manilius.



HICÉTAS DE SYRACUSE.

(Né probablement vers — 510; mort vers — 450.)

Disciple de Pythagore, il partageait l'opinion commune des Pythagoriciens touchant le mouvement de la Terre. Cicéron, dans son second livre du *Traité de la nature des dieux*, rapporte ainsi son opinion : *Hicetas Syracusinus, cælum, solem, lunam, stellas, supera denique omnia stare censet, neque præter terram rem nullam in mundo moveri : quæ cum circum axem de summa celeritate convertat et torqueat, eadem effici omnia, quasi stante terra cælum moveretur.*



ECPHANTUS.

Ne vers — 519

Disciple de Pythagore; il doit être ajouté à la liste des anciens qui ont adopté l'opinion du mouvement diurne de la Terre.



ANAXAGORE.

Né à Clazomène en — 500, mort à Lampsaque en — 428.

Après avoir succédé à Anaximène à la tête de l'école Ionique, il alla fonder la première école philosophique que vit Athènes, et y eut pour disciples Périclès, Euripide et peut-être Socrate.

Il croyait le Soleil un peu plus grand que le Péloponnèse, et eut l'imprudence de le dire, ce qui le fit décréter d'impiété.

Il parvint toutefois à éviter une condamnation à mort, grâce à l'intervention de Périclès.



XENOPIDES DE CHIOS.

Contemporain d'Anaxagore.

Géomètre et astronome, on lui attribue l'invention d'un cycle composé de cinquante-neuf ans, au bout desquels il pensait que le Soleil et la Lune reprenaient les mêmes positions dans le Ciel.



EUCTÉMON.

(Né vers — 600.)

Est associé à Méthon dans l'invention du cycle luni-solaire ou ennéadécatéride adoptée en — 433. Il fixa avec plus d'exactitude le lever des pléiades et observa quelques solstices.



MÉTHON.

(Né vers — 600.)

Célèbre par l'invention de son cycle luni-solaire, que la Grèce adopta en — 433.

Les solennités grecques étaient réglées à la fois sur le cours du Soleil et sur celui de la Lune. Mais l'insuffisance des connaissances astronomiques amenait souvent de grandes confusions. Aristophane y fait une allusion comique dans ses *Nuées* : il feint que les dieux se plaignent de ne plus savoir quels jours ils doivent se présenter pour jouir des sacrifices qui leur sont offerts, et qu'ils ont trop souvent le déplaisir de s'en retourner à jeun.

Le cycle de Méthon était formé de dix-neuf ans, au bout desquels la Lune et le Soleil se retrouvent à très peu près dans la même situation par rapport à la Terre et aux étoiles.

De ces dix-neuf années, douze étaient communes, c'est-à-dire composées chacune de douze lunaisons; les sept autres, qui étaient les troisième, sixième, huitième, onzième, quatorzième, dix-septième et dix-neuvième, en avaient treize lunaisons.

Méthon exposa publiquement à Athènes, probablement devant

la Grèce assemblée à l'occasion des jeux olympiques, une table explicative de son système, qui fut immédiatement adopté.

L'origine du cycle de Méthon fut fixée à l'instant de la nouvelle lune arrivée après le solstice d'été de l'année — 433. La découverte de Méthon fut inscrite en lettres d'or sur les monuments publics, d'où le numéro de l'année, dans le cycle, prit le nom de *Nombre d'or*.

Méthon avait élevé sur la place publique d'Athènes un gnomon pour l'observation des solstices.

Il avait eu pour maître Phainus et eut pour associé dans ses travaux Euctémon. Ces deux derniers astronomes ne nous sont pas connus autrement, mais nous devons au moins mentionner leurs noms.

En réalité, dix-neuf années tropiques font 6939½, 60 et deux-cent trente-cinq lunaisons comprennent 6939½, 69; la différence est donc de 0½, 09 seulement. Mais nous ne voulons pas dire que Méthon en sut positivement quelque chose.

Pour corriger l'erreur, s'il y en avait une, on faisait commencer la vingtième année à la néoménie qui suivait le solstice d'été.



HIPPOCRATE.

Né vers 460 av. J. C. — mort à Larissse vers — 350.

Il appartenait à une famille vouée depuis longtemps de père en fils à la pratique de la Médecine, et qui avait eu des représentants dans presque toutes les villes importantes de la Grèce et de l'Asie Mineure.

Son père, Héraclide, était lui-même un médecin recherché.

Hippocrate vint prendre à Athènes les leçons d'Hérodicus, et visita d'autres villes pour s'y perfectionner dans son art; il paraît avoir été lié avec Démocrite d'Abdère, qui était médecin lui-même.

La Médecine, comme étant, de toutes les sciences, la plus compliquée, a naturellement été vouée d'abord aux hypothèses.

« L'ancienne Médecine, dit Hippocrate, admettait l'existence de quatre qualités, le chaud, le froid, le sec et l'humide, dont la prédominance partielle engendrait toutes les maladies. »

Hippocrate s'élève contre cette hypothèse et rejette d'avance toutes celles qu'on pourrait y substituer. « La Médecine, dit-il, est basée sur des faits positifs, desquels il faut partir, de préférence à toute supposition; » il la ramène principalement à ce qu'on a depuis appelé l'*hygiène*.

Cela n'empêcha pas cependant qu'il se fit une certaine théorie, nécessairement fausse.

Il existe un grand nombre d'éditions des ouvrages d'Hippocrate qui nous sont parvenus; la meilleure est celle de M. Littré, en huit volumes, qui ont paru de 1839 à 1849.



HIPPOCRATE DE CHIOS.

(Né vers 470 av. J. C.)

Écrivit des éléments de Géométrie; il est surtout connu pour la quadrature de ses lunules.

C'est lui qui le premier ramena le problème de la duplication du cube à celui de l'insertion de deux moyennes proportionnelles entre deux longueurs données.



CLÉOSTRATE.

(Né vers — 450.)

Il passe pour l'inventeur d'un cycle de huit ans. Pline lui attribue la division du zodiaque en signes, mais il est probable que cette division était déjà depuis longtemps en usage. La grande compilation de Pline fourmille d'inexactitudes souvent absurdes.



ZÉNODORE.

(— 450.)

Il est l'auteur du plus ancien ouvrage de Géométrie qui nous soit parvenu. Cet ouvrage a été conservé par Théon d'Alexandrie, dans son Commentaire sur la syntaxe de Ptolémée. Zénodore s'y proposait de renverser l'opinion alors commune, que des contours égaux enfermaient des surfaces égales.



PHILOLAÏUS.

(Né à Crotona en Tarante vers — 450, mort à Héraclée.)

Disciple d'Aréas et successeur de Pythagore dans la direction de l'école, à Tarente.

Chassé probablement de Tarente lors d'une nouvelle dispersion de l'école pythagoricienne, il vint s'établir à Thèbes, en Béotie, et y rassembla les débris de l'école de Sybaris.

C'est le premier Pythagoricien qui ait laissé des écrits; mais ses ouvrages, dont le plus important serait son *Système du*

monde, ne nous sont connus que par quelques fragments. On a lieu de croire, du reste, que Philolaüs ne se borna pas à enseigner les doctrines du maître, mais les modifia assez profondément.

Nous passons sur les idées chimériques d'une sorte de pouvoir des nombres, qui gouverneraient l'univers, idées qui peuvent avoir été émises par Pythagore.

Il est indubitable, par les objections que fait Aristote à son système, que Philolaüs enseignait que la Terre tourne sur elle-même trois cent soixante-cinq fois et demie dans une année, qu'elle emploie à tourner autour du Soleil; que les planètes tournent de même autour du Soleil seulement il en comptait un peu plus qu'il n'y en avait de visibles de son temps, probablement par une raison tirée de la puissance des nombres).

Un certain groupe de ses idées philosophiques était fondé sur l'existence des cinq polyèdres réguliers et l'impossibilité qu'il y en eût davantage. L'important est que nous savons par là que ces polyèdres réguliers étaient déjà connus dans l'école pythagoricienne.

Il est remarquable que ces mêmes polyèdres réguliers entraînèrent aussi le génie de Kepler, qui n'y renonça que lorsqu'il eut trouvé mieux.

Philolaüs croyait, comme Pythagore, à la métempsychose.



ARCHITAS.

(N. a. d. avant vers 350 av. J. C. et vers 270 av. J. C.)

Disciple de Philolaüs, il vint à Athènes pour y suivre les leçons de Platon, dont il devint l'ami; on lui attribue l'invention de la vis et de la poulie.

Il est le premier qui ait donné une solution du problème de la duplication du cube ; mais il y employait un cylindre et non pas seulement des courbes planes.



PLATON, ARISTOTÈS, DESCENDANTS DE CODRUS.

(Naiss. — 427, mort en — 347.)

Il suivit pendant huit années les leçons de Socrate et publia même ses premiers dialogues du vivant de son maître.

Lorsque Anytus porta son accusation contre Socrate, Platon monta à la tribune et essaya de défendre son maître. Les clameurs du peuple étouffèrent sa voix. Le discours qu'il voulait prononcer est devenu l'*Apologie de Socrate*.

Après la mort du maître, Platon, indigné, quitta Athènes. Il se rendit d'abord à Mégare, où il suivit les leçons d'Euclide le rhéteur, et de là en Italie, où il s'instruisit dans la doctrine de Pythagore par la fréquentation d'Archytas de Tarente, qu'il devait plus tard attirer à Athènes, de Philolaüs d'Héraclée, d'Eurytas de Métaponte et de Timée de Locres. Il séjourna ensuite à Cyrène, où il étudia la Géométrie avec l'aide de Théodore, puis il visita l'Égypte pour y apprendre l'Astronomie.

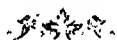
De retour à Athènes, vers — 380, il y ouvrit, dans les jardins d'Academus, son école qui a pris de là le nom d'Académie. Tout ce que la Grèce renfermait d'esprits distingués suivait ses leçons, et plusieurs villes lui demandèrent des lois. Au reste, il refusa toujours toute participation aux affaires publiques.

Malgré les soucis que lui donnait la direction de son école, il se rendit trois fois en Sicile : la première fois en — 370, pour essayer

de faire honte à Denys l'Ancien de ses procédés de gouvernement; mais Denys le fit vendre comme esclave et il ne put retourner à Athènes que racheté par ses amis; la seconde fois en - 368, appelé par Denys le Jeune, à qui il tenta d'inspirer le goût de la sagesse; la troisième en - 361, pour tâcher d'obtenir le rappel de Dion qui avait été banni. Cette troisième fois il n'échappa qu'avec peine à la prison.

A sa mort, il laissa la direction de l'Académie à son neveu Speusippe, à qui l'on attribue un *Traité des nombres*.

Platon n'a laissé aucun ouvrage relatif à la Géométrie, mais il rendit de grands services à cette science en dirigeant les efforts de ses disciples vers l'étude des sections coniques, qu'il paraît avoir considérées le premier; en définissant et en développant dans ses leçons la méthode de recherche qui consiste à supposer résolue la question que l'on traite et à suivre le fil des déductions qui se présentent alors à l'esprit, au lieu de se borner à la recherche plus difficile des inductions que peut suggérer l'énoncé; enfin en imaginant, dans divers buts, notamment pour la solution des problèmes de la duplication du cube et de la trisection de l'angle, des lieux géométriques définis, engendrés par le mouvement de points liés à des appareils mobiles suivant certaines lois.



MÉLÉCON ET CYZIQUE.

Déc. pl. le Pléon.

Annouça à Denys, tyran de Syracuse, une éclipse de Soleil. Denys lui fit donner pour récompense un talent d'or. Cette éclipse est probablement celle de - 471.

EUDOXE DE CNIDE.

N. C. Cnide vers — 100 avant l'Égypte vers — 356

Suivant Diogène Laërce, il était versé dans toutes les sciences. Il apprit la Géométrie sous Archytas, la Médecine sous Philistion, la Philosophie à l'école de Platon et l'Astronomie en Égypte.

Il fonda une école dans sa ville natale, qu'il enrichit d'un observatoire astronomique et à laquelle il donna des lois. Il mourut dans un nouveau voyage en Égypte.

Il ne reste rien de ses ouvrages, si ce n'est quelques titres. Ce que l'on en connaît se trouve dans le commentaire d'Hipparque sur les *Phénomènes* d'Aratus, qui avait mis en vers les théories d'Eudoxe.

On pense que c'est lui qui inventa le cadran solaire horizontal.

Il ne se servait encore ni des coordonnées équatoriales, ni à plus forte raison des coordonnées écliptiques. Il indiquait les positions occupées par les astres mobiles en les rapportant aux constellations.

Philolaüs avait déjà imaginé des sphères mobiles auxquelles étaient attachées les étoiles, les planètes, ainsi que le Soleil et la Lune. Eudoxe reprit l'hypothèse de Philolaüs et la développa. Il imagina pour chaque astre des sphères emboîtées les unes dans les autres, dont chacune participait aux mouvements des sphères enveloppantes, la plus petite ayant d'ailleurs son mouvement propre. Vingt-sept sphères lui suffirent pour l'ensemble de tous les astres : une pour les étoiles, trois pour le Soleil, trois pour la Lune et quatre pour chacune des cinq planètes.

Eudoxe corrigea avec bonheur la durée de l'année, trouvée par Méthon ; il lui attribuait 365 jours et 6 heures.

Il n'était pas au reste moins bon géomètre que bon astronome. Nous en trouvons la preuve dans la lettre qu'Archimède adressait à Dosithée en lui envoyant son *Traité de la Sphère et du Cylindre* : « Quoique ces propriétés qu'il va établir existassent, dit-il, dans les figures dont il vient de parler, elles n'avaient point été remarquées par ceux qui avaient cultivé la Géométrie avant lui. Il en a été de même de plusieurs choses qu'Eudoxe a considérées dans les solides et qui ont été admises, comme les théorèmes suivants : *Une pyramide est le tiers d'un prisme qui a la même base et la même hauteur que la pyramide; un cône est le tiers d'un cylindre qui a la même base et la même hauteur que le cône.* »

Ces propositions existaient essentiellement dans ces figures, et quoique avant Eudoxe il eût paru plusieurs géomètres qui n'étaient point à mépriser, cependant ces propriétés leur étaient inconnues et ne furent découvertes par aucun d'eux. »

Archimède veut dire par là que, quoique les propositions qu'il va énoncer soient nouvelles, ce n'est pas une raison pour les rejeter sans examen : il paraît que le culte du vieux existait déjà de son temps, et il le prouve par l'exemple d'Eudoxe.

Il est heureux au reste que la modestie d'Archimède lui ait suggéré l'idée de cet exemple, car nous ne saurions pas autrement qu'Eudoxe fût allé aussi loin en Géométrie, et c'est un point fort important dans l'histoire de la Science.

Eudoxe avait donné du problème des deux moyennes proportionnelles une solution qu'Ératosthène trouvait excellente, mais qui ne nous est pas parvenue.



ARISTOTE.

[N. a. Stagira, Macédoine, vers 384, mort à Chalcède en — 322.]

Son père était médecin. Resté orphelin à dix-sept ans, il fut adopté par une famille amie. Il vint de bonne heure à Athènes et entra dans l'école de Platon, dont il suivit les cours pendant vingt ans. Il se sépara de son maître avec regret, mais en se disant : *Amicus Plato, sed magis amica veritas*.

A la mort de Platon (— 347), il se rendit en Mysie, près d'Her-mias, dont il épousa la sœur, puis accepta de Philippe les fonctions de précepteur d'Alexandre, dans lesquelles il passa douze années.

En — 335 il revint se fixer à Athènes et y fonda l'école péripatéticienne. C'est là qu'il composa la plupart de ses ouvrages.

Ceux qui se rapportent aux sciences sont : l'*Histoire des animaux* en dix livres; un recueil de problèmes relatifs à la Physique et quelques traités sur la Mécanique et la Géométrie.

On trouve dans les *Questions mécaniques* cet énoncé remarquable : les chocs de deux corps produisent le même effet si ces corps sont inversement proportionnels à leurs vitesses.

Aristote paraît avoir soupçonné la pesanteur de l'air; il indique le refroidissement de l'atmosphère comme étant la cause du phénomène de la rosée; il démontrait la sphéricité de la Terre par la rondeur de l'ombre portée par elle sur la Lune, lors de ses éclipses.

Mais il compliqua encore l'enchevêtrement des sphères imaginées par Philolaüs, Eudoxe et Calippe, en en portant le nombre à cinquante-six.

MÉNÉCHME.

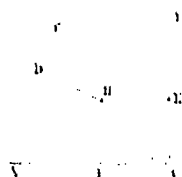
N. 100000000.

Ami et disciple de Platon, il s'occupa particulièrement de la théorie élémentaire des coniques, et l'avança assez pour que ces courbes aient pris dans l'antiquité le nom de *courbes de Ménécme*.

Il donna deux solutions du problème de l'insertion de deux moyennes proportionnelles entre deux longueurs données : la première par l'intersection de deux paraboles, la seconde par l'intersection d'une parabole et d'une hyperbole. Nous croyons devoir rapporter ces deux solutions.

Soient (*fig. 1*) les deux paraboles ABC, ABD ayant leurs axes rectangulaires dirigés suivant AX et AY; pour sommet commun

Fig. 1.



le point A et pour paramètres p et q : menons du point où elles se coupent des perpendiculaires aux axes BE et BF.

BE sera moyenne proportionnelle entre p et AE; de même BF sera moyenne proportionnelle entre q et AF.

Ainsi on aura

$$p; BE :: BE; EA \quad \text{et} \quad q; BF :: BF; FA.$$

Mais, en remplaçant dans la seconde proportion FA par BE et BF par EA, puis renversant les rapports, cette seconde proportion deviendra

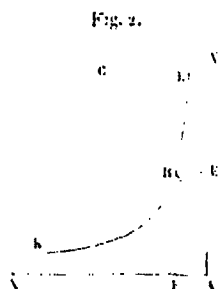
$$BE : EA :: EA : q ;$$

on aura donc la proportion continue

$$p : BE :: BE : EA :: EA : q.$$

BE et EA sont donc deux moyennes proportionnelles entre p et q . De sorte que, pour obtenir les deux moyennes proportionnelles entre deux longueurs M et N, il suffira de prendre ces deux longueurs pour les paramètres des deux paraboles.

Soient, en second lieu, la parabole ABC *fig. 2* ayant pour axe AX, pour sommet le point A et pour paramètre p , puis l'hy-



perbole équilatère KBL ayant pour asymptotes AX, AY et pour demi-axe transverse q' .

On aura comme précédemment

$$p : BF :: BF : FA,$$

et, à cause de la propriété principale de l'hyperbole entre ses asymptotes.

$$BE : q' :: q' : BF.$$

Cela posé, si l'on construit la ligne q telle que le rectangle compris sous les côtés p et q soit égal au carré construit sur q' , on pourra remplacer les deux moyennes q' de la seconde proportion par p et q ; on aura donc

$$BE : q :: p : BF;$$

d'où

$$p : BF :: BF : BE :: BE : q.$$

Ainsi BF et BE seront deux moyennes proportionnelles entre p et q . De là résulte la construction : on prend la première ligne donnée pour paramètre de la parabole et la moyenne proportionnelle entre les deux lignes données pour demi-axe transverse de l'hyperbole.

$$\frac{p}{q} = \frac{BF}{BE}$$

DÉMONSTRATE.

NEUVIÈME — 370.

Elève de Platon et frère de Ménéchme. Il imagina pour la quadrature du cercle une courbe qu'on a, pour cette raison, appelée quadratrice et qui porte son nom, bien que Proclus paraisse en attribuer l'invention à Hippias.

Voici la génération de cette courbe. Supposons qu'un rayon OA du cercle O *fig. 3* tourne uniformément autour du centre, dans le sens indiqué par la flèche; qu'en même temps une parallèle BB' à la direction initiale du rayon OA se meuve paral-

lément à elle-même d'un mouvement aussi uniforme, et enfin que le rayon OA mette le même temps à décrire le quadrant AC

Fig. 3.



que la droite BB' en met à parcourir la longueur du rayon OC : le point de rencontre M du rayon mobile et de la droite mobile décrira la quadratrice.

Soient, à un instant quelconque, AD l'arc parcouru par l'extrémité du rayon mobile, et OE la portion du rayon OC parcourue par la droite mobile : AD et OE seront entre eux comme le quadrant est au rayon. Donc, si l'on veut diviser le quadrant en parties proportionnelles à des longueurs données, il suffira de partager le rayon OC en parties proportionnelles à ces longueurs, de mener par les points de division les parallèles à OA , et de joindre au centre les points de rencontre de ces parallèles avec la quadratrice CA' , supposée construite.

Il n'y avait donc d'autre difficulté que de construire la quadratrice CA' . Mais c'était bien assez.

Il est facile de voir que OA' devait être une troisième proportionnelle au quadrant et à OA . De sorte qu'il eût fallu connaître le quadrant pour construire OA' destiné à faire connaître le quadrant.

THÉOPHRASTE.

(Né dans l'île de Lesbos en — 371, mort en — 297.)

Ami, disciple et successeur d'Aristote dans la direction du Lycée. Il s'appelait Tyrtaïme; son éloquence lui fit donner par ses auditeurs le nom de Théophraste (parleur divin). Il suivit d'abord les leçons d'un philosophe appelé Alcippe ou Leucippe, à Éresos, sa ville natale, puis se rendit à Athènes, où il eut pour maître Platon, et pour condisciple Aristote.

Après la mort de Platon, il parcourut la Grèce, contribua à délivrer Lesbos des tyrans qui l'opprimaient, passa ensuite en Macédoine, puis revint à Athènes après la bataille de Chéronée. Aristote ayant ouvert à cette époque son école dans le Lycée, Théophraste devint un des auditeurs les plus assidus de son ancien condisciple et lui succéda, en — 322, dans la direction de cette école, où il compta bientôt deux mille auditeurs.

Par son éloquence, par l'aménité de ses manières, par son caractère, il sut se concilier la bienveillance du peuple athénien, aussi bien que l'amitié des rois de Macédoine et d'Égypte.

Exilé un instant d'Athènes avec tous les autres philosophes, sur la proposition de Sophocle — 316, il y fut bientôt après rappelé, et, depuis ce moment, il ne fut plus inquiété. « Tout en adoptant les principes des péripatéticiens, dit M. Thiébaud de Berneaud, Théophraste voulait marier ensemble la morale de Socrate et le style nombreux de Platon. Il donna un nouveau lustre à l'école et amena ceux qui la suivaient à bien observer la nature, à vivre en véritables philosophes et en bons citoyens. On le voyait sans cesse s'élever contre les prétentions audacieuses des oligarchies,

contre les fureurs des démagogues, contre les délateurs, ennn attaquer ouvertement tous les préjugés et poursuivre la corruption de son siècle. »

En philosophie, Théophraste s'attacha particulièrement à compléter, à interpréter les idées d'Aristote, pour qui il professait une profonde admiration, et s'il modifia parfois les doctrines de ce dernier, ce fut pour les rendre plus intelligibles. Son savoir immense embrassa toutes les connaissances de son temps. Diogène Laërce nous a conservé les titres de deux cent vingt-neuf traités écrits par lui sur toutes sortes de sujets; quelques-uns seulement sont parvenus jusqu'à nous. Théophraste est surtout connu par son traité des *Caractères*, dont La Bruyère s'est inspiré et qu'il a traduit.

Comme naturaliste, il a fait pour les plantes ce qu'Aristote, son maître, avait fait pour les animaux. Il classait en six divisions les cinq cents espèces qu'il connaissait. Il démontre que la division vulgaire des végétaux en herbes et en arbres est dénuée de caractère philosophique. Il décrit exactement la différence qui existe entre le bois de palmier et celui des arbres à couches concentriques.

Nous avons de lui une *Histoire des plantes* en neuf livres, un *Traité des causes de la végétation* en six livres, un *Traité des pierres*, un *Traité des signes du beau temps*, un *Traité des vents*, etc. Il avait laissé plusieurs ouvrages mathématiques, que nous ne connaissons que par les écrits de Diogène Laërce, de Théon d'Alexandrie et de Proclus; le plus important était une *Histoire de la Géométrie* en quatre livres, *De l'Astronomie* en six livres et *De l'Arithmétique* en un livre; la perte de cette histoire surtout est regrettable. L'édition princeps des *Œuvres de*

Théophraste a été donnée à Venise 1498, in-fol. : l'édition la plus estimée est celle de J.-G. Schneider : *Theophrasti Eresii quæ supersunt opera* Leipzig, 1818-1821, 5 vol. in-8.



CALIPPE.

(Né à Cyzique vers — 380.

Il proposa, au lieu du cycle de Méthon, une période quadruple de soixante-seize ans.

La plupart des astronomes adoptèrent cette correction.

La première période calippique commença le 28 juin de l'année — 331.

Calippe ajouta sept sphères nouvelles à celles d'Eudoxe.

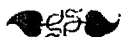


EUDÈME.

(Né à Rhodes vers — 350, mort vers — 280.)

Tout ce qu'on sait de sa vie, c'est qu'il fut un des principaux disciples d'Aristote. Il écrivit plusieurs ouvrages, aujourd'hui perdus, sur des sujets traités par son maître : *Analytique*, *Physique*, *Sur les catégories*, *Sur l'interprétation*, etc. Il nous reste quelques fragments de son ouvrage sur la Physique, dans lequel il contredit souvent Aristote. Eudème avait laissé six livres sur l'histoire de la Géométrie et six autres sur celle de l'Astronomie. Ces ouvrages, qui ont été connus de Théon d'Alexandrie et de Proclus, sont malheureusement perdus.

Eudème était assez versé dans l'Astronomie pour pouvoir prédire les éclipses de Soleil. On pense que certains ouvrages d'Aristote ont été complétés par son disciple Eudème, et que nous ne les avons pas tels que le maître les avait écrits; de ce nombre sont les *Metaphysica*, laissés inachevés par Aristote, et les *Ethica*.



EUTOLYCUS.

N. a Prienne. Ass. Mœnura; vers — 310.

A laissé deux traités : *De la sphère en mouvement* et *Des levers et des couchers des astres*, dont il existe une traduction latine, mais qui ne contiennent que les premiers éléments de la Cosmographie.



PYTHÉAS.

N. vers — 350 à Marseille.

Il avait écrit deux ouvrages : *Description de l'Océan* et *Voyage autour de la Terre*, dont il ne reste que des extraits dans quelques auteurs anciens. On suppose qu'il serait allé jusqu'en Islande. On dit qu'il soupçonna la relation qui existe entre le phénomène des marées et le mouvement de la Lune.

D'après Ératosthène, il aurait établi un gnomon à Marseille, et aurait trouvé, pour l'inclinaison de l'écliptique sur l'équateur, $23^{\circ}49'$.



CONON DE SAMOS.

Né vers 280 av. J. C.

Archimède fut son ami et peut-être son disciple. C'est à lui qu'il adressa ses premiers essais. Conon était astronome et géomètre; mais aucun de ses ouvrages ne nous est parvenu. Ptolémée cite quelques-unes de ses observations.

Voici ce qu'en dit Archimède dans sa lettre d'envoi à Dosithee, du *Traité de la sphère et du cylindre* :

« Il eût été à désirer que nos découvertes eussent été publiées du vivant de Conon, car je pense qu'il était très capable d'en prendre connaissance et d'en porter un juste jugement. »

Il revient sur ces regrets dans sa lettre d'envoi au même Dosithee du *Traité des hélices* : « Conon mourut sans avoir eu le temps de trouver ces démonstrations les démonstrations de théorèmes dont Archimède n'avait envoyé à Conon que les énoncés) et a laissé ces théorèmes dans leur obscurité. S'il eût vécu, il les eût trouvés sans doute, et par ces découvertes et par plusieurs autres il eût reculé les bornes de la Géométrie, car nous n'ignorons pas que cet homme avait une capacité et une industrie admirables dans cette science. »



ARATUS.

Né en Cilicie vers 260 av. J. C. et vers 150 av. J. C.

Il vivait à la cour de Ptolémée Philadelphe et fut ensuite appelé en Macédoine par Antigone Gonatas. Il a laissé, sous le titre de : *Les Phénomènes*, un poème qui a eu le singulier bonheur

de parvenir jusqu'à nous, d'avoir été commenté par Ératosthène et par Hipparque, d'avoir fait l'admiration des Grecs et des Romains, d'avoir été traduit en parties par Cicéron, César et Ovide, en vers latins; d'avoir, enfin, été réimprimé un grand nombre de fois depuis la Renaissance, sans contenir autre chose qu'un tableau fort succinct des notions tout à fait élémentaires qu'on pouvait avoir, à l'époque où vivait l'auteur, sur la Terre, le Soleil, la Lune et les planètes.

L'abbé Halma en a donné une traduction française en 1823.



TIMOCHARIS.

Né à Alexandrie vers — 320, mort vers — 260.

C'est l'un des premiers astronomes qui aient rapporté les étoiles à l'écliptique; il en dressa un catalogue qui lui coûta vingt-six ans de travail et qui fut d'un grand secours à Hipparque et à Ptolémée. Il est, du reste, probable que, s'il savait passer des coordonnées équatoriales aux coordonnées écliptiques, c'était par des constructions graphiques ou par des mesures sur le globe.



EUCLIDE.

Né vers — 340, mort vers — 280.

On a peu de détails sur sa vie; on sait seulement qu'après s'être formé à l'école de Platon il fut appelé par Ptolémée, fils de Lagus, à Alexandrie, et qu'il y ouvrit une école de Mathéma-

tiques. Les *Éléments de Géométrie* et les *Données* d'Euclide nous sont parvenus, ainsi que des traités d'Optique et de Catoptrique, et un opuscule sur la division des polygones; les autres ouvrages, savoir : quatre livres sur les *Sections coniques*, deux sur les *Lieux à la surface*, et trois sur les *Porismes*, sont totalement perdus. Les meilleures éditions des ouvrages d'Euclide sont : *Euclidis opera cum Theonis expositione*, en grec Bale, 1550; *Euclidis quæ supersunt omnia*, en grec et en latin (Oxford, 1703); enfin, les *Œuvres d'Euclide*, en grec, en latin et en français, d'après un manuscrit très ancien découvert par F. Peyrard, bibliothécaire à l'École Polytechnique (Paris, 1814).

Un grand nombre de géomètres grecs avaient donné, avant Euclide, des éléments de Géométrie. Proclus cite, entre autres, Hippocrate de Chio, Léon, Theudius de Magnésie, Hermotime de Colophon, Eudoxe et Thaleté. « Euclide, dit Proclus, mit en ordre beaucoup de choses trouvées par Eudoxe, perfectionna ce qui avait été commence par Thaleté et démontra plus rigoureusement ce qui avait été trop mollement démontré avant lui. »

Les *Éléments* sont divisés en treize livres, auxquels on en joint ordinairement deux autres sur les cinq polyèdres réguliers, que l'on attribue à Hypsielès, géomètre d'Alexandrie, postérieur de cent cinquante ans à Euclide.

« Pour se former, dit Lacroix, une idée de l'ouvrage entier, on pourrait le considérer comme composé de quatre parties. La première comprendrait les six premiers livres et se diviserait en trois sections, savoir : la démonstration des propriétés des figures planes, traitée d'une manière absolue et comprise dans les livres I, II, III, IV; la théorie des proportions des grandeurs en général, objet du livre V. et l'application de cette théorie aux

figures planes. La seconde partie renfermerait les livres VII, VIII et IX, qu'on désigne par l'épithète d'*arithmétiques*, parce qu'ils traitent des propriétés générales des nombres. La troisième partie serait formée du livre X seulement, où l'auteur considère en détail les grandeurs incommensurables. La quatrième partie, enfin, se composerait des cinq derniers livres, qui traitent des plans et des solides. »

L'ordre admirable qui y règne, ainsi que la force et la clarté des démonstrations, a imposé les *Éléments* d'Euclide comme guide obligatoire dans toutes les écoles, presque jusqu'à nos jours, et au delà du temps pendant lequel ils pouvaient rendre de bons services; car l'impossibilité de s'en passer paraissait telle, qu'on préférait les corriger, souvent de la façon la plus choquante, plutôt que d'y renoncer. On y intercalait maladroitement les formules toutes modernes des mesures des surfaces et des volumes, dont les Grecs n'avaient pas même eu l'idée, et on supprimait les admirables livres relatifs aux rapports des grandeurs concrètes, pour les remplacer par l'inutile et incomplète théorie des proportions entre nombres commensurables, qui n'apprend rien autre que celle des fractions ordinaires.

Les *Données* d'Euclide forment aux *Éléments* une sorte d'appendice destiné à en faciliter les usages et les applications. Euclide appelle *donnée* ce qui peut résulter des constructions connues. Par exemple, « si d'un point donné on mène une droite qui touche un cercle donné de position, la droite est donnée de position et de grandeur. » « Les propositions des *Données*, dit M. Chasles, étaient toujours citées, comme celles des *Éléments*, par les géomètres anciens et par ceux du moyen âge, dans toutes leurs recherches géométriques; Newton même

en fait usage dans ses *Principes*, ainsi que des coniques d'Apollonius : mais, depuis, ces traces de l'antiquité ont disparu des écrits des géomètres, et le livre des *Données* n'est plus guère connu que de ceux qui étudient l'histoire de la Science. M. Chasles ajoute que « l'on peut déduire aisément la résolution des équations du second degré de quelques propositions du livre des *Données*, et il cite la 85^e : *Si deux droites comprennent un espace donné dans un angle donné, et si leur somme est donnée, chacune d'elles sera donnée.* » Il nous semble que le fait est indiscutable. Si Euclide, Archimède, Apollonius n'ont pas expressément employé les formules des racines des équations du second degré, c'est que, spéculant toujours sur les grandeurs elles-mêmes et non pas sur leurs mesures, ils n'avaient pas besoin des formules de ces mesures ; mais les constructions des problèmes qui ont pour objet soit la division d'une droite en moyenne et extrême raison, soit la recherche d'un rectangle équivalant à un carré donné, dont les côtés fassent une somme donnée ou aient entre eux une différence donnée, ces constructions fournissent une image tellement saisissante des formules des racines des équations du second degré, qu'il eût été impossible de ne pas les apercevoir si la question de ces racines avait seulement été posée.

Euclide avait considérablement augmenté la théorie des sections coniques.

Montucla avait vu, dans les *Lieux à la surface* d'Euclide, des surfaces ou des courbes à double courbure. M. Chasles pense que c'étaient les surfaces qu'engendrent les sections coniques en tournant autour de leurs axes, et qu'Archimède nomme *sphéroïdes* ou *conoïdes*, suivant qu'elles sont fermées ou illimitées.

L'ouvrage des *Lieux à la surface* aurait eu pour objet l'étude des sections planes des surfaces de révolution du second degré.

Les *Porismes* d'Euclide ne sont connus que par quelques mots de Proclus et de Pappus : ce dernier, dans sa préface du VII^e livre des *Collections mathématiques*, dit que le *Traité des Porismes* était éminemment utile pour la résolution des problèmes les plus compliqués ; il l'appelle : *Collectio artificiosissima multarum rerum, quæ spectant ad analysin difficiliorum et generalium problematum*. Le genre de propositions que contenait cet ouvrage n'est pas même bien déterminé, quoique beaucoup de géomètres en aient tenté la divination, notamment Robert Simpson et M. Chasles.

D'après ces deux géomètres, les porismes d'Euclide car on trouve dans beaucoup d'auteurs grecs, notamment dans Apollonius, des propositions appelées *porismes*, auraient été des théorèmes servant à passer d'une définition connue d'un lieu géométrique à une autre définition du même lieu, et, plus généralement, à passer des conditions connues qui déterminent un système de choses variables, à d'autres conditions équivalentes.

M. Chasles a proposé du *Traité des porismes* une restitution d'après laquelle l'ouvrage d'Euclide aurait contenu le germe des théories homographique, d'involution, etc. La nature des lemmes établis par Pappus relativement aux porismes a paru en effet à de bons géomètres s'accorder avec cette manière de voir.

Il nous reste, pour compléter ce que nous venons de dire d'Euclide, à tirer de ses ouvrages les documents qu'ils fournissent en abondance à l'histoire de la formation des idées mathématiques.

Mais nous devons d'abord avertir que les citations que nous allons faire se rapportent à l'édition en français de l'*Euclide* de

Peyrard, qui a paru en 1804. Cette édition ne contient ni le livre XIII, qui traite des polyèdres réguliers, ni les livres VII, VIII, IX et X, qui avaient rapport aux proportions entre grandeurs et aux rapports numériques. Les six premiers livres, le onzième et le douzième, que contient cette édition, n'ont absolument trait qu'à la Géométrie. Il faut croire que le cinquième et le sixième livre portaient d'autres numéros dans l'édition que Lacroix avait sous les yeux lorsqu'il écrivait ce que nous avons rapporté plus haut.

Le livre II contient une série de propositions très remarquables, dont nous ne pouvons citer textuellement les énoncés à cause de leur longueur, mais dont la traduction en langage moderne suffira, parce qu'il sera facile de restituer mentalement le texte vrai.

Il s'agit de propositions concernant des égalités entre des sommes de rectangles et de carrés; et, bien entendu, c'est sur les figures elles-mêmes, et par des déplacements de parties qu'Euclide démontre ces propositions: en voici la liste :

Proposition III : $a \cdots b \quad b \cdots ab \cdots b^2.$

Proposition IV : $a \cdots b^2 \cdots a^2 \cdots 2ab \cdots b^2.$

Proposition V : $a \cdots h \quad a \cdots h \quad + \quad h^2 \cdots a^2.$

Proposition VI : $2a \cdots h \quad h \cdots a^2 \cdots a \cdots h^2.$

Proposition VII : $a \cdots b^2 \cdots a^2 \cdots 2a \cdots b \quad a \cdots b^2.$

Proposition VIII : $4a \cdots b \quad a \cdots b^2 \cdots 2a \cdots b^2.$

Proposition IX : $a \cdots h^2 \cdots a \cdots h^2 \quad 2a^2 \cdots 2h^2.$

Proposition X : $2a \cdots h^2 \cdots h^2 \cdots 2a^2 \cdots 2a \cdots h^2.$

Ce sont, nous le répétons, des propositions de Géométrie pure, sans aucun mélange d'idée de calcul numérique ni algébrique,

parce que les longueurs droites considérées pourraient n'être pas toutes commensurables entre elles, de sorte que certaines d'entre elles pourraient n'être pas capables de représentation numérique.

On ne peut douter qu'Euclide sut parfaitement que, si, au lieu de longueurs concrètes, on avait considéré des grandeurs exprimées en pas géométriques par exemple, ou en cent vingt-cinquièmes du stade, chacune de ses propositions aurait pu recevoir un énoncé arithmétique correspondant; tout ce qu'on peut dire, c'est qu'il ne s'en occupe pas.

Mais quand les arithméticiens vont fleurir, ils s'empareront des propositions d'Euclide, et ils démontreront, au moyen des figures mêmes d'Euclide, que, par exemple, le carré de la somme de deux nombres se compose de la somme des carrés de ces deux nombres et de deux fois leur produit; que le produit de la somme de deux nombres par leur différence est égal à la différence des carrés de ces nombres, etc.

Ainsi nous verrons naître une sorte d'application de la Géométrie à l'Algèbre, longtemps avant la révolution qui donna naissance à l'application de l'Algèbre à la Géométrie.

Aussi croyons-nous pouvoir dire que toute l'Algèbre ancienne a été fondée par les géomètres.

L'Algèbre est la théorie abstraite des relations de dépendance des grandeurs; elle suppose la connaissance des règles de calcul qui permettent de substituer une formule à une autre.

Or, il ressort clairement de l'étude des anciens que les géomètres ont constitué à eux seuls toute l'Algèbre ancienne, dans l'une et l'autre de ses deux parties : la théorie des relations de dépendance et la théorie du calcul algébrique proprement dit.

Voici d'autres énoncés tout aussi remarquables, sous des rapports analogues :

LIVRE III.

Proposition XXXV. — Si, dans un cercle, deux cordes se coupent mutuellement, le rectangle compris sous les segments de l'une de ces cordes est égal au rectangle compris sous les segments de l'autre.

LIVRE VI.

Proposition XVI. — Si quatre droites sont proportionnelles, le rectangle compris sous les droites extrêmes est égal au rectangle compris sous les droites moyennes.

Proposition XVII. — Si trois droites sont proportionnelles, le rectangle compris sous les droites extrêmes est égal au carré construit sur la droite moyenne.

Proposition XIX. — Les triangles semblables sont entre eux en raison doublée des côtés homologues.

LIVRE XI.

Proposition XXXIII. — Les parallélépipèdes semblables sont entre eux en raison triplée de leurs côtés homologues.

Proposition XXXVI. — Si trois droites sont proportionnelles de manière que A soit à B comme B est à C, le parallélépipède équilatéral construit sur B sera égal au parallélépipède construit sur A, B et C, avec les mêmes angles.

LIVRE XII.

Proposition XVIII. — Les sphères sont entre elles en raison triplée de leurs diamètres.

BION D'ABDERE.

Né vers — 500.

Diogène Laërce rapporte que Bion annonçait que dans certaines régions il y a six mois de nuit et six mois de jour. Strabon l'appelle *astrologue*.



HÉLIODORE DE LARISSE.

Né vers — 250.

Il ne nous est connu que par un court traité d'Optique, principalement emprunté à celui d'Euclide. Cet ouvrage a été imprimé pour la première fois avec celui d'Euclide par Ignatius Dante, à Florence, en 1573.



PENSÉE, DIT DE CATTUM.

Né vers — 200, mort à Corinthe en — 241.

Disciple de Zénon et philosophe d'Antigone Gonatas, roi de Macédoine. C'est lui qui inventa les spiriques, sections planes du tore, qui ont occupé les anciens pendant un certain temps.





ÉLÉMENTS DE LA THÉORIE DES CONIQUES.

Le grand nom d'Apollonius de Perge a tellement éclipsé ceux de ses prédécesseurs dans l'étude des sections coniques, que tous leurs ouvrages ont disparu, notamment celui d'Aristée, qui en avait écrit cinq livres.

On ne sait pour ainsi dire rien des travaux personnels des géomètres de l'école de Platon, ni de ceux des géomètres de l'école d'Alexandrie dans cette nouvelle branche de la Géométrie.

Mais Apollonius ayant eu la probité de séparer, dans son *Traité des coniques*, ce qui était connu avant lui de ce qui lui est dû, nous pouvons du moins restituer en bloc à tous les géomètres dont nous venons de parler ce qu'ils ont découvert séparément.

Ces géomètres sont, d'abord, Ménechme et, sans doute, son frère Dinostrate, Archytas de Tarente, Laodamas de Thase, Thastètes d'Athènes, Amyclas d'Héraclée, Néoclides et Léon son élève, Eudoxe de Cnide, Theudius de Magnésie, Athénée de Cyzique, Philosophus, Hermotime de Colophon, Philippe de Médinée et Philippe d'Opuntium, Cratistus, Aristée, Eudemus

de Pergame, Attalus, Naucrates, Conon et Trasidée son ami. Euclide, Nicotèle, Ératosthène et, peut-être, Aristarque de Samos.

Apollonius dit dans sa lettre d'envoi du premier livre des *Coniques* à Eudemus : Des huit livres, les quatre premiers contiennent les éléments de la théorie. Le premier embrasse la génération des trois sections coniques et leurs principales formes ; mais les propositions y sont présentées d'une manière plus complète et plus générale qu'elles ne l'avaient été par ceux qui avaient écrit avant nous. Le deuxième traite des diamètres et des axes des sections, ainsi que des asymptotes rectilignes. Le troisième contient un grand nombre de théorèmes admirables, dont plusieurs sont nouveaux, qui serviront soit à la construction des lieux solides, soit à la détermination de grandeurs. Nous avons reconnu, en les élaborant, qu'Euclide n'avait pas établi la manière de former le lieu à trois et quatre lignes c'est le lieu des points tels que le rectangle compris sous les distances de l'un de ces points à deux droites données, soit en raison donnée avec le rectangle compris sous une droite donnée et sous la distance du même point à la troisième droite donnée ; ou le lieu des points tels que le rectangle compris sous les distances d'un de ces points à deux droites données, soit en raison donnée avec le rectangle compris sous les distances du même point à deux autres droites données, si ce n'est dans un cas particulier et encore d'une façon peu heureuse. Au reste, ce n'était pas possible indépendamment de ce qui a été trouvé par nous. Le quatrième livre traite des intersections des sections coniques entre elles et avec la circonférence et de beaucoup d'autres choses dont aucune n'avait été mise en lumière par ceux qui ont existé avant nous.

Les quatre derniers livres touchent à la plus haute science. Le cinquième est consacré en grande partie aux maximums et aux minimums; le sixième, à la similitude entre les sections coniques; le septième contient les théorèmes qui fournissent les moyens de déterminer les grandeurs inconnues; le huitième, des problèmes déterminés.

Les commentaires de Proclus et d'Eutocius permettent d'ailleurs de préciser encore mieux les propositions connues avant Apollonius.

Voici, croyons-nous, ce qu'on peut attribuer à ses prédécesseurs.

Les sections coniques ont chacune un diamètre naturellement indiqué par leur définition par rapport au cône sur lequel elles se trouvent. Ce diamètre est l'intersection du plan de la courbe par le plan passant par la droite qui joint le sommet du cône au centre de la base et par le diamètre de cette base qui est perpendiculaire à la trace du plan de la section sur le plan de la base.

C'est par rapport à ce diamètre en évidence que les anciens établissent d'abord la théorie de la section, quel qu'en soit le genre. Ils n'en voient d'abord pas d'autres et n'arrivent à leur découverte que par des voies très compliquées. La constatation même de l'existence du diamètre conjugué du premier est naturellement une affaire d'importance, parce qu'il n'existe aucun moyen d'abandonner la définition de la courbe, considérée comme section conique; et que cette définition ne se prête aucunement à la découverte de ce diamètre conjugué.

Les moitiés des cordes que le diamètre divise en parties égales sont appelées *appliquées* ou *ordonnées* *ordinatim applicatae*, dans Apollonius, et les segments qu'elles déterminent sur le dia-

metre, à partir de l'une de ses extrémités, sont appelées *abscisses* parties retranchées du diamètre.

La propriété caractéristique de la courbe consiste dans la relation du carré construit sur l'ordonnée avec un rectangle ayant pour un de ses côtés l'abscisse.

C'est cette malheureuse idée de comparer le carré de l'ordonnée au diamètre à un rectangle ayant pour côtés l'abscisse et une donnée qui a tout compliqué dans la théorie des anciens.

Montucla dit qu'ils exprimaient la raison de ce carré au rectangle des segments du diamètre, déterminés par l'ordonnée et comptés des extrémités de ce diamètre; cela eût beaucoup mieux valu.

Ainsi, par exemple, le diamètre conjugué du premier se serait trouvé mis en évidence par l'égalité des rectangles compris sous des segments égaux du diamètre, comptés de ses deux extrémités dans les deux sens opposés; mais je n'ai rien trouvé de pareil dans Apollonius.

C'est par le moyen de la considération des tangentes dans leurs rapports avec le premier diamètre que les anciens parvenaient à établir l'existence de son conjugué. Ils se servaient pour cela de ces théorèmes que :

Dans la parabole, la sous-tangente est double de l'abscisse;

Et que : Dans l'ellipse ou dans l'hyperbole la distance du centre au pied de la tangente, sur le diamètre, est la troisième proportionnelle à la différence ou à la somme du demi-diamètre et de l'abscisse du point de contact et à ce demi-diamètre.

Ils parvenaient ensuite, péniblement, à la constatation de l'existence d'une infinité de diamètres.

Ils savaient que, dans la parabole, tous les diamètres sont paral-

lèles entre eux, et que dans l'ellipse et l'hyperbole ils sont conjugués deux à deux.

Dans l'ellipse, il y a même raison du carré d'un diamètre au carré de son conjugué que du carré d'une ordonnée parallèle au premier, au rectangle des segments déterminés sur l'autre par ce diamètre.

Cette même proportion, étendue à l'hyperbole, faisait connaître la longueur du diamètre non transverse conjugué d'un diamètre transverse.

Ils connaissaient les foyers des coniques et leurs propriétés par rapport aux tangentes.

Ils savaient que dans l'ellipse la somme des rayons vecteurs menés des foyers à un point de la courbe est constante et que dans l'hyperbole c'est leur différence.

Les diagonales du parallélogramme construit sur deux diamètres conjugués de l'hyperbole peuvent s'approcher indéfiniment de la courbe, mais ne la coupent pas : ils les nommèrent asymptotes.

Ils savaient aussi que :

Les portions d'une sécante quelconque comprises entre une hyperbole et ses asymptotes sont égales, et que la tangente terminée aux asymptotes est partagée en parties égales par le point de contact ;

Si d'un point de l'hyperbole on mène des parallèles aux asymptotes, terminées chacune à son point de rencontre avec l'autre asymptote, le parallélogramme compris entre les deux asymptotes et leurs deux parallèles est constant :

Si d'un point extérieur à une ellipse on mène une tangente et une sécante, le carré construit sur la tangente est au rectangle

compris sous les deux segments de la sécante comme le carré du diamètre parallèle à la tangente est au carré du diamètre parallèle à la sécante ;

Si deux cordes se coupent dans une ellipse, le rectangle fait avec les segments d'une des cordes est au rectangle fait avec les segments de l'autre comme le carré du diamètre parallèle à la première corde est au carré du diamètre parallèle à la seconde.



DEUXIEME PERIODE.



D'ARISTARQUE de Samos, né en — 310.
à HIPPARQUE, né en — 150.

Noms des savants de cette Période.

	N. en	M. en
ARISTARQUE de Samos.....	— 310	
ERATOSTHÈSE.....	— 300	
ARCHIMÈDE.....	— 287	— 212
APOLLONIUS de Perga.....	— 247	
CRÉSIMUS.....	— 185	
HÉROS l'Ancien.....	— 155	
PHILO de Byzance.....	— 150	



DEUXIÈME PÉRIODE.

C'est durant cette période que le calcul numérique commence à s'introduire dans les recherches théoriques, à propos de l'évaluation de certains rapports présentant un intérêt spécial dans les recherches astronomiques ; car ce n'est même pas à propos de Géométrie qu'Archimède s'est préoccupé d'obtenir une valeur approchée du rapport de la circonférence au diamètre, mais pour pouvoir compter le nombre des grains de sable que contiendrait une sphère ayant pour rayon la distance de la Terre au Soleil ; et comme il n'y voyait pas d'intérêt plus pressant, il s'est contenté de la première approximation.

Deux grandeurs de même espèce étant données en nature, les Grecs savaient depuis longtemps en chercher la plus grande commune mesure par des opérations mécaniques, lorsque ces grandeurs pouvaient s'y prêter, et en exprimer à peu près le rapport. Mais jamais, jusqu'à Aristarque de Samos et à Archimède, ils n'avaient cherché spéculativement à obtenir la raison de deux grandeurs liées l'une à l'autre par une loi un peu compliquée ;

la raison même de la diagonale au côté du carré ne leur parut jamais intéressante à connaître.

Jamais ils ne songèrent, n'en ayant pas eu besoin, à diviser l'un des termes d'une raison en parties égales, ni à chercher théoriquement combien de fois l'une de ces parties serait contenue dans l'autre. L'idée ne leur en était pas venue avant Aristarque de Samos et Archimède.

Même dans Archimède et même dans son *Traité de la mesure du cercle*, les raisons ont toujours leurs termes concrets : ce sont toujours les raisons de deux longueurs, de deux surfaces ou de deux volumes.

Les Grecs transforment souvent ces raisons : ainsi ils savent parfaitement que la raison de deux carrés est la même que celle des segments de l'hypoténuse du triangle rectangle qui aurait pour côtés de l'angle droit les côtés de ces carrés. Ils sauraient de même, et de plusieurs manières, ramener la raison de deux rectangles à la raison de deux lignes, etc. ; mais les termes de la raison transformée sont toujours concrets, comme ceux de la proposée.

Les expressions mêmes dont ils se servent de raison composée, de raison doublée et triplée, de raison sesquialtère, etc., montrent bien que l'idée de nombres est absolument étrangère à leurs préoccupations.

Une même raison est susceptible de recevoir une infinité de formes : si la forme *ainsi que A est à B* ne convient pas, on la remplace par *ainsi que C est à la quatrième proportionnelle à A, B et C*.

La raison composée des raisons de A à B et de C à D est, par exemple, celle de A à la quatrième proportionnelle à C, B et D ; si on ne la transforme pas, c'est celle du rectangle construit

sur A et C au rectangle construit sur B et D; mais les Grecs savent parfaitement lui donner toutes les formes possibles.

La raison doublée ou plutôt redoublée d'une raison est la raison composée de deux raisons égales à celle-là; deux carrés sont en raison doublée de la raison de leurs côtés: de même deux cubes sont en raison triplée de la raison de leurs côtés.

Cela veut dire que, par exemple, pour avoir la raison des carrés construits sur A et B, il faudrait prendre une longueur C arbitraire, construire la quatrième proportionnelle X à B, C et A, puis la quatrième proportionnelle Y à B, X et A; la raison de Y à C serait la raison doublée de A à B.

Plus simplement, la raison doublée de la raison de deux lignes A et B est la raison des segments de l'hypoténuse du triangle rectangle qui aurait pour côtés A et B.

La raison sesquialtère de la raison de deux lignes A et B est la raison composée de cette raison et de cette raison dédoublée; c'est la raison composée de la raison de A à B et de la raison des côtés de l'angle droit du triangle rectangle dont l'hypoténuse aurait pour segments A et B.

C'est la recherche, par Aristarque de Samos, du rapport approché des distances de la Terre au Soleil et à la Lune, et celle, par Archimède, du volume de la sphère ayant pour rayon la distance de la Terre au Soleil, qui introduisirent dans la Géométrie les premiers éléments d'une méthode de calcul numérique.

Il fallait pour cela l'introduction d'une idée nouvelle qu'Aristarque de Samos et Archimède imaginèrent sans doute avec bien peu de peine, puisqu'ils n'ont pas même laissé de traces dans leurs écrits de la manière dont ils ont raisonné.

Mais il est facile de suppléer à leur silence.

Supposons d'abord que l'on sache que deux rectangles $[A, B]$ et $[C, D]$ sont égaux, que l'on connaisse les côtés A et B du premier, ainsi que le côté C du second, et qu'on veuille trouver le côté D .

On pourrait construire D par une quatrième proportionnelle.

$$C : B :: A : D.$$

Mais, si A est donné en stades et qu'on connaisse exactement la raison de C à B , on pourra trouver D en stades ou parties du stade; si la raison de C à B ne pouvait pas être exprimée exactement en nombre, on ne pourrait non plus avoir D en nombre, mais on chercherait deux raisons qui comprissent celle de C à B ; on déterminerait dans les deux cas la grandeur de D , et la véritable ligne cherchée serait comprise entre les deux lignes trouvées.

Mais ce cas est trop facile.

Supposons en second lieu qu'on sache que trois longueurs A , B et C sont les trois côtés d'un triangle rectangle. A l'hypoténuse, B et C les côtés de l'angle droit; que l'on donne A et B et que l'on demande C .

Il se présentera deux cas, selon que la raison de A à B sera ou non connue exactement. Supposons d'abord le premier cas, et que cette raison soit celle de 9 à 4.

On divisera B en 400 parties égales par exemple, de façon que A en contiendra 900; alors, pour avoir le nombre de ces parties contenues dans C , on raisonnera de la manière suivante:

Le carré construit sur B contiendrait 160 000 petits carrés ayant pour côtés une des divisions, et le carré construit sur A en contiendrait 810 000; par conséquent le carré construit sur C en contiendrait virtuellement 550 000.

Mais un carré qui contiendrait 649 636 des petits carrés con-

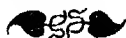
sidérés aurait son côté égal à 806 parties de A ou de B; et un carré qui contiendrait 651 249 des mêmes petits carrés aurait son côté égal à 807 des mêmes parties.

Le carré construit sur C étant donc plus grand que 641 636 petits carrés et plus petit que 651 249, son côté sera plus grand que 806 parties et plus petit que 807.

Si la raison de B à A n'était pas exactement exprimable en nombre, Archimède augmenterait, par exemple, A, sans changer B, ce qui augmenterait C, et, la raison de B à A étant devenue commensurable, il déterminerait, comme précédemment C, mais par excès; il diminuerait ensuite A, sans changer B, obtiendrait de nouveau C, mais par défaut, et suivant le but qu'il se proposerait, il prendrait, pour valeur approchée de C, sa limite supérieure, ou sa limite inférieure.

Telle fut la manière de raisonner d'Aristarque et d'Archimède; on aperçoit nettement cette méthode dans le *Traité des distances* et dans le *Traité de la mesure du cercle*.

Au reste, il faut bien remarquer que la distance qui sépare les deux notions de raison et de rapport n'est pas encore franchie et ne le sera pas de longtemps. Il y a une raison entre les longueurs de la circonférence et du rayon d'un cercle, parce que ces deux longueurs varient proportionnellement, mais comme il n'y a probablement pas de nombre qui puisse exprimer cette raison, on ne saurait l'abstraire, et se proposer de la calculer serait jugé un problème absurde. Aussi Archimède ne cherche-t-il pas le rapport de la circonférence au diamètre, mais la grandeur de la circonférence dont on donne le rayon.



Progrès de la Géométrie.

Les *Éléments* d'Euclide contenaient les propriétés descriptives du cercle et de la sphère, du cylindre et du cône de révolution, mais non les théorèmes relatifs à leur étendue. Eudoxe avait bien affirmé que le volume du cône est le tiers de celui du cylindre de même base et de même hauteur, mais personne n'était allé au delà. Archimède compléta la théorie en faisant voir que le cercle est égal au triangle qui aurait pour base la longueur de la circonférence et pour hauteur le rayon ; que la surface du cylindre est égale à celle du rectangle qui aurait pour base la circonférence et pour hauteur la hauteur du cylindre ; que le volume d'un cylindre est égal au volume du prisme qui aurait une base égale à celle du cylindre et même hauteur ; que la surface de la sphère est égale à quatre grands cercles, et que celle d'une zone est égale à celle d'un cylindre qui aurait pour base un grand cercle et pour hauteur celle de la zone ; que le volume de la sphère est les deux tiers de celui du cylindre ayant pour base un grand cercle et pour hauteur le diamètre de la sphère ; que le volume d'un segment sphérique est égal au volume de la sphère qui aurait pour diamètre la hauteur de ce segment, augmentée de la demi-somme des cylindres qui auraient pour bases les deux bases du segment et pour hauteur commune la hauteur de ce segment.

Enfin il donna une méthode pour obtenir avec telle approximation que l'on voudrait le rapport de la circonférence au diamètre.

Mais ce n'est là que la moindre partie de ce que la Géométrie doit à Archimède : après avoir carré un segment quelconque de

parabole, et fût voir qu'une ellipse est égale en surface au cercle qui aurait pour rayon la moyenne proportionnelle entre les demi-axes de cette ellipse, il conçut l'idée sublime d'assimiler les segments droits ou obliques de l'ellipsoïde ou de l'hyperboloïde de révolution à des segments sphériques, déformés de trois manières dont il serait facile de tenir compte, au moyen de trois rapports, les sections elliptiques du segment de sphéroïde ou de conoïde pouvant être remplacées chacune par un cercle, le carré du rayon de ce cercle variant, comme dans la sphère, proportionnellement au rectangle des segments du diamètre, déterminés par le plan sécant, et enfin les portions du diamètre interceptées entre deux sections conservant une inclinaison constante avec les plans de ces sections.

Quant au volume du segment de parabolôïde, la question était encore plus simple; la surface d'une section parallèle à la base croissant comme la partie interceptée par le plan sécant sur le diamètre, ce qui permettait de remplacer cette section par une ellipse dont l'un des axes aurait été constant et dont l'autre aurait crû proportionnellement à la distance du plan sécant au plan tangent parallèle à la base; ou plus simplement encore de substituer au segment de parabolôïde un segment de prisme triangulaire indéfini, coupé par un plan parallèle à l'une de ses arêtes.

Cette méthode avait reçu des anciens le nom de *méthode d'exhaustion*; on peut, je crois, dire aujourd'hui qu'elle eût donné naissance, deux mille ans plus tôt, au Calcul intégral, si l'Algèbre eût pu être alors rendue indépendante de la Géométrie.

Archimède avait à peine disparu sous les ruines de Syracuse, qu'Apollonius venait briller à Alexandrie, et acquérir, dans une autre voie plus facile à suivre, une gloire presque égale, au moins

aux yeux des contemporains, en complétant la théorie des coniques et appliquant cette théorie à la solution de problèmes déterminés d'une véritable difficulté.



Progrès de la Mécanique.

La Mécanique pratique a pris naissance dans les temps préhistoriques, et les monuments égyptiens, assyriens et autres montrent qu'elle avait pris déjà de grands développements avant les Grecs: mais la Mécanique théorique est née entre les mains d'Archimède, par l'établissement des conditions d'équilibre du levier, soumis à des forces parallèles, et par la constitution de la théorie des centres de gravité.

Cette théorie fournissait en même temps au plus grand des géomètres l'occasion d'enrichir la Géométrie de recherches encore plus profondes que les précédentes, et de se surpasser, pour ainsi dire, en déterminant l'inclinaison sous laquelle un segment de paraboloides pouvait se tenir en équilibre sur un fluide plus pesant.



Progrès de la Physique.

Aristote avait rendu à la Physique le grand service de la débarrasser des solutions trop faciles que fournissait en abondance la libéralité avec laquelle ses prédécesseurs avaient doté les dieux de toutes les fonctions utiles et même nuisibles. Mais Aristote n'avait su remplacer les influences surnaturelles que par des pétitions de principe et des cercles vicieux.

C'est encore à Archimède qu'il faut faire remonter la première initiation de l'esprit humain dans le domaine physique, par l'exposition d'une conception nette de la pesanteur, et surtout par la découverte du principe qui porte son nom.



Progrès de l'Astronomie et de la Géodesie.

Dans cette période, Aristarque détermine scientifiquement le rapport des distances du Soleil et de la Lune à la Terre, et ne se trompe, dans l'évaluation de ce rapport, que faute d'instruments pour mesurer un angle trop petit.

Peu de temps après, Ératosthène obtient une valeur assez approchée de la longueur d'un degré du méridien terrestre.





BIOGRAPHIE

DES SAVANTS DE LA DEUXIÈME PÉRIODE

ET ANALYSE DE LEURS TRAVAUX

ARISTARQUE DE SAMOS.

(Né vers — 310.)

Nous croyons pouvoir fixer sa naissance vers — 310, parce que Ptolémée rapporte de lui une observation d'un solstice, faite la cinquantième année de la première période calippique, laquelle correspond à l'année — 281.

Il ne nous reste d'Aristarque de Samos que son petit *Traité des grandeurs et distances du Soleil et de la Lune*, dont nous donnerons une analyse que nous aurions voulu pouvoir étendre un peu davantage.

Ce que l'on sait de ses théories astronomiques nous a été conservé par Archimède, que nous citerons d'abord.

C'est dans son *Arénaire* qu'Archimède rapporte les opinions d'Aristarque de Samos.

« Tu sais, écrit-il à Gélon, fils d'Hiéron, roi de Syracuse, que le monde est appelé par la plupart des astronomes une sphère dont le centre est le même que celui de la Terre et dont le rayon

est égal à la droite placée entre le centre de la Terre et celui du Soleil. Aristarque de Samos rapporte ces choses en les réfutant, dans les propositions qu'il a publiées contre les astronomes. D'après ce qui est dit par Aristarque de Samos, le monde serait beaucoup plus grand que nous venons de le dire : car il suppose que les étoiles et le Soleil sont immobiles ; que la Terre tourne autour du Soleil comme centre, et que la grandeur de la sphère des étoiles fixes, dont le centre est celui du Soleil, est telle que la circonférence du cercle qu'il suppose décrite par la Terre est à la distance des étoiles fixes *comme le centre de la sphère est à la surface*. Mais il est évident que cela ne saurait être, parce que le centre de la sphère n'ayant aucune grandeur, il s'ensuit qu'il ne peut avoir aucun rapport avec la surface de la sphère. Mais à cause que l'on conçoit la Terre comme étant le centre du monde, il faut penser qu'Aristarque a voulu dire que la Terre est à la sphère que nous appelons *le monde*, comme la sphère, dans laquelle est le cercle qu'il suppose décrit par la Terre, est à la sphère des étoiles fixes ; car il établit ses démonstrations en supposant que les phénomènes se passent ainsi ; et il paraît qu'il suppose que la grandeur de la sphère dans laquelle il veut que la Terre se meuve, est égale à la sphère que nous appelons *le monde*.

Ce passage montre clairement combien avaient été nettes, dans l'antiquité, les opinions que Copernic et ses partisans n'ont pu faire revivre qu'avec tant de difficultés dans les temps modernes. Il convient de dire toutefois qu'Archimède ne les partageait pas, et ne les présente même pas comme il eût fallu.

Le *Traité des distances et grandeurs du Soleil et de la Lune* a été traduit en latin par M. de Fortia d'Urban en 1823 ; c'est de

cette traduction que nous nous servons. Aristarque essaye de déterminer le rapport des distances de la Terre au Soleil et à la Lune, au moyen de l'angle sous lequel on voit la distance des centres de ces deux derniers astres, lorsque la Lune est dichotome, c'est-à-dire partagée en deux parties égales; ou en d'autres termes, lorsque la Lune entre dans son premier ou son dernier Quartier.

A ce moment, le triangle qui aurait pour sommets le Soleil, la Lune et la Terre est rectangle en son sommet placé au centre de la Lune, et si l'on observe l'angle de ce triangle qui a son sommet à la Terre, on pourra aisément construire un triangle semblable, dont les côtés figureraient proportionnellement les distances des trois astres; mais Aristarque veut obtenir les trois côtés en nombres, ce dont il n'y avait pas de précédent.

L'ouvrage se compose de dix-neuf propositions dont nous croyons devoir citer les principales.

Les deux premières propositions ont pour objet de faire voir que deux sphères peuvent être inscrites dans un même cylindre ou dans un même cône; la troisième, que si une sphère est éclairée par une autre plus grande, la partie éclairée dépassera la demi-sphère; dans la quatrième, Aristarque fait voir que le cercle d'illumination de la Lune (c'est le cercle qui sépare la partie éclairée de la partie obscure) est d'autant plus petit que la Lune est plus près d'être en conjonction, parce que sa distance au Soleil est moindre; dans la cinquième, il fait voir que, même lorsque le cercle d'illumination est le plus petit, c'est-à-dire lors de la conjonction, il ne diffère qu'insensiblement d'un grand cercle. La sixième proposition a pour objet de montrer que, lorsque la Lune est dichotome, le plan du cercle d'illumination passe par le point de vue. Aristarque démontre dans la septième que la Lune est

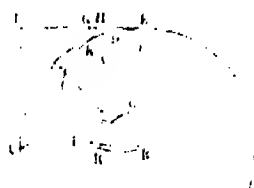
plus près de la Terre que le Soleil *infra Solem fertur*, et que lorsqu'elle est dichotome, elle est séparée du Soleil de moins d'un quadrant, ce qui est évident.

Proposition VIII. — La distance du Soleil à la Terre est plus grande que dix-huit fois et moindre que vingt fois la distance de la Lune à la Terre.

Aristarque n'arrive à ces conclusions fausses que parce qu'il admet que l'angle sous lequel on voit la distance du Soleil à la Lune dichotome diffère d'un quadrant de la 30^e partie d'un quadrant, ou de 3', tandis qu'il n'en diffère réellement que de 9', à peu près; mais son argumentation est parfaitement exacte.

Soient *fig. 4.*

Fig. 4.



A le centre du Soleil,

B celui de la Terre,

C celui de la Lune dichotome,

BE la perpendiculaire à BA.

D le point de rencontre de BC avec la circonférence de rayon BA,
 F ABE le carré construit sur AB,
 H le point de rencontre de BC prolongée avec FE,
 BKG la bissectrice de l'angle FBE.

L'angle HBE est la 30^e partie de l'angle droit, et l'angle GBE en est le quart, donc

$$GBE : HBE :: \frac{1}{4} : \frac{1}{30} :: \frac{30}{4} : 1 :: 15 : 2,$$

par conséquent le rapport de GE à EH est plus grand que $\frac{15}{2}$.

Aristarque ne le démontre pas, mais c'est évident, la tangente croissant bien plus rapidement que l'angle.

D'un autre côté.

$$FB^2 = BE^2$$

mais, à cause de la propriété de la bissectrice.

$$\frac{FG}{GE} = \frac{FB}{BE},$$

d'où

$$\frac{FG^2}{GE^2} = \frac{FB^2}{BE^2} = 2.$$

Mais 2 n'est pas un carré; Aristarque le remplace par $\frac{49}{25}$ et conclut : donc

$$\frac{FG^2}{GE^2} = \frac{49}{25}$$

par conséquent

$$\frac{FG}{GE} = \frac{7}{5}.$$

ou

$$\frac{FG}{GE} = \frac{FE}{GE} = \frac{12}{5} \quad \text{ou} \quad \frac{36}{15}$$

Mais il a été démontré que

$$\frac{GE}{EH} = \frac{15}{2}$$

donc

$$\frac{FE}{EH} = \frac{36}{2} = 18$$

Enfin les triangles ACB et HBE sont semblables, de sorte que

$$\frac{AC}{BC} = \frac{BE}{EH} = \frac{FE}{EH} = 18;$$

mais AC est moindre que AB, donc à plus forte raison

$$\frac{AB}{BC} > 18.$$

Est autem AB distantia qua distat Sol a Terra; CB vero distantia qua distat Luna a Terra. Igitur distantia qua distat Sol a Terra, distantiae qua distat Luna a Terra major est quam duodevigentupla.

La démonstration revêt partout cette majestueuse ampleur.

Ainsi la raison de AB à BC est plus grande que 18.

Aristarque veut maintenant démontrer qu'elle est inférieure à 20.

Pour cela, il abaisse DR perpendiculaire à AB, décrit la demi-circonférence DRB sur DB comme diamètre, et prend BL égale

à la moitié de BD, c'est-à-dire égale au côté de l'hexagone régulier inscrit dans le cercle décrit sur BD comme diamètre.

L'arc BR est la 60^e partie de la circonférence, et l'arc BRL en est la 30^e partie; donc

$$\frac{\text{arc BRL}}{\text{arc BR}} = 10;$$

mais

$$\frac{BL}{BR} = \frac{\text{arc BL}}{\text{arc BR}},$$

parce que la corde croît moins vite que l'arc; donc

$$\frac{BL}{BR} < 10,$$

et, par suite,

$$\frac{BD}{BR} < 20;$$

mais

$$BD : BR :: BA : BC;$$

donc

$$\frac{BA}{BC} < 20.$$

Si l'on refaisait le calcul d'Aristarque, en supposant comme lui que l'angle des droites menées du Soleil à la Terre et à la Lune dichotome fût de 3°, on trouverait pour le rapport des distances à peu près 19; on voit donc qu'Aristarque a opéré d'une façon assez habile.

Mais l'angle en question est à peu près 20 fois moindre que ne le supposait Aristarque qui n'avait aucun moyen d'apprécier un angle de 9°.

Proposition IX — Lorsque le Soleil est complètement éclipsé.

cet astre et la Lune sont compris dans un même cône qui a son sommet tourné vers nous.

Cela est vrai; mais, en réalité, Aristarque suppose que le sommet du cône est à l'œil de l'observateur.

Proposition X. — Le diamètre du Soleil est compris entre 18 et 20 fois celui de la Lune.

Cela résulte de l'hypothèse fautive que nous venons d'énoncer.

Proposition XI. — Aristarque conclut du rapport des rayons des deux astres le rapport de leurs volumes.

Proposition XII. — Le diamètre de la Lune est compris entre la 45^e partie et la 30^e partie de la distance qui nous sépare de cet astre.

Aristarque a dit plus haut que la Lune cache $\frac{1}{3}$ d'un signe du zodiaque, ou que l'angle sous lequel on la voit est de $\frac{1}{3}$ de droit: il en conclut avec raison que le diamètre de la Lune est moindre que la 45^e partie de la distance qui nous sépare de l'astre: il trouve la limite inférieure $\frac{1}{30}$ par des considérations analogues à celles que nous avons rapportées plus haut.

Proposition XIII. — Le diamètre du cercle d'illumination de la Lune est moindre que le diamètre de la Lune, mais il en dépasse les $\frac{1}{10}$.

Proposition XIV. — Lorsque la Lune est éclipsée, le diamètre du cône d'ombre porté par la Terre, à la distance de la Lune, est moindre que le double du diamètre de la Lune, mais plus grand que les $\frac{2}{3}$ de ce diamètre; il est moindre que la 9^e partie du diamètre du Soleil et plus grand que les $\frac{1}{10}$ de ce diamètre.

Ce sont des conséquences approchées de ce qui précède.

Proposition XVI. — Le diamètre de la Terre est compris entre les $\frac{1}{3}$ et les $\frac{1}{2}$ du diamètre du Soleil.

Proposition XVIII. — Le diamètre de la Lune est compris entre les $\frac{1}{10}$ et les $\frac{1}{9}$ de celui de la Terre.

Nous avons admis avec Montucla, d'après le témoignage de Vitruve, qu'Eudoxe avait imaginé le cadran solaire horizontal, nommé *arachné*. Le style qu'il y employait n'était certainement qu'un gnomon vertical et, dans ces conditions, la construction du cadran présente des difficultés réelles. Aussi Delambre rejette-t-il l'hypothèse de Montucla. Cependant l'*arachné* existait du temps de Vitruve, par conséquent avant Ptolémée; et il ne paraît pas qu'il y ait de raisons pour enlever à Eudoxe l'honneur de l'avoir inventé, puisqu'on éprouverait le même embarras en l'attribuant à un autre, fût-ce Apollonius. Au reste, Vitruve ne dit pas comment se construisait l'*arachné*, et l'on conçoit qu'on puisse faire par à peu près, sans théorie, ce qu'on ne pourrait faire exactement qu'à l'aide d'une théorie en règle. Eudoxe ne pouvait pas calculer, comme fit Ptolémée, les longueurs des ombres de son gnomon, correspondant aux différentes distances zénithales du Soleil, mais il pouvait les construire.

Montucla attribue, également d'après Vitruve, à Aristarque de Samos l'invention du *scaphé*, formé d'une calotte hémisphérique dont le bord était horizontal, et qui portait un style vertical ayant son sommet au centre de la sphère. Delambre rejette également cette hypothèse. Cependant la construction de ce cadran se fait par les moyens les plus élémentaires : le rayon visuel mené de la pointe du style au Soleil décrit chaque jour un cône de révolution dont la seconde nappe coupe la sphère suivant un cercle, lieu de l'ombre de la pointe du style; tous ces cercles ont pour pôle commun le point de rencontre de la sphère avec la ligne des pôles du monde; les points de division qui doivent, sur ces cercles, correspondre

aux milieux des jours, sont tous sur le grand cercle de la sphère contenu dans le plan méridien, et enfin les divisions qui doivent correspondre aux heures sont, sur chaque cercle, égales à la 24^e partie de ce cercle. Il n'y a donc rien d'impossible à ce qu'Aristarque de Samos ait construit un pareil cadran, d'autant qu'il n'était pas même nécessaire qu'il fit correspondre ses cercles à des époques déterminées de l'année; il suffisait qu'il en décrivit assez pour que l'ombre de la pointe du style tombât toujours à peu près sur l'un d'eux.

On a retrouvé plusieurs de ces cadrans dans les ruines de Tusculum et de Pompéï.



ÉRATOSTHÈNE.

(N^e vers — 500.)

Suidas lui donne pour père un certain Aglaos; d'autres le font fils d'Ambrosius; la question a d'autant moins d'importance qu'Aglaos et Ambrosius ne sont connus ni l'un ni l'autre. Ses maîtres furent Ariston de Chios, Lysanias de Cyrène et Callimaque.

« Ératosthène, dit Montucla, fut un de ces hommes rares dont le génie étendu embrasse tous les genres de savoir : orateur, poète, antiquaire, mathématicien et philosophe, il fut par quelques-uns nommé *Pentathlos*, nom qu'on donnait à l'athlète vainqueur dans les cinq luttes des jeux Olympiques. » On lui décerna aussi le nom de *second Platon*.

Il vivait, dit-on, à Athènes, lorsque Ptolémée Évergète, sur la foi de sa renommée, l'appela à Alexandrie pour le mettre à la tête de la fameuse bibliothèque de cette ville. C'est très probablement lui qui fit construire les grandes armilles dont se servirent si longtemps les astronomes de l'école d'Alexandrie. « Nous ne voyons qu'Ératosthène, dit Delambre, à qui nous puissions attribuer les armilles équatoriales, ou au moins la plus ancienne. Quant à l'armille solsticiale, on pourrait également en faire honneur à Ératosthène. Toutefois, il est bon de remarquer que Ptolémée ne dit pas expressément qu'elle ait existé. » Ces armilles étaient des cercles divisés, munis d'alidades et pouvant donner les angles à un douzième de degré près, c'est-à-dire à cinq minutes près.

Les deux observations les plus importantes d'Ératosthène, et qui se lient l'une à l'autre, eurent pour objet la détermination de l'inclinaison de l'écliptique sur l'équateur et la mesure de la circonférence de la terre.

Une évaluation grossière de la grandeur du méridien terrestre, rapportée sans commentaires par Aristote, ne saurait enlever à Ératosthène la gloire d'avoir le premier recherché par des moyens rationnels la solution du plus important de tous les problèmes de Géodésie. Ératosthène, d'ailleurs, donna une mesure à peu près satisfaisante de la circonférence du globe, tandis que celle que donne Aristote est près de deux fois trop grande, si, comme il est naturel de le supposer, le stade que ce philosophe prend pour unité était le stade olympique.

Voici comment Ératosthène arriva à la détermination approximative de la longueur du méridien. Il avait trouvé que la différence des déclinaisons maximum et minimum du Soleil était les $\frac{1}{4}$ de 360° ou 47°42'40" à peu près, ce qui donnait 23°51'20"

pour l'obliquité de l'écliptique. évaluation qui, du reste, fut acceptée par Hipparque et Ptolémée.

Il était arrivé à ce résultat en mesurant à Alexandrie les hauteurs du Soleil à midi, le jour du solstice d'été et le jour du solstice d'hiver.

Dans la première observation il trouvait qu'à Alexandrie, à midi, le jour du solstice d'été, le Soleil n'était distant du zénith que de $\frac{1}{4}$ de la circonférence. D'un autre côté, on savait qu'à Syène, dans la haute Égypte, le Soleil passait au zénith à midi, le jour du solstice, puisque les fonds des puits y étaient directement éclairés ce jour-là par le Soleil; la différence en latitude des deux villes était donc de $\frac{1}{4}$ de la circonférence.

Ces deux villes étant d'ailleurs à peu près sur le même méridien, leur distance devait donner à peu près la longueur de $\frac{1}{4}$ d'un grand cercle de la sphère; or, des mesures commencées en Égypte par les ordres d'Alexandre et continuées sous ses successeurs donnaient 5000 stades pour la distance des deux villes; il fallait donc conclure de tous ces éléments que le méridien terrestre comprenait 50 fois 5000 stades ou 250 000 stades. Ératosthène crut devoir adopter 252 000 stades.

M. Vincent a fait remarquer que le stade employé par Ératosthène devait être le stade égyptien de 300 coudées, et, le musée du Louvre contenant plusieurs étalons de coudées égyptiennes, il a voulu savoir ce que donnaient en mètres 252 000 stades. Il a trouvé 39 879 000^m. L'erreur d'Ératosthène ne serait donc que de 121 000^m. Nous croyons que si M. Vincent l'avait fermement voulu, il eût trouvé 40 millions de mètres; à moins qu'il n'eût préféré faire faire par Ératosthène la correction apportée par Biot et Arago à l'évaluation de Delambre et de Méchain.

Suivant Plutarque, Ératosthène attribuait 804 millions de stades à la distance qui nous sépare du Soleil, et 780 000 stades à celle qui nous sépare de la Lune. Il aurait donc trouvé la distance de la Terre au Soleil à peu près 1030 fois plus grande que celle de la Terre à la Lune. Aristarque ne l'avait trouvée que 19 fois plus grande, et le rapport vrai est à peu près 400.

Plutarque aurait dû réfléchir que si Aristarque manquait d'instruments qui lui permissent de distinguer $9'$ de $3'$, il serait difficile d'admettre qu'Ératosthène eût pu évaluer un angle de moins d'une minute.

Concluons que si Plutarque a bien fait de causer d'Astronomie, on ferait bien aussi de ne pas trop l'écouter.

D'après Macrobe, Ératosthène croyait le diamètre du Soleil 27 fois seulement plus grand que celui de la Terre. D'où l'on peut conclure que Macrobe n'avait pas lu Plutarque, mais aussi qu'il est absurde de recueillir avec le soin qu'on y met d'ordinaire les on-dit de tous les littérateurs de la décadence grecque ou romaine.

Pappus cite d'Ératosthène un ouvrage qui aurait été intitulé : *De locis ad medietates*, et qui sans doute se rapportait au problème de la duplication du cube, dont on sait qu'il avait écrit l'histoire, dédiée à Ptolémée.

Il avait imaginé un instrument, nommé par lui *mésolabe*, pour servir à l'insertion de deux moyennes proportionnelles. Pappus indique la construction de ce mésolabe dans ses *Collections mathématiques*.

Ératosthène est encore célèbre par l'invention de son crible *koskinon*, méthode bien connue pour trouver les nombres premiers, mais qui n'a, du reste, rien de remarquable.

Parmi ses autres travaux, les anciens faisaient grand cas de ses

Géographiques. Cet ouvrage était divisé en cinq livres : le premier contenait une revue critique des ouvrages antérieurs sur le même sujet et l'énumération des diverses preuves de la sphéricité de la Terre ; dans le second livre se trouvait la mesure de la circonférence de la Terre par la méthode exposée plus haut ; les autres étaient consacrés à la Géographie politique. On ignore si cet Ouvrage contenait une carte du Monde alors connu. Il n'en reste d'ailleurs que des fragments cités par Polybe, Strabon, Marcien, Pline et autres.

La *Chronographie*, où il essayait de fixer exactement les dates des principaux événements mentionnés par l'Histoire, a été aussi très appréciée de l'antiquité.

Parmi ses compositions purement littéraires, on remarquait le traité *Sur la vieille comédie attique*.

La liste complète des ouvrages attribués à Eratosthène, ainsi que tous les fragments qui nous restent de ses écrits, se trouve dans les *Eratosthenica* de Bernhardt (Berlin, 1822, in-8).



ARCHIMÈDE.

N. à Syracuse en — 287 m. av. J. C. — 212.

Quoique parent du roi Hiéron, il ne paraît avoir été investi d'aucune charge publique. Il alla, jeune encore, à Alexandrie où il suivit les leçons d'Euclide, et à son retour il s'adonna entièrement à ses études.

Nous ne savons à quelles époques il adressa ses ouvrages à Canon et à Dosithée.

À la mort d'Hiéron, qui gouverna en paix Syracuse près de cin-

quante ans, son petit-fils lui succéda, mais mourut peu après. Un général sicilien, nommé Hippocratès, voulut alors s'emparer du pouvoir, se ménager des intelligences avec Carthage et fit assassiner tous les Romains qui habitaient Léontium.

Rome résolut aussitôt la ruine de Syracuse et envoya Appius et le consul Marcellus pour exécuter les ordres du sénat.

Lorsque les Romains arrivèrent devant la ville, Archimède en dirigea la défense, et Polybe, Tite-Live, ainsi que Plutarque, nous donnent la description des moyens que son génie lui suggéra dans cette circonstance, pour porter le ravage sur les vaisseaux ennemis. Pendant trois ans, la science d'un seul homme tint en échec l'armée de Marcellus. Il fit construire des machines propres à lancer des traits et des pierres à des distances considérables; il y en avait qui saisissaient les galères des Romains au moyen d'un croc, les soulevaient, et en les laissant retomber, les abîmaient dans les flots ou les brisaient contre les rochers. On rapporte aussi qu'il enflammait les vaisseaux des assiégeants, à une certaine distance, au moyen de miroirs ardents.

Ce ne sont là évidemment que des contes suggérés par la grandeur du génie de l'illustre physicien et une preuve de l'admiration qu'il inspirait à ses contemporains.

Marcellus fut obligé de convertir le siège en blocus. Ne voulons-nous point, disait-il à ses ouvriers et ingénieurs, cesser de faire la guerre à ce Briarée géomètre, qui, en se jouant, a plongé et enfoncé nos navires en la mer... et a surpassé tous les géants à cent mains dont les fables des poètes font mention, tant il nous a deslaché de traits, de pierres et de flèches tout à un coup ? » Ce qui semble indiquer que la lecture des romans de chevalerie faisait déjà les délices des généraux romains.

Cependant le génie d'Archimède ne parvint pas à sauver sa patrie; les Romains réussirent à entrer dans Syracuse par surprise. Archimède était alors si absorbé dans la recherche d'un problème de Géométrie, qu'il n'eut aucune connaissance de ce qui se passait.

Un soldat s'introduisit chez lui et le somma de le suivre. Archimède l'ayant prié d'attendre qu'il eût terminé son opération, le soldat impatienté le perça de son épée. l'an 212 avant Jésus-Christ.

Marcellus éprouva le plus vif regret de la mort de ce grand homme; il traita ses parents avec distinction, et lui fit élever un tombeau sur lequel, d'après le vœu d'Archimède lui-même, on plaça une sphère inscrite dans un cylindre. Cicéron, pendant sa questure en Sicile, retrouva ce monument caché parmi les broussailles.

Les ouvrages d'Archimède nous sont presque tous parvenus, et même dans le texte grec. Il faut, cependant, excepter le *Traité des corps qui sont portés sur un fluide*, qu'on ne connaît que par un manuscrit latin; les *Lemmes*, qu'on a refaits sur un manuscrit arabe, et le livre où devait se trouver la détermination du centre de gravité d'un segment de paraboloïde de révolution, livre dont il n'existe plus de traces.

Quant aux autres ouvrages d'Archimède que nous n'avons pas, entre autres un livre des *Principes* de la numération, c'étaient des premières copies, adressées à divers amis, mais qu'Archimède a remplacées lui-même.

Les ouvrages d'Archimède, dans l'ordre où les a placés M. Peyrard, sont : *De la sphère et du cylindre; De la mesure du cercle; Des conoïdes et des sphéroïdes; Des hélices; De l'équilibre des*

plans ; De la quadrature de la parabole ; Des corps portés sur un fluide ; les Lemmes et l'Arénaire.

Il existe un grand nombre d'éditions d'Archimède en grec et en latin. La seule traduction en langue vulgaire est celle que Peyrard, bibliothécaire à l'École Polytechnique, a publiée en 1807-1808; elle a été approuvée par l'Académie des Sciences sur le rapport de Lagrange et de Delambre rapporteur, qui prit le soin de comparer les deux textes grec et français et qui a même aidé Peyrard de ses conseils.

Les ouvrages d'Archimède ne contiennent absolument que ses découvertes; il renvoie aux ouvrages élémentaires connus de son temps pour toutes les propositions enseignées avant lui dans les écoles.

Comme Archimède a vécu soixante-quinze ans et a travaillé jusqu'à la fin de ses jours, d'après ses contemporains, il y aurait intérêt à savoir dans quel ordre il a écrit ses ouvrages.

Aucun des traités définitifs que nous avons n'a été adressé à Conon; Conon n'avait reçu que des programmes et des énoncés.

Quatre traités ont été adressés à Dosithée; ce sont : *De la sphère et du cylindre ; Des conoïdes et des sphéroïdes ; Des hélices et De la quadrature de la parabole.*

Les autres, excepté l'*Arénaire*, ne sont accompagnés d'aucune lettre d'envoi. Il est donc probable que Dosithée était mort lorsqu'Archimède leur donna leur forme définitive, et que la *Mesure du cercle*, l'*Équilibre des plans*, les *Corps portés sur un fluide*, les *Lemmes* et l'*Arénaire* sont postérieurs aux autres.

Les traités de la quadrature de la parabole et de l'équilibre des plans sont évidemment connexes, puisque Archimède mêle les

considérations relatives à la pesanteur au problème de la quadrature de la parabole.

Quant à l'*Arénaire*, il est adressé au roi Gélon, fils de Hiéron, et je pense pour cette raison que ce doit être le dernier ouvrage d'Archimède. Je serais tenté d'en rapprocher la *Mesure du cercle*, parce qu'Archimède n'avait pas besoin de la mesure du cercle avant d'entamer la question qu'il traite dans l'*Arénaire*.

Jusque-là, en effet, il compare des figures entre elles, des volumes entre eux; il établit des équivalences, mais il n'évalue ni une surface ni un volume; tandis que dans le traité de l'*Arénaire* il a besoin du volume d'une sphère dont le rayon est donné par un nombre de stades et par conséquent il a besoin de connaître la valeur du rapport de la circonférence au diamètre. Il l'y emploie effectivement et il ne l'emploie nulle part ailleurs, de sorte qu'il semble bien que le traité de la *Mesure du cercle* ne soit qu'une introduction au traité de l'*Arénaire*.

Le calcul de π aurait peut-être été la première chose à laquelle eût pensé Hipparque, mais ce devait être la dernière dont se préoccupât Archimède.

Quant aux traités adressés à Dosithée, on voit par les lettres d'envoi qu'Archimède n'en avait trouvé les éléments qu'à différentes reprises et s'était occupé tantôt des uns, tantôt des autres. Il en avait même envoyé antérieurement, soit à Conon, soit à d'autres, des ébauches incomplètes et même défectueuses. Les copies qu'a reçues Dosithée sont, si l'on peut s'exprimer ainsi, les dernières éditions, en sorte que ces traités n'ont pas de date; on ne sait pas exactement pour tous dans quel ordre les envois ont été faits, mais on le saurait qu'on n'en pourrait tirer aucune conséquence, par la raison que nous venons de dire.

Je suivrai l'ordre adopté par Peyrard, sauf en ce qui concerne le traité de la *Mesure du cercle*.



De la sphère et du cylindre.

Archimède commence par définir une ligne concave d'un même côté et une surface concave d'un même côté; puis il pose ces deux principes que, si deux lignes concaves d'un même côté ont mêmes extrémités et que l'une entoure l'autre, la ligne entourante sera plus longue que la ligne entourée; et que si deux surfaces concaves d'un même côté se terminent à la même ligne dans un plan, et que l'une entoure l'autre, la surface entourante aura plus d'étendue que la surface entourée.

Ces propositions sont indémontrables, ce sont donc de véritables principes; elles fixent les notions de longueur courbe et de superficie courbe et en remplacent les définitions, qu'il serait impossible de donner, à moins de considérer les longueurs des lignes courbes comme limites des longueurs de polygones inscrits et les superficies courbes comme limites de surfaces planes terminées à des lignes courbes planes tracées sur les surfaces courbes proposées, lorsque ce serait possible, ou, dans le cas général, terminées par des lignes polygonales ayant leurs sommets, seulement, sur les surfaces courbes considérées.

Archimède pose encore ce troisième principe : Si deux grandeurs, longueurs, superficies ou solides, sont inégales, leur différence ajoutée à elle-même un assez grand nombre de fois surpassera l'une ou l'autre des deux grandeurs comparées.

Les personnes qui connaissent la Géométrie de Legendre savent

quel usage on peut faire de ces principes et comment ils suffisent; mais cet ouvrage ne donnerait qu'une idée bien imparfaite de la manière infiniment plus fine dont Archimède les met en œuvre. Au reste, Legendre, qui n'énonce même pas le troisième principe, comme trop évident, avait affaire à des lecteurs mieux préparés et n'était pas obligé à d'aussi grandes délicatesses.

Je voudrais pouvoir caractériser un peu mieux la méthode d'Archimède, mais il faudrait entrer dans des détails que ne comporte pas l'étendue de cet Ouvrage.

Je me bornerai à faire remarquer la finesse de cette substitution d'idées. Archimède ne dit pas : La différence entre les périmètres de deux polygones réguliers d'un même nombre de côtés, l'un inscrit, l'autre circonscrit à un même cercle, peut devenir plus petite que toute quantité donnée, chose qui paraîtrait très claire aujourd'hui, quoique l'infiniment petit y soit en essence : il dit : Deux quantités inégales et un cercle étant donnés, il est possible d'inscrire un polygone dans ce cercle et de lui en circoncrire un autre (semblable, de manière que la raison du côté du polygone circonscrit au côté du polygone inscrit soit moindre que la raison de la plus grande quantité à la plus petite.

Voici les énoncés des principales propositions contenues dans le *Traité de la sphère et du cylindre*; la forme en est importante à remarquer pour l'historien :

Proposition XII. — La surface d'un cylindre droit quelconque, la base exceptée, est égale à celle d'un cercle dont le rayon est moyen proportionnel entre le côté du cylindre et le diamètre de sa base.

Proposition XV. — La surface d'un cône droit quelconque, la base exceptée, est égale à celle d'un cercle dont le rayon est

moyen proportionnel entre le côté du cône et le rayon du cercle qui est la base du cône.

Proposition XVII. Si un cône droit est coupé par un plan parallèle à la base, la surface comprise entre les plans parallèles est égale à un cercle dont le rayon est moyen proportionnel entre la partie du côté du cône comprise entre les plans parallèles et une droite égale à la somme des rayons des cercles qui sont dans les plans parallèles.

Proposition XXXV. La surface d'une sphère quelconque est quadruple de celle d'un de ses grands cercles.

Archimède ne s'occupe ni du volume du cylindre ni du volume du cône, parce qu'on savait avant lui qu'un cylindre est égal à un prisme de même base et de même hauteur, et qu'un cône est le tiers du cylindre de même base et de même hauteur.

Proposition XXXVI. Une sphère quelconque est quadruple d'un cône qui a une base égale à un grand cercle de cette sphère, et une hauteur égale au rayon de cette même sphère.

Proposition XXXVII. Un cylindre qui a une base égale à un grand cercle d'une sphère et une hauteur égale au diamètre de cette sphère est égal à trois fois la moitié de cette sphère, et la surface de ce cylindre, les bases étant comprises, est aussi égale à trois fois la moitié de celle de cette même sphère.

Cette proposition n'est que la conséquence des précédentes, en raison de ce qui est supposé établi antérieurement et admis, Archimède ne la démontre pas.

Proposition XXXVIII. La surface d'un segment sphérique quelconque est égale à un cercle qui a pour rayon une droite menée du sommet du segment à la circonférence du cercle qui est la base du segment.

Proposition XI. — Un secteur quelconque d'une sphère est égal à un cône qui a une base égale à la surface du segment sphérique qui est dans le secteur, et une hauteur égale au rayon de cette sphère.

Le second livre du *Traité de la sphère et du cylindre* ne contient que les solutions de problèmes d'une grande difficulté, eu égard aux moyens dont pouvait disposer Archimède, et que, du reste, il n'a pas tous résolus.

Voici les énoncés des principaux :

Proposition IV. — Couper une sphère par un plan, de manière que les surfaces des segments aient entre elles une raison donnée.

Proposition V. — Couper une sphère donnée, de manière que les segments aient entre eux une raison donnée.

En appelant h la distance du centre à la base commune des deux segments et $\frac{m}{n}$ le rapport donné du petit au grand segment, le problème revient à la résolution de l'équation

$$h^3 - 3R^2h + 2R^3 \frac{n}{n+m} = 0,$$

qui a ses trois racines réelles. La solution ne pouvait donc pas être obtenue à l'aide de la règle et du compas. Aussi Archimède n'en donne-t-il pas la construction; mais il ramène le problème à partager le diamètre en deux parties telles, que le carré du diamètre soit au carré construit sur le plus grand segment comme le plus petit segment augmenté du rayon est à la ligne formée de n parties du rayon divisé en n plus m parties égales. *Chacune de ces choses aura à la fin, dit-il, sa solution et sa construction; mais il n'en a plus reparlé.* Nous ne citons ce problème que pour

montrer avec quel art Archimède maniait les transformations algébriques.

M. Poinsoot a remarqué le premier que les deux solutions étrangères se rapportent à l'hyperboloïde de révolution conjugué de la sphère, ayant pour axe le diamètre perpendiculairement auquel on voulait mener le plan sécant.



Des conoïdes et des sphéroïdes.

Archimède appelle *sphéroïdes* les corps engendrés par l'ellipse tournant autour de l'un de ses axes, et *conoïdes* les corps engendrés par une hyperbole tournant autour de son axe transverse, ou par une parabole tournant autour de son axe.

« Si un cône est coupé par un plan qui rencontre tous les côtés, la section sera un cercle ou une ellipse; si la section est une ellipse, la figure retranchée du côté du sommet sera appelée un segment de cône. La base du segment sera le plan compris par l'ellipse; son sommet sera le sommet du cône, et son axe sera la ligne droite menée du sommet du cône au centre de l'ellipse.

« Si un cylindre est coupé par deux plans parallèles, qui rencontrent tous les côtés du cylindre, les sections seront des cercles ou des ellipses égales. Si les sections sont des ellipses, la figure comprise entre les plans parallèles sera un segment de cylindre; la base du segment sera l'un des plans compris dans les ellipses, et son axe sera la droite qui joint les centres des ellipses et qui fait partie de l'axe du cylindre. »

Il semblerait que, dans ces passages, Archimède n'entend parler que du cylindre et du cône de révolution; mais il n'en est

évidemment rien, puisque, sans revenir sur ce sujet, il introduit dans les énoncés des théorèmes relatifs aux segments des conoïdes et des sphéroïdes, des segments de cônes à bases circulaires, mais obliques, coupés par des plans perpendiculaires aux plans de symétrie de ces cônes.

Je crois que, pour bien comprendre la pensée d'Archimède, il faut supposer qu'il ne reconnaît pas comme bien défini un cône dont on donne le sommet et la base elliptique, hyperbolique ou parabolique.

Il lui faut la base circulaire de ce cône pour le bien définir, comme il la lui faudrait pour le bien construire.

Le cône, prolongé jusqu'à sa base circulaire, est un vrai cône, tandis que, terminé à sa base elliptique, par exemple, ce n'est qu'un segment de cône.

Cela tient à ce qu'Archimède ne recherche jamais la mesure d'aucune surface ni d'aucun volume, mais le moyen de construire des surfaces ou des volumes plus simples que les proposés, comme figure, et cependant équivalents.

Par exemple, dans la question du segment d'un conoïde hyperbolique ou d'un sphéroïde, ce qu'il cherche c'est le moyen de construire un corps plus simple que ce segment, mais ayant même volume, et il lui paraît que, pour arriver au segment de cône, il faut passer par le cône, parce qu'on peut faire construire un cône et le couper ensuite, tandis qu'on ne pourrait pas faire construire un segment de cône.

Archimède appelle *diamètre d'un segment d'une parabole* une droite qui coupe en parties égales toutes les parallèles à la base, et, plus spécialement, la portion de cette droite comprise dans le segment.

Il appelle *axe d'un segment de conoïde ou de sphéroïde* la droite qui va du centre de la base du segment au point de contact du plan tangent au conoïde, parallèle à la base du segment.

Proposition IV. — Si d'une parabole on retranche deux segments qui aient des diamètres égaux, ces segments seront égaux.

Proposition V. La surface comprise dans l'ellipse est au cercle décrit sur le grand axe comme le petit axe est au grand axe.

Proposition VI. La surface comprise dans l'ellipse est à un cercle quelconque comme la surface comprise sous les deux axes de l'ellipse est au carré du diamètre du cercle. (La surface comprise sous deux droites est le rectangle qui a pour côtés ces deux droites.)

Proposition VII. — Les surfaces comprises dans deux ellipses sont comme les surfaces comprises sous leurs axes.

Archimède s'occupe, dans les propositions suivantes, de déterminer la base circulaire d'un cône oblique contenant une ellipse donnée et dont le sommet soit un point donné, dans le plan mené par le grand axe de l'ellipse perpendiculairement à son plan.

Proposition XI. — « Il a été démontré par ceux qui ont vécu avant nous que deux cônes (il s'agit ici de cônes droits ou obliques, mais à bases circulaires) sont entre eux en raison composée des bases et des hauteurs. On démontrera de même que deux segments quelconques de cônes (c'est-à-dire deux cônes à bases elliptiques) sont entre eux en raison composée des bases et des hauteurs. On démontrera aussi qu'un segment quelconque de cylindre est triple du segment de cône qui a la même base et la même hauteur. »

Proposition XII. Si un conoïde parabolique est coupé

par un plan parallèle à l'axe, la section sera une parabole égale à la parabole génératrice.

• Si un conoïde hyperbolique est coupé par un plan parallèle à l'axe, la section sera une hyperbole semblable à l'hyperbole génératrice.

• Si un sphéroïde est coupé par un plan parallèle à l'axe, la section sera une ellipse semblable à l'ellipse génératrice.

• Les démonstrations de toutes ces propositions sont continues. »

Proposition XIII. — Si un conoïde parabolique est coupé par un plan oblique à l'axe, la section sera une ellipse dont le grand diamètre (l'axe) sera la section du plan sécant par celui qui, lui étant perpendiculaire, passe par l'axe, et le petit diamètre sera égal à l'intervalle des droites menées parallèlement à l'axe par les extrémités du grand diamètre.

Proposition XIV. — Si un conoïde hyperbolique est coupé par un plan qui rencontre tous les côtés du cône asymptote, la section sera une ellipse; son grand diamètre sera la section du plan coupant par celui qui, lui étant perpendiculaire, passe par l'axe.

Proposition XV. — Si un sphéroïde allongé est coupé par un plan, la section sera une ellipse. L'un de ses diamètres (axes) sera la section du plan coupant par celui qui, lui étant perpendiculaire, passe par l'axe.

Archimède, dans ces trois propositions, fait voir que le carré construit sur la perpendiculaire abaissée d'un point de la section sur le premier diamètre (l'axe de la section qui rencontre l'axe de la surface) est à la surface comprise sous les deux segments de ce diamètre, dans un rapport constant, qu'il détermine. On croi-

rait qu'il va employer l'équation de l'ellipse

$$y^2 = b^2 - \frac{b^2}{a^2} x^2.$$

Proposition XXIII. — Un segment quelconque d'un conoïde parabolique, retranché par un plan perpendiculaire sur l'axe, est égal à trois fois la moitié du segment du cône qui a la même base et le même axe que le segment.

Proposition XXIV. — Même théorème pour un segment retranché par un plan oblique à l'axe du conoïde.

Proposition XXV. — Si deux segments d'un conoïde parabolique sont retranchés par deux plans dont l'un soit perpendiculaire sur l'axe et l'autre oblique, et si les axes des segments sont égaux, les segments seront aussi égaux.

Proposition XXVI. — Si deux segments d'un conoïde parabolique sont retranchés par des plans conduits d'une manière quelconque, ces segments sont entre eux comme les carrés de leurs axes.

Proposition XXVII. — Un segment d'un conoïde hyperbolique est au segment de cône qui a la même base et le même axe que le segment (c'est-à-dire au cône qui a pour base la section faite par le plan sécant et pour sommet le point de contact du plan tangent parallèle) comme une droite composée de l'axe du segment et du triple de la droite ajoutée à l'axe (la droite ajoutée à l'axe est la distance au centre du conoïde du sommet du segment, ou du point de contact du plan tangent mené parallèlement à la base) est à une droite composée de l'axe du segment et du double de la droite ajoutée à l'axe.

Proposition XXVIII. — La moitié d'un sphéroïde coupé par

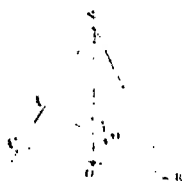
un plan passant par le centre est double du segment de cône qui a la même base et le même axe que le segment.

Proposition XXXII. -- Si un sphéroïde est coupé par un plan qui ne passe pas par le centre, le plus petit segment sera au segment de cône qui a la même base et le même axe que ce segment comme une droite composée de la moitié de la droite qui joint les sommets des deux segments (c'est le diamètre qui joint les points de contact des plans tangents parallèles au plan sécant) et de l'axe du petit segment est à l'axe du grand segment.

Il nous paraît important de compléter, à l'égard de ces théorèmes, la pensée d'Archimède en faisant concourir à leur interprétation tout l'ensemble de son œuvre.

Prenons, par exemple, l'énoncé de la proposition XXVIII; voici ce qu'il signifie: Supposons qu'on ait construit en bois, par exemple, un conoïde hyperbolique et qu'on ait séparé un segment de ce conoïde par un trait de scie: la base sera une ellipse dont on pourra tracer les deux axes dans le plan du trait; soient AB (fig. 5) le grand axe, CD le petit axe et O le centre; le segment

Fig. 5.



étant d'ailleurs posé sur une table plane, de façon que la base

repose sur cette table, on pourra déterminer le sommet S du segment en menant à la surface convexe de ce segment un plan tangent parallèle au plan de la table; le triangle SAB pourra alors être construit et, le petit axe CD de l'ellipse contenue dans le plan mené par AB perpendiculairement à SAB étant connu, on pourra construire (comme il le montre dans la proposition IX) la trace BA' du plan dans lequel il faudrait décrire un cercle ayant BA' comme diamètre, pour que le cône ayant pour sommet S et pour base le cercle décrit sur BA' comme diamètre, contînt l'ellipse $ABCD$.

Soit O' le centre de ce cercle; on pourra construire en bois, par exemple, le cône oblique ayant le cercle BA' pour base et $O'S$ pour axe.

Ce cône étant construit, on le coupera par le plan AB , et l'on aura le segment de cône dont il est question dans l'énoncé.

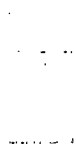
On pourrait substituer à ce segment de cône le tiers d'un cylindre ayant pour base l'ellipse $ABCD$ et pour axe SO , mais il vaudra mieux couper en trois parties égales, parallèlement à la base, le cylindre qui, ayant toujours pour base l'ellipse $ABCD$ et pour axe indéfini SO , aurait pour longueur d'une de ses arêtes une quatrième proportionnelle à une droite composée de OS et du double de la droite ajoutée à l'axe, à une droite composée de OS et du triple de la droite ajoutée à l'axe, et enfin à OS .

Ce cylindre oblique, ou segment de cylindre à bases elliptiques parallèles, aura même volume que le segment du conoïde.

Mais, d'après la proposition VI, puisque une ellipse est égale à un cercle dont le diamètre est moyen proportionnel entre les axes de cette ellipse, on pourra remplacer le cylindre à bases elliptiques par un cylindre à bases circulaires; on pourra même

rendre droit ce cylindre comme l'ont enseigné ceux qui ont écrit auparavant; enfin, puisque un cercle est égal à un triangle rectangle ayant pour base le rayon et pour hauteur la circonférence, on pourra remplacer le cylindre droit à base circulaire par un

Fig. 6.



prisme droit à base triangulaire, et ce dernier corps par un parallélépipède rectangle, en coupant le triangle (*fig. 6*) par une parallèle à sa base à la moitié de la hauteur et ramenant le petit triangle séparé à côté du trapèze restant.

Tout cela paraît merveilleux, et cependant Archimède n'emploie que juste les mêmes procédés qui lui ont servi pour la théorie relative aux segments sphériques.

Il coupe les segments de conoïdes hyperboliques ou de sphéroïdes par des plans équidistants, menés parallèlement aux bases, et sur les sections comme bases il construit des cylindres obliques, parallèles à l'axe du segment. Les sections sont des ellipses, mais ces ellipses ne sont que des cercles dont le petit axe est raccourci. Les grands axes de ces ellipses ne varient pas comme les cordes équidistantes et parallèles d'un cercle, mais elles sont à ces cordes dans un rapport constant; quant aux axes des cylindres et du segment, ils ne sont pas perpendiculaires aux plans des bases.

mais leur obliquité est conservée dans le segment de cône équivalent.

Les segments de conoïdes hyperboliques ou de sphéroides peuvent donc, moyennant trois corrections distinctes, être assimilés aux segments sphériques.

Quant aux segments de conoïdes paraboliques, la question est naturellement plus simple, et nous n'en parlons pas.



Traité des Hélices.

Le *Traité des Hélices* présente peu d'intérêt aujourd'hui, parce qu'il se rapporte à une question spéciale n'ayant de rapport nécessaire avec aucune autre; mais les solutions des problèmes que s'y pose Archimède ne sont pas moins remarquables que celles des questions qu'il envisage dans ses autres traités.

L'hélice est la courbe engendrée par un point qui se meut sur une droite d'un mouvement uniforme, tandis que cette droite tourne elle-même d'un mouvement uniforme autour d'un de ses points.

Archimède démontre que la tangente à l'hélice en un de ses points rencontre la perpendiculaire au rayon vecteur tiré vers ce point, à une distance du point origine égale à l'arc du cercle décrit du point origine comme centre et passant par le point de contact, qui est compris entre ce point de contact et le rayon origine.

Il démontre en second lieu qu'un secteur de l'hélice, compris entre deux rayons vecteurs, est au secteur, compris entre les

mêmes droites, du cercle décrit du point origine comme centre avec un rayon égal au plus grand des deux rayons vecteurs, comme le rectangle des deux rayons vecteurs ajouté au tiers du carré de la différence de ces mêmes rayons est au carré du plus grand rayon.



Traité de l'équilibre des plans ou de leurs centres de gravité.

LIVRE PREMIER.

Dans la première Partie, Archimède établit la théorie du levier, savoir : que des graves sont en équilibre lorsqu'ils sont réciproquement proportionnels aux longueurs auxquelles ils sont suspendus.

Dans la seconde Partie, il détermine les centres de gravité du parallélogramme, du triangle et du trapèze.

LIVRE SECOND

Archimède s'y occupe de la détermination du centre de gravité d'un segment de parabole ; il trouve, proposition VIII. que le centre de gravité d'un segment de parabole à une base est dans le diamètre de ce segment et le partage de manière que la partie qui est vers le sommet est égale à trois fois la moitié de la partie qui est vers la base.

Il démontre ensuite, proposition X, que le centre de gravité d'un segment parabolique à deux bases parallèles est dans le diamètre, et que, si la portion du diamètre comprise entre les bases est divisée en cinq parties égales, le centre de gravité est dans la partie moyenne, au point qui la divise, de façon que la portion qui

est plus près de la petite base soit à l'autre portion comme un solide ayant pour base le carré construit sur la moitié de la grande base et pour hauteur le double de la petite base augmenté de la grande, est à un solide ayant pour base le carré construit sur la moitié de la plus petite base et pour hauteur le double de la grande base augmenté de la petite.

Dans cette proposition X, Archimède considère le segment à deux bases comme la différence de deux segments à une base, et trouve par un art admirable la règle si simple que nous venons de transcrire et à laquelle on n'arriverait encore aujourd'hui que difficilement par transformation de la formule de l'abscisse du centre de gravité du segment, car il y a pour cela à supprimer, aux deux termes du rapport cherché, un facteur trinôme du second degré commun, qu'on n'apercevrait pas facilement si l'on n'était prévenu de sa présence.

Quant à la proposition VIII, il la démontre en substituant au segment considéré une figure polygonale qu'il appelle *régulière*, et qu'il forme de la manière suivante : Il inscrit d'abord dans le segment un triangle ayant même base et même sommet, puis dans chaque nouveau segment un nouveau triangle ayant même base et même sommet que lui, et ainsi de suite.

La théorie se réduit alors essentiellement à la proposition V : Si, dans un segment compris par une droite et une parabole, on inscrit régulièrement une figure rectiligne, le centre de gravité du segment est plus près du sommet que le centre de gravité de la figure rectiligne; à la proposition VI : Un segment compris par une droite et par une parabole étant donné, on peut lui inscrire régulièrement une figure rectiligne, de manière que la droite qui est entre le centre de gravité du segment et celui de

la figure rectiligne soit plus petite que toute droite proposée; enfin à la proposition VII : Les centres de gravité de deux segments semblables compris par une droite et par une parabole coupent leurs diamètres dans la même raison.

Archimède s'était déjà servi de l'équivalent de cette dernière proposition dans la théorie du centre de gravité d'un triangle; mais dans cette théorie le principe était évident, les triangles considérés étant alors véritablement semblables (c'était le triangle proposé et, par exemple, celui qu'on en sépare, du côté du sommet, par une parallèle à la base menée à la moitié de la hauteur), tandis que, si l'on veut bien supposer que dans la proposition VII les segments considérés sont effectivement semblables, en réalité Archimède applique ensuite cette proposition VII à des segments qui ne le sont pas du tout.

Ainsi il suppose que le centre de gravité d'un segment parabolique et les centres de gravité des segments que l'on obtient en

Fig. 7.



joignant le sommet du premier aux extrémités de sa base divisent les diamètres respectifs de ces trois segments en parties

proportionnelles, c'est-à-dire que G , G et G' *fig. 7* sont semblablement placés sur SC , $S'C$ et $S'C'$, ce qui n'est pas démontré.

La lacune est, il est vrai, facile à combler : Archimède suppose évidemment démontré, ce qui le sera dans le *Traité de la quadrature de la parabole*, que le triangle inscrit dans un segment de parabole est les $\frac{2}{3}$ du segment de la parabole. Le triangle ASB étant en effet supposé égal aux $\frac{2}{3}$ du segment ASB , la somme des deux segments secondaires $AS'S$ et $BS'S$ est égale au quart de ce segment ASB ; mais ces deux segments sont égaux : chacun d'eux est donc le huitième du premier; les triangles secondaires sont donc chacun les trois quarts du huitième du premier segment, et ainsi de suite; de sorte que dans deux segments semblables, ou non semblables, de paraboles, les figures rectilignes régulièrement inscrites et d'un même nombre de côtés sont toujours composées de suites de triangles, disposés analogiquement, et dont les surfaces quand on compare les triangles de même rang; sont dans un rapport constant. D'un autre côté, tous les diamètres d'une parabole étant parallèles entre eux, les médianes de tous les triangles successifs sont parallèles entre elles; d'ailleurs les médianes de deux triangles de même rang, dans les deux figures régulièrement inscrites, ont entre elles un rapport constant; car, par exemple, $S'S'$ étant parallèle à AB , ainsi que $C'C'$, $S'C'$ est égale à $S''C'$ et par suite à $S\Sigma$ ou à $S\Sigma'$, d'après les propriétés connues de la parabole; $S'C'$ et $S'C'$ sont donc les moitiés de $S\Sigma'$; mais $S\Sigma'$ est la moitié de SC , par conséquent $S'C'$ et $S'C'$ sont chacune le quart de SC .

Enfin les médianes de tous les triangles composant les deux figures régulièrement inscrites étant divisées toutes en parties proportionnelles par les centres de gravité de ces triangles, et ces

médianes étant d'ailleurs toutes portées à des hauteurs proportionnelles au-dessus des bases des deux segments primitifs et rencontrant aussi les bases à des distances proportionnelles de leurs milieux respectifs, il en résulte bien que, s'il n'y a pas similitude effective, l'analogie existante en présente du moins tous les caractères, les angles seuls étant changés.

Il est bon de remarquer ici qu'autant Archimède s'étudiait à pousser la rigueur jusqu'aux dernières limites dans ses *Traité de la sphère et du cylindre, des hélices et des conoïdes*, autant il est concis dans ses *Traité de l'équilibre des plans, de la quadrature de la parabole* et de *la mesure du cercle*. C'est sans doute que ces traités sont destinés à des lecteurs moins nombreux et plus choisis.

Cependant j'ai peine à croire qu'Archimède ait appelé semblables des figures qui ne le sont pas; peut-être le mot *semblable* a-t-il été introduit par les copistes au lieu d'un autre mot analogue; peut-être, plutôt, quelques propositions manquent-elles dans le texte qui nous est parvenu?

Quoi qu'il en soit, voici comment Archimède achève la détermination du centre de gravité du segment de parabole à une base.

Après y avoir inscrit un premier triangle, il considère le segment primitif comme composé de ce triangle et des deux segments secondaires; il connaît le centre de gravité du triangle; et les centres de gravité des trois segments devant diviser leurs diamètres respectifs en parties proportionnelles, comme il faut d'ailleurs que la composition du poids des trois parties du premier segment fasse retrouver le centre de gravité de ce segment, il en résulte une condition suffisante.

De la quadrature de la parabole.

Nous avons déjà dit que les ouvrages d'Archimède que nous possédons sont les dernières copies qu'il en ait envoyées, et qu'il retoucha plusieurs fois quelques-uns d'entre eux. Le *Traité de la quadrature de la parabole* en offre une nouvelle preuve.

Il est évident qu'Archimède était en possession de son théorème sur le rapport des surfaces d'un segment de parabole et du triangle inscrit, lorsqu'il composait le second livre de son *Traité de l'équilibre des plans*, où il s'agit du centre de gravité d'un segment de parabole. Mais il est évident aussi qu'il avait achevé le premier livre du *Traité de l'équilibre des plans*, lorsqu'il entama le problème de la quadrature de la parabole ; car c'est par des considérations mécaniques qu'il parvint d'abord à résoudre ce problème.

Il est probable que, peu satisfait de la méthode détournée par laquelle il y avait été conduit, il s'est ensuite occupé simultanément du second livre du *Traité de l'équilibre des plans* et de la seconde partie du *Traité de la quadrature de la parabole*.

Quoi qu'il en soit, nous allons analyser les deux solutions que donne successivement Archimède du problème de la quadrature de la parabole.

Première solution.

Après avoir rappelé quelques propriétés de la parabole qui se trouvent, dit-il, dans les éléments, et notamment que les carrés des demi-cordes d'une parabole parallèles à la base d'un segment sont entre eux comme les distances des pieds de ces cordes sur leur

diamètre commun, à l'extrémité de ce diamètre. Archimède établit, propositions VI à XIII, les conditions d'équilibre d'une surface donnée S suspendue à l'extrémité gauche, par exemple, d'une balance à bras égaux et d'un trapèze qui peut se réduire à un triangle ayant ses bases perpendiculaires au fléau de la balance et attaché au bras droit de la balance aux points de rencontre de ce bras avec les bases du trapèze.

Par exemple, si le trapèze se réduit à un triangle rectangle dont un des côtés de l'angle droit ait la longueur de l'un des bras de la balance, le sommet de l'angle droit étant d'ailleurs au point fixe

Fig. 8.



du levier, le triangle est le triple de la surface S *fig. 8*, puisque son centre de gravité est à une distance trois fois moindre du point fixe.

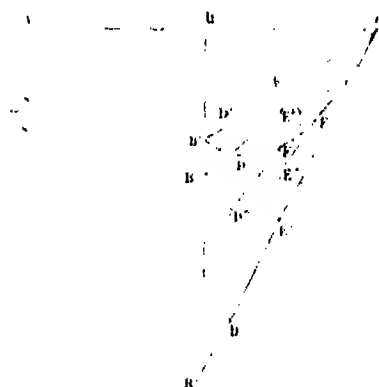
Ces conditions étant établies, Archimède considère un segment parabolique dans un plan vertical, et le dirige de façon que les diamètres de la parabole à laquelle il appartient soient verticaux.

Soit $B'MC$ ce segment (*fig. 9*) ; il prend C pour extrémité du fléau de droite d'une balance à bras égaux, et place le point fixe sur la verticale de B' ; le segment est ainsi suspendu au bras droit de la balance.

Archimède divise ce segment en secteurs par les rayons (1).

CE, et même la tangente en C, qui est le dernier rayon vecteur.

Fig. 9.



Il suspend alors à l'extrémité du fléau de gauche, c'est-à-dire en A, des surfaces $S, S', \dots$, qui fassent respectivement équilibre aux trapèzes $B'D'D''B'$, $D'E'E''D'$, ...

Le triangle $B'CB''$ est alors triple de la surface $S + S' + \dots$.

Mais il démontre que S est comprise entre zéro et le trapèze $B'D'D''B'$; que S' est comprise entre les deux trapèzes $D'E'E''D'$ et $D'E'E'D'$.

Or la surface du segment est aussi comprise entre la somme des trapèzes intérieurs et la somme des trapèzes extérieurs, et les deux sommes de trapèzes peuvent se rapprocher autant qu'on le veut de la surface du segment, sans que la multiplication des rayons vecteurs change rien à la somme des surfaces $S, S', S'', \dots$ qui doit faire équilibre au triangle fixe $B'CB''$. La somme de ces surfaces est donc égale à celle du segment, mais elle est le tiers du

triangle $B'CB'$; le segment est donc aussi le tiers de ce triangle.

Nous ne pouvons entrer dans les détails d'aucune des démonstrations du grand géomètre, et véritablement nous ne le voudrions pas : il faut les lire. Tout le monde peut vérifier l'exactitude des énoncés de ses théorèmes, mais ceux qui l'essayeront auront seuls une idée approximative de la grandeur de son génie.

Il y a dans chaque ensemble de propositions relatives à une même question traitée par Archimède quelque chose qui confond véritablement et qui étonne d'autant plus qu'on a mieux compris : on éprouve toujours, en le lisant, l'impression assez désagréable de sa propre infériorité.

« Ceux qui sont en état de comprendre Archimède, disait Leibniz, admirent moins les découvertes des plus grands hommes modernes. »

Je trouve que c'est au moins plus que vrai.

Deuxième solution.

La première solution offre tant d'attrait, à cause de sa singularité et parce qu'elle est moins parfaite, qu'elle nuira un peu à la seconde, qui, plus régulière, est en même temps meilleure.

Archimède commence encore par rappeler quelques propositions « établies par ceux qui ont vécu avant lui » ; puis, remarquant que le triangle inscrit dans un segment de parabole, c'est-à-dire ayant pour base la base du segment et pour sommet le point de contact de la tangente parallèle à la base, est plus grand que la moitié de ce segment, il en conclut que si l'on continue la formation de la figure polygonale régulièrement inscrite, la surface de cette figure pourra différer aussi peu qu'on le voudra de la surface du segment.

Si, dans un segment de parabole, on inscrit un triangle ayant pour base la base du segment et pour sommet le point de contact de la tangente parallèle à la base; si, dans les segments secondaires séparés, on inscrit des triangles déterminés de la même manière, puis dans les segments tertiaires des triangles encore déterminés suivant la même règle, etc., le premier triangle est octuple de l'un des suivants, l'un de ceux-ci octuple de l'un de ceux du troisième rang, et ainsi de suite; ainsi *fig. 10*

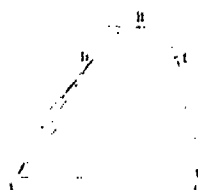
$$ABC = 8 ADB$$

ou

$$ABC = 4 ADB + 4 BEC.$$

C'est-à-dire que chaque triangle, considéré comme primaire, est

Fig. 10.



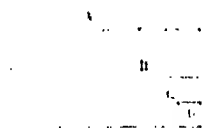
quadruple de la somme des deux triangles secondaires qui en dérivent.

Mais la somme totale des triangles inscrits se rapproche indéfiniment de la surface du segment. Cette surface du segment se compose donc du triangle inscrit, du quart de ce triangle, du quart du quart du même triangle, etc.; elle est donc égale aux quatre tiers de ce triangle.

Mais il ne faudrait pas croire qu'Archimède, pour arriver à cette dernière conclusion, se serve d'une règle connue de son temps : c'est la première fois que la question se présente; mais elle ne l'étonne pas plus qu'elle ne l'arrête. Voici comment il énonce le théorème : Si tant de grandeurs que l'on voudra sont placées à la suite les unes des autres et si chacune d'elles contient quatre fois celle qui suit immédiatement, la somme de ces grandeurs, conjointement avec le tiers de la plus petite, est égale à quatre fois le tiers de la plus grande. Il démontre cette proposition par la considération d'un carré, du carré construit sur la moitié du côté de ce carré, du carré construit sur la moitié de la moitié du côté du premier carré, et ainsi de suite.

Cette démonstration mérite d'être rapportée tout au long. Soient A, B, C, D. . . (fig. 11) les grandeurs considérées, qui,

Fig. 11.



comme on le voit, sont des carrés dont les côtés sont chacun la moitié de celui du précédent, et soient S, S', S'', . . . des surfaces qui soient respectivement les tiers de B, C, D. . . : S = B sera le tiers de A, S' = C sera le tiers de B, S'' = D sera le tiers de C . . . : donc

$$B + C + D + \dots = S + S' + S'' + \dots$$

sera le tiers de

$$A + B + C + D \dots$$

mais

$$S + S + S'' \dots$$

est le tiers de

$$B + C + D \dots$$

donc

$$B + C + D \dots$$

est le tiers de A, donc

$$A + B + C + D \dots$$

est les quatre tiers de A.

Il trouve toujours des inventions merveilleuses pour tourner toutes les difficultés qui se présentent.



Des corps qui sont portés sur un fluide.

Ce traité se compose de deux livres, dont le premier contient les principes d'Hydrostatique et leur application à l'équilibre d'un segment sphérique porté sur un fluide, et le second la théorie de l'équilibre d'un segment droit de conoïde parabolique porté sur un fluide.

Quelques parties du premier ont péri et le second ne contient pas les propositions dans lesquelles Archimède devait déterminer le centre de gravité d'un segment de conoïde parabolique. Archimède suppose que l'on sait que ce centre de gravité divise l'axe du segment au tiers de sa longueur à partir de la base. Il est probable que la question était traitée dans un livre qui

devait faire suite à l'*Équilibre des plans*, qui aurait pu être intitulé *Équilibre des solides*, et dont le titre même ne nous serait pas parvenu.

LIBRE PREMIER.

HYPOTHÈSE I. On suppose que la nature d'un fluide est telle que, ses parties étant également placées et continues entre elles, celle qui est moins pressée est chassée par celle qui l'est davantage. Chaque partie du fluide est pressée par le fluide qui est au-dessus suivant la verticale, soit que le fluide descende quelque part, soit qu'il soit chassé d'un lieu dans un autre.

Proposition I. — Si une surface est coupée par un plan passant toujours par le même point et si la section est une circonférence de cercle ayant pour centre le point par lequel passe le plan coupant, cette surface est une surface sphérique.

Proposition II. — La surface de tout fluide en repos est sphérique, et le centre de cette surface sphérique est le même que le centre de la Terre.

Proposition III. — Si un corps, qui, sous un volume égal, a la même pesanteur qu'un fluide, est abandonné dans ce fluide, il s'y plongera jusqu'à ce qu'il n'en reste rien hors de la surface du fluide; mais il ne descendra point plus bas.

Proposition IV. — Si un corps plus léger qu'un fluide est abandonné dans ce fluide, une partie de ce corps restera au-dessus de la surface de ce fluide.

Proposition V. — Si un corps plus léger qu'un fluide est abandonné dans ce fluide, il s'y enfoncera jusqu'à ce qu'un volume de liquide, égal au volume de la partie du corps qui est enfoncée, ait la même pesanteur que le corps entier.

Archimède démontre ces propositions en supposant une surface sphérique concentrique à la terre, mais placée au-dessous des corps considérés, et il fait voir que, pour que les pressions exercées verticalement sur les différentes parties de cette surface sphérique intérieure soient partout égales, il faut que les choses se passent comme il l'a dit dans chaque énoncé.

Proposition I. — Si un corps plus léger qu'un fluide est enfoncé dans ce fluide, ce corps remontera avec une force d'autant plus grande qu'un volume égal du fluide sera plus pesant que ce corps.

Archimède emploie pour le démontrer cet ingénieux artifice : le corps considéré étant entièrement plongé, mais affleurant la surface du fluide, il le surmonte d'un autre corps dont le poids soit la différence de ceux du liquide déplacé et du corps. L'ensemble des deux corps est en équilibre, d'après la proposition V; par conséquent le premier corps, qui supporte le second, est soumis, de la part du liquide, à une force égale au poids du second.

Proposition II. — Si un corps plus pesant qu'un fluide est abandonné dans ce fluide, il sera porté en bas jusqu'à ce qu'il soit au fond; et ce corps sera d'autant plus léger dans ce fluide, que la pesanteur d'une partie du fluide, ayant le même volume que ce corps, sera plus grande.

Cet énoncé ne paraît pas très clair. En réalité Archimède démontre dans cette proposition que le poids du corps plongé est la différence entre son poids hors du liquide et celui du liquide déplacé. Il se sert pour cela d'un artifice analogue à celui qu'il a employé dans la proposition précédente. Il lie au corps considéré un autre corps plus léger que le fluide et tel que l'excès du poids

du liquide qu'il déplace, sur son propre poids, soit égal à l'excès du poids du premier corps sur le poids du liquide qu'il déplace. Le système des deux corps est alors en équilibre ; mais puisque le second est poussé en haut proposition VI, le premier est donc poussé d'autant en bas.

HYPOTHÈSE II. — Nous supposons que les corps qui, dans un fluide, sont portés en haut, le sont chacun suivant la verticale qui passe par leurs centres de gravité.

Dans les deux propositions suivantes, qui terminent le premier livre, Archimède démontre que si un segment sphérique plus léger qu'un liquide est en équilibre sur ce liquide, son axe sera vertical. Il ne détermine pas la position du cercle de flottaison. la question ayant sa solution dans le *Traité de la sphère et du cylindre*.

DEUXIÈME LIVRE.

Proposition I. — Si une grandeur solide quelconque plus légère qu'un fluide est abandonnée dans ce fluide, la pesanteur de cette grandeur sera à la pesanteur d'un volume égal du fluide comme la partie de cette grandeur qui est submergée est à la grandeur entière.

Cet énoncé n'est qu'une variante d'un des précédents.

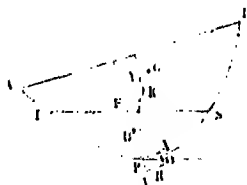
Proposition II. — Lorsqu'un segment droit d'un conoïde parabolique n'a pas son axe plus grand que trois fois la moitié du demi-paramètre, si ce segment, quelle que soit sa pesanteur par rapport à celle du fluide, est abandonné dans ce fluide, et s'il est posé incliné de manière que sa base ne touche point le fluide, il ne restera point incliné, mais il se placera verticalement.

Archimède entend par paramètre d'une parabole le quadruple de la distance du foyer au sommet.

La démonstration d'Archimède avait été perdue : celle qui se trouve dans toutes les éditions est de Commandin, mais elle a été calquée sur la suivante qui existait.

Archimède ne suppose dans cette démonstration aucun rapport connu entre les poids d'un même volume du liquide et du paraboloïde, parce qu'il lui suffit que la distance du centre de gravité R du segment considéré à son sommet O (fig. 12) soit moindre que

Fig. 12.



le demi-paramètre pour pouvoir affirmer que la verticale RT passera entre le sommet O et le sommet P du segment immergé IPS. En effet, si RO est moindre que p , soit $RH = p$, menons l'axe PF du segment immergé, abaissons HV perpendiculaire à FP et PX perpendiculaire à RO, puis menons la verticale PY et joignons RV.

XY sera la sous-normale correspondante au point P; elle sera donc égale à p et par suite à RH; d'un autre côté, les angles en X et H sont droits, par conséquent les triangles YPX et RVH seront égaux comme ayant les côtés de l'angle droit égaux : donc VR sera parallèle à PY, c'est-à-dire vertical. Mais puisque le point H est en dehors de la parabole, le point V est nécessairement

sur le prolongement de FP , donc la verticale du point R passe entre P et O .

Cela posé, le centre de gravité du segment immergé est au point B , qui divise FP au tiers de sa longueur à partir de F , et le centre de gravité de la partie $AISL$ non immergée doit être quelque part sur le prolongement de BR , en G par exemple.

Cela étant, la partie immergée, dit Archimède, sera donc portée en haut, et la partie non immergée portée en bas; le segment ne restera donc pas en équilibre.

En d'autres termes, puisque la verticale RV laisse à sa gauche le point P , à plus forte raison y laissera-t-elle le point B , tandis que G sera à sa droite. Les trois points B , R et G n'étant donc pas sur une même verticale, l'équilibre sera impossible.

Cette proposition est une merveille, mais peut-être la sobriété d'Archimède en rend-elle un commentaire indispensable.

Il est évident, en effet, que la condition que RO fût moindre que le demi-paramètre ne serait pas nécessaire pour que l'équilibre fût impossible, si l'inclinaison de l'axe du segment de conoïde par rapport à l'horizon était donnée; car si RO était égal au demi-paramètre, la ligne HV étant alors tirée du point O , n'en rencontrerait pas moins FP en dehors de la parabole.

Mais Archimède ne cherche pas la condition que RO devrait remplir pour une position donnée du segment du conoïde, et en supposant à ce conoïde une densité donnée par rapport au liquide, il donne la condition pour que l'axe du conoïde doive se redresser, quelle que soit son inclinaison par rapport à la surface de niveau et quelle que soit la densité du conoïde, supposé seulement plus léger que le liquide.

Or cette condition est bien que RO soit inférieur au demi-

paramètre. Car, d'une part, si l'axe du conoïde faisait un angle suffisamment petit avec la verticale, pour peu que RO dépassât le demi-paramètre, le point V viendrait se placer au-dessus de P. D'un autre côté, si la densité du conoïde diminuait suffisamment, le point B se rapprocherait autant qu'on le voudrait de P; par conséquent il y aurait un moment où il tomberait en V; et la droite BRG étant alors verticale, l'équilibre serait possible.

Les démonstrations des propositions suivantes étant analogues à celle que nous venons de rapporter, nous nous bornerons aux énoncés.

Proposition III. — Lorsqu'un segment droit d'un conoïde parabolique n'a pas son axe plus grand que trois fois la moitié du demi-paramètre, si ce segment, quelle que soit sa pesanteur par rapport à celle d'un fluide, est abandonné dans ce fluide, si sa base est tout entière dans le fluide et s'il est posé incliné, il ne restera point incliné, mais il se placera de manière que son axe ait une position verticale. (On suppose, bien entendu, le conoïde plus léger que le fluide.)

Proposition IV. — Lorsqu'un segment droit d'un conoïde parabolique plus léger qu'un fluide a son axe plus grand que trois fois la moitié du demi-paramètre, si la raison de la pesanteur de ce segment à la pesanteur d'un volume égal du fluide n'est pas moindre que la raison du carré de l'excès de l'axe sur trois fois la moitié du demi-paramètre au carré de l'axe: si ce segment étant abandonné dans ce fluide, sa base ne touche pas le fluide, et s'il est posé incliné, il ne restera pas incliné, mais il se placera verticalement.

Proposition V. — Lorsqu'un segment droit d'un conoïde parabolique plus léger qu'un fluide a son axe plus grand que trois

fois la moitié du demi-paramètre : si la raison de la pesanteur du segment à la pesanteur du fluide n'est pas plus grande que la raison du carré de l'excès de l'axe sur trois fois la moitié du demi-paramètre, au carré de l'axe, si ce segment étant abandonné dans le fluide, sa base est tout entière dans ce fluide, et s'il est posé incliné, il ne restera pas incliné, mais il se placera de manière que son axe ait une position verticale.

Proposition VI. — Lorsqu'un segment droit d'un conoïde parabolique plus léger qu'un fluide a son axe plus grand que trois fois la moitié du demi-paramètre, mais cependant trop petit pour qu'il soit au demi-paramètre comme 15 est à 4; si ce segment étant abandonné dans ce fluide, sa base touche la surface du fluide, il ne restera jamais incliné de manière que la base touche la surface du fluide en un seul point.

Proposition VII. — Lorsqu'un segment droit d'un conoïde parabolique a son axe plus grand que trois fois la moitié du demi-paramètre, mais cependant trop petit pour qu'il soit au demi-paramètre comme 15 est à 4; si ce segment étant plongé dans le fluide a sa base entière dans le fluide, le segment ne restera jamais incliné de manière que sa base touche la surface libre du fluide en un point; mais cette base sera tout entière dans le fluide et ne rencontrera sa surface en aucune manière.

Proposition VIII. — Lorsqu'un segment droit d'un conoïde parabolique a son axe plus grand que trois fois la moitié du demi-paramètre, mais cependant trop petit pour qu'il soit au demi-paramètre comme 15 est à 4; si la raison de la pesanteur du segment à la pesanteur du fluide est moindre que la raison du carré de l'excès de l'axe sur trois fois la moitié du demi-paramètre, au carré de l'axe; si ce segment étant abandonné

dans le fluide, sa base ne touche point le fluide, son axe ne se placera pas verticalement, mais de manière à faire avec la surface du fluide l'angle d'un triangle rectangle ayant pour côtés

$$\sqrt{p} \left[h \left(1 - \sqrt{\frac{P}{p}} \right) - p \right]$$

et

$$h \left(1 - \sqrt{\frac{P}{p}} \right) - p,$$

qui serait opposé au premier de ces côtés; p désignant le demi-paramètre, h la hauteur du segment, P et P les densités du cône et du fluide.

Cet énoncé, dont la traduction en langage ordinaire, au moyen d'un grand nombre de phrases superposées, se trouve littéralement dans Archimède, est tout à fait caractéristique.

Il me paraît impossible d'admettre qu'Archimède y soit parvenu, sous la forme simple qu'il lui donne dans sa démonstration synthétique, sans l'avoir trouvée analytiquement sous d'autres formes, qu'il n'a pu modifier que par des transformations algébriques exigeant une théorie en règle.

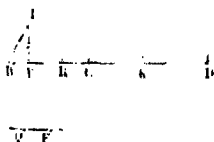
J'ai déjà dit que je crois que les grands géomètres grecs étaient en possession d'une méthode de calcul algébrique déjà très perfectionnée, dont ils n'ont laissé aucune trace dans leurs écrits, parce qu'ils n'ont pas voulu faire à part la théorie de ces procédés logistiques, soit qu'ils en regardassent la possession comme inhérente au génie et comme intransmissible par cela même, soit que n'ayant pas imaginé les signes auxquels nous recourons pour rendre nos formules saisissables, ils aient reculé devant la lon-

gueur des explications qu'ils auraient du tourner en langage ordinaire, soit enfin qu'ils craignissent de n'être pas compris.

Je crois que si on lit attentivement l'énoncé d'Archimède on ne pourra pas penser autrement; voici cet énoncé :

Que BD (*fig. 13*) soit égal à l'axe; que BK soit double de KD; que RK soit égal au demi-paramètre et que CB soit égal à

Fig. 13.



trois fois la moitié de BR. Que la raison du carré de FQ (pour $F = Q$) au carré de DB soit la même que la raison de la pesanteur du segment à la pesanteur du fluide; que F soit double de Q et que RP soit égal à F; conduisons la droite PE perpendiculairement sur BD; que le carré de PE soit la moitié du rectangle compris sous KR et PB, et joignons BE. Il faut démontrer que si le segment est abandonné dans le fluide, il restera incliné de manière que l'axe fera avec la surface du fluide un angle égal à EBP.

C'est-à-dire :

Soient d'abord

$$BD = h, \quad BK = \frac{1}{2}h \quad \text{et} \quad RK = p,$$

d'où

$$BR = \frac{1}{2}h + p;$$

soit, en second lieu,

$$CB = \frac{1}{2}BR = \frac{1}{4}h + \frac{1}{2}p.$$

d'où

$$CD = h - h - \frac{1}{2}p - \frac{1}{2}p.$$

soient, en troisième lieu,

$$\frac{F}{h^2} = \frac{Q^2}{p} \quad \text{et} \quad F = 2Q,$$

d'où

$$\frac{4F^2}{4h^4} = \frac{p}{p} \quad \text{et} \quad F = \frac{1}{2}h \sqrt{\frac{p}{p}};$$

soit encore

$$RP = F = \frac{1}{2}h \sqrt{\frac{p}{p}}.$$

d'où

$$BP = BR - RP = \frac{1}{2}h - p - \frac{1}{2}h \sqrt{\frac{p}{p}} = \frac{1}{2}h \left(1 - \sqrt{\frac{p}{p}} \right) - p;$$

enfin soit

$$\overline{PE}^2 = p \left[\frac{1}{2}h \left(1 - \sqrt{\frac{p}{p}} \right) - p \right].$$

ou

$$PE = \sqrt{p \left[\frac{1}{2}h \left(1 - \sqrt{\frac{p}{p}} \right) - p \right]};$$

l'angle cherché sera l'angle B du triangle EBP.

Si grand que soit Archimède, on ne peut pas, je crois, admettre qu'il ait pu arriver sans analyse à la traduction en langage ordinaire, telle que nous l'avons rapportée, d'une pareille règle.

Il est déjà presque impossible de se passer du calcul algébrique pour suivre ses hypothèses et se rendre compte de son énoncé : que serait-ce donc pour y parvenir ?

De toutes les choses incroyables entre lesquelles, pourtant, il faut bien choisir, en présence du fait, la plus croyable est encore. il me semble, qu'Archimède se servait pour lui-même d'une certaine algèbre et y était très versé.

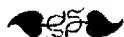
Proposition IX. — Lorsqu'un segment droit d'un conoïde parabolique a son axe plus grand que trois fois la moitié du demi-paramètre, mais trop petit pour que la raison de l'axe au demi-paramètre soit la même que la raison de 15 à 4; si la raison de la pesanteur du segment à la pesanteur du fluide est plus grande que la raison de l'excès du carré de l'axe sur le carré de l'excès de l'axe sur trois fois la moitié du demi-paramètre au carré de l'axe [c'est-à-dire si $\frac{P'}{P} > \frac{h^2 - (h - \frac{1}{2}p)^2}{h^2}$] : si, ce segment étant abandonné dans le fluide, sa base est tout entière dans le fluide, et s'il est posé incliné, il ne tournera pas de manière que son axe devienne vertical, mais son axe se placera de façon à faire avec la surface du fluide l'angle dont la tangente serait

$$\frac{\sqrt{\frac{1}{2}p} \left[\frac{2}{3}h \left(1 - \sqrt{1 - \frac{P'}{P}} \right) - p \right]}{\frac{2}{3}h \left(1 - \sqrt{1 - \frac{P'}{P}} \right) + p}$$

Proposition X. — Lorsqu'un segment droit d'un conoïde parabolique est plus léger qu'un fluide, et que la raison de son axe à trois fois la moitié du demi-paramètre est plus grande que la raison de 15 à 4; si, ce segment étant abandonné dans le fluide, sa base ne touche point le fluide, il sera tantôt vertical et tantôt incliné; il sera quelquefois incliné, de manière que sa base touchera la surface du fluide en un seul point, et cela dans

deux positions différentes; quelquefois sa base s'enfoncera davantage dans le fluide et quelquefois sa base ne touchera en aucune manière la surface du fluide, suivant la raison de la pesanteur du segment à la pesanteur du fluide.

Archimède examine séparément tous les cas.



Résumé de la solution d'Archimède.

Cette solution ne se compose que de deux propositions; mais il est vrai que la dernière occupe trente pages de l'édition de Peyrard. Cela tient d'abord à ce qu'Archimède recule toujours devant l'emploi des procédés d'abréviation que fournirait l'usage de mots définis, qui tinssent lieu de phrases entières; ensuite, à ce qu'il n'a pas de signes pour noter les égalités par lesquelles il passe; enfin à ce qu'il croit arriver à un plus grand degré d'évidence en décomposant toutes ses propositions, lorsque cela est possible. Ce mode d'exposition, en fait, est très fatigant.

Nous allons résumer la solution même d'Archimède, sans y rien changer que le langage, parlé ou noté; sans doute elle y perdra le caractère prodigieux qu'on est tenté de lui attribuer, mais elle y gagnera ceux d'un modèle achevé de Géométrie moderne.

Tout, en effet, se trouve en germe dans la solution d'Archimède : éléments de Trigonométrie, éléments de Géométrie analytique et éléments d'Algèbre.

Soient *fig. 14.*

BAC la section du segment de conoïde par le plan vertical mené par l'axe AO,

h la hauteur AO du segment,

B'A'C' la partie plongée,

h' l'axe A'O' de cette partie,

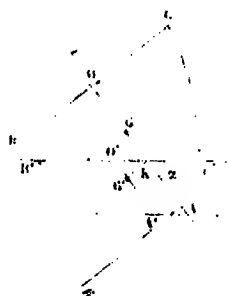
α l'angle que l'axe AO fait avec l'horizon, dans la position d'équilibre,

p le paramètre de la parabole,

G et G' les centres de gravité du segment entier et du segment plongé dans le liquide,

Ay la tangente en A à la parabole de section BAC.

Fig. 14.



Il faut exprimer que GG' fait avec Ay l'angle α , qui est aussi l'angle de la tangente en A à la parabole BAC avec l'axe AOx.

Soient *a* et *b* les distances du point A' aux droites Ax et Ay : les distances des points G et G' aux mêmes droites sont respectivement $\frac{1}{2}h$ et 0. pour le premier : $a = \frac{1}{2}h$ et *b*, pour le second.

Par conséquent

$$GK = a = \frac{1}{3}(h + h')$$

et

$$G'K = b;$$

la raison qui détermine l'angle α (c'est $\tan \alpha$) est donc

$$\frac{a}{b} = \frac{\frac{1}{3}(h + h')}{b};$$

mais cette raison est aussi $\frac{P}{b}$; et d'ailleurs

$$a = \frac{b^2}{2P}.$$

En conséquence, il vient, en appelant K la raison cherchée ($\tan \alpha$),

$$\frac{\frac{1}{3}(h + h')}{\frac{P}{K}} = \frac{\frac{P}{2K^2}}{K};$$

d'où

$$P = \frac{2}{3}(h + h') = \frac{P}{2K^2}.$$

D'un autre côté les volumes du segment entier et de la partie plongée sont

$$\pi Ph^2 \text{ et } \pi Ph'^2,$$

en désignant donc par P et P' les poids d'un égal volume du fluide et du segment de conoïde, on doit avoir

$$\frac{h^2}{h'^2} = \frac{P}{P'}.$$

d'où

$$h = h \sqrt{\frac{p}{p'}};$$

la condition d'équilibre est donc

$$F = 2h \left(1 + \sqrt{\frac{p}{p'}} \right) = 2K^2;$$

d'où

$$K = \tan \gamma = \frac{F}{\sqrt{2p} \left[2h \left(1 + \sqrt{\frac{p}{p'}} \right) - p \right]}.$$

Pour que l'équilibre soit possible sans que l'axe soit vertical, il faut que

$$h > \frac{\frac{1}{2}p}{1 + \sqrt{\frac{p}{p'}}}.$$

On retrouve dans cette formule la condition énoncée dans la proposition II. En effet, si $\frac{p'}{p}$ était infiniment petit, il faudrait absolument que h dépassât $\frac{1}{2}p$.

La condition de réalité de $\tan \gamma$, exprimée par rapport à $\frac{p'}{p}$, donne

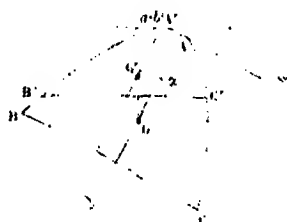
$$\frac{p'}{p} > \frac{h - \frac{1}{2}F}{h^2}.$$

C'est ce qu'exprime l'énoncé de la proposition IV : si le segment de conoïde a son axe plus grand que trois fois la moitié du demi-paramètre ($2p$), et si la raison de la pesanteur de ce segment

à la pesanteur d'un volume égal du fluide n'est pas moindre que la raison du carré de l'excès de l'axe sur trois fois la moitié du demi-paramètre, au carré de l'axe, l'équilibre sera impossible avec une direction inclinée de l'axe.

Du cas où la base du segment est entièrement plongée dans le liquide.

Fig. 15.



Le calcul est entièrement analogue : les coordonnées de G fig. 15) sont $\frac{2}{3}h$ et 0 ; celles de G' sont $a + \frac{2}{3}h'$ et b ; la condition pour que GG' soit verticale est toujours

$$p = \frac{2}{3}h = h = \frac{P}{2} \cot \alpha ;$$

seulement le volume du segment entier reste représenté par

$$\pi p h^2,$$

tandis que celui de la partie plongée devient

$$\pi p h^2 = \pi p h'^2 ;$$

et la condition que le poids du segment entier soit égal au poids du liquide déplacé devient

$$\pi p h^2 P = \pi p (h^2 - h'^2) P ;$$

d'où

$$\frac{h}{h} = \sqrt{1 - \frac{P}{p}}$$

et, par suite, la condition d'équilibre devient

$$p = h \left(1 - \sqrt{1 - \frac{P}{p}} \right) = \frac{P}{2} \cos \gamma,$$

d'où l'on tire la valeur de $\tan \gamma$ conforme à celle donnée par Archimède

$$\tan \gamma = \frac{P}{\sqrt{2p} \left| p - h \left(1 - \sqrt{1 - \frac{P}{p}} \right) \right|}$$



De la mesure du cercle.

Ce Traité se compose des deux propositions I et III et d'un corollaire contenu dans la proposition II : *Un cercle est au carré construit sur son diamètre à peu près comme 11 est à 14*. car, ainsi que cela sera démontré proposition III, la circonférence est, à peu de chose près, égale au triple du diamètre réuni au septième de ce diamètre.

Proposition I. — Un cercle quelconque est égal à un triangle rectangle dont un des côtés de l'angle droit est égal au rayon de ce cercle et dont l'autre côté de l'angle droit est égal à la circonférence de ce même cercle.

Archimède le démontre par les procédés employés dans le *Traité de la sphère et du cylindre*. Il est vraisemblable qu'il

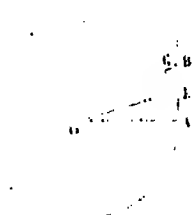
ait été en possession de ce théorème longtemps avant d'écrire son *Traité de la mesure du cercle*.

Proposition III. — La circonférence d'un cercle quelconque est égale au triple du diamètre réuni à une portion du diamètre, qui est plus petite que le $\frac{1}{3}$ de ce diamètre et plus grande que les $\frac{1}{4}$ de ce même diamètre.

C'est cette proposition qui ouvre, concurremment avec la proposition analogue d'Aristarque de Samos, une ère nouvelle, en introduisant, dans la Géométrie théorique, les recherches de rapports numériques non simples.

Archimède considère un cercle O fig. 16, de rayon OA,

Fig. 16.



mène la tangente en A et la sécante OB, inclinée sur OA du tiers d'un angle droit, de sorte que la raison de OB à BA est 2.

Mais la raison dont il a besoin est celle de OA à AB. Pour l'obtenir, il transforme d'abord la raison 2 de OB à AB en celle de 306 à 153, par exemple; de sorte que, si AB était partagé en 153 parties égales, OB contiendrait 306 de ces parties; les carrés construits sur AB et OB contiendraient donc respectivement 23 409 (carré de 153) et 93 636 (carré de 306) petits carrés ayant pour côtés l'une des parties; mais alors le carré construit sur OA,

étant égal à la différence des carrés construits sur OB et sur AB, contiendrait 70 227 des mêmes petits carrés, c'est-à-dire plus de 70 225 carré de 265 ; OA, lui-même, contient donc plus de 265 parties égales aux parties de AB.

La raison de OA à AB est donc plus grande que celle de 265 à 153.

C'est sous cette forme que se sont introduites, dans les questions de théorie pure, les méthodes de calculs numériques propres à fournir des rapports ou raisons incommensurables. C'est par application de cette méthode que les anciens sont arrivés à construire leurs tables des cordes, c'est-à-dire les tables des raisons de ces cordes au rayon du cercle.

Après avoir ainsi trouvé par défaut la raison de OA à BA, Archimède divise l'angle BOA en deux parties égales ; et, en se servant de la propriété de la bissectrice d'un angle d'un triangle, il calcule de même, par défaut, la raison de OA à EA, puis divise encore l'angle EOA en deux parties égales et arrive enfin à la raison par défaut du rayon OA au contour d'un polygone circonscrit de 96 côtés. La raison ainsi approchée est celle de $4673\frac{1}{2}$ à 14 688.

Il calcule ensuite la raison, approchée par excès, du rayon au contour d'un polygone régulier inscrit de 96 côtés. Cette raison approchée est celle de $2017\frac{1}{2}$ à 6336.

Enfin il trouve que la circonférence d'un cercle est égale au triple de son diamètre augmenté d'une portion de son diamètre qui est plus petite que le $\frac{1}{7}$ de ce diamètre et plus grande que les $\frac{1}{7}$ de ce même diamètre.



L'Arénaire.

Quoique Archimède n'y ait eu en vue aucune utilité pratique, l'*Arénaire* n'en est pas moins très remarquable.

Archimède se propose de démontrer que l'infini n'est qu'une conception de l'esprit, et il prend pour exemple le nombre de grains de sable, très fins, que pourrait contenir une sphère ayant la Terre pour centre et allant jusqu'au Soleil, sphère dont il suppose le diamètre moindre que cent myriades de myriades de stades (le stade valant cent vingt-cinq pas environ).

C'est pour dénommer le grand nombre qu'il doit trouver qu'Archimède complète la numération des Grecs.

Il paraît qu'il avait donné à ce sujet un traité à part, qu'il appelle le *Livre des principes* ; ce livre est perdu, mais l'*Arénaire* le remplace.

« Je pense, dit Archimède, qu'il est nécessaire à présent d'exposer les dénominations des nombres ; si je n'en disais rien dans ce livre (l'*Arénaire*), je craindrais que ceux qui n'auraient pas lu celui que j'ai adressé à Zeuxippe ne tombassent dans l'erreur.

« On a donné des noms aux nombres jusqu'à une myriade ; et, au delà d'une myriade, les noms qu'on a donnés aux nombres sont assez connus, puisqu'on ne fait que répéter une myriade jusqu'à dix mille myriades.

« Que les nombres dont nous venons de parler et qui vont jusqu'à une myriade de myriades soient appelés nombres premiers, et qu'une myriade de myriades des nombres premiers soit appelée l'unité des nombres seconds ; comptons par ces unités et

par les dizaines, les centaines, les mille, les myriades de ces mêmes unités, jusqu'à une myriade de myriades. Qu'une myriade de myriades des nombres seconds soit appelée l'unité des nombres troisièmes; comptons par ces unités et par les dizaines, les centaines, les mille, les myriades de ces mêmes unités jusqu'à une myriade de myriades; qu'une myriade de myriades des nombres troisièmes soit l'unité des nombres quatrièmes; qu'une myriade de myriades des nombres quatrièmes soit appelée l'unité des nombres cinquièmes, et continuons de donner des noms aux nombres suivants jusqu'aux nombres huitièmes.

« Que les nombres dont nous venons de parler soient appelés les nombres de la première période et que le dernier nombre de la première période soit appelé l'unité des nombres premiers de la seconde période. De plus, qu'une myriade de myriades des nombres premiers de la seconde période soit appelée l'unité des nombres seconds de la seconde période; qu'une myriade de myriades des nombres seconds de la seconde période soit appelée l'unité des nombres troisièmes de la seconde période, et continuons de donner des noms aux nombres suivants, jusqu'à un nombre de la seconde période qui soit égal aux myriades de myriades de nombres composés de myriades de myriades le texte ici doit être défectueux. De plus, que le dernier nombre de la seconde période soit appelé l'unité des nombres premiers de la troisième période, et continuons, etc. »

Cette nomenclature, comme on voit, n'est pas extrêmement régulière. Mais voici qui est plus intéressant :

« Il est encore utile de connaître ce qui suit. Si des nombres sont continuellement proportionnels à partir de l'unité, et si deux termes de cette progression sont multipliés l'un par l'autre,

le produit sera un terme de cette progression, éloigné d'autant de termes du plus grand facteur que le plus petit l'est de l'unité. Ce même produit sera éloigné de l'unité d'autant de termes moins un que les deux facteurs le sont ensemble de l'unité. »

C'est, comme on voit, le principe de la théorie des logarithmes : et au lieu de chercher le nombre des grains de sable contenus dans la sphère qu'il considère, Archimède va chercher le rang des plus hautes unités de ce nombre, c'est-à-dire la partie entière du logarithme de ce nombre.

Archimède substitue aux grains de sable des graines de pavot : il trouve qu'en les rangeant en ligne droite, de manière qu'elles se touchent, il en tient vingt-cinq dans la largeur d'un doigt de la main ; il mesure l'angle sous lequel on voit le Soleil, en plaçant sur une règle horizontale devant l'astre, à son lever, un petit cylindre vertical qui le cache entièrement à l'œil, mais sans dépasser les bords, et il détermine l'angle sous lequel est vu le petit cylindre, du point où était l'œil. Il trouve que cet angle est plus petit que la 164^e partie d'un angle droit. Il admet que le contour de la Terre est à peu près de trois cents myriades de stades, et que le diamètre du Soleil est à peu près trente fois celui de la Terre. Il a ainsi tous les éléments du calcul du nombre des grains de sable, en tenant compte de la valeur de π , et trouve que le nombre cherché est moindre que mille unités des nombres septièmes.

Il va plus loin encore et suppose maintenant une sphère ayant pour centre la Terre et allant jusqu'aux étoiles fixes : il suppose que le diamètre de cette sphère est à celui de la précédente comme celui-ci est au diamètre de la Terre, et il démontre que le nombre des grains de sable contenus dans cette nouvelle sphère ne vaudrait pas le 64^e terme de la progression.

« Je pense, dit-il, que ces choses ne paraîtront pas très croyables à beaucoup de personnes qui ne sont point versées dans les sciences mathématiques ; mais elles seront démontrées pour ceux qui ont cultivé ces sciences et qui se sont appliqués à connaître les distances et les grandeurs de la Terre, du Soleil, de la Lune et du monde entier. »



Les Lemmes.

Ce Traité se compose de quinze propositions très curieuses, mais peu utiles. Nous remarquerons cependant les suivantes :

Proposition IV. — Si on divise le diamètre d'un demi-cercle en deux parties quelconques et qu'on décrive des demi-cercles sur ces parties, la surface comprise entre la demi-circonférence proposée et les deux demi-circonférences subsidiaires sera égale au cercle dont le diamètre serait la demi-corde du cercle proposé élevée perpendiculairement à son diamètre par le point de division de ce diamètre.

Proposition IX. — Si l'on mène dans un cercle deux cordes perpendiculaires entre elles, la somme des carrés de leurs quatre segments sera égale au carré du diamètre.



Des inventions d'Archimède.

Les anciens lui attribuaient quarante inventions mécaniques, sur la plupart desquelles nous manquons de détails, quoique, d'après Diodore, ses contemporains admirassent en lui l'ingénieur plus peut-être que le géomètre.

S'il n'a pas inventé la vis, comme on l'a dit, il en a, en tout cas, fait la belle application que l'on connaît, pour élever l'eau dans un cylindre tournant simplement autour de son axe. On croit que c'est à lui que sont dues l'invention de la vis sans fin et celle des moutles: mais c'est peu probable, au moins pour les moutles, qui sans doute étaient connues depuis longtemps.



APOLLONIUS DE PERGA.

Né à Perga Pamphlie vers — 217.

Nous traduisons sa biographie, écrite par Halley en tête de l'édition qu'il a donnée des *Coniques* du grand géomètre :

a Il étudia longtemps les Mathématiques à Alexandrie sous les disciples d'Euclide, et avait acquis une grande célébrité sous Philopator, qui mourut en — 205, d'où il est permis de conjecturer qu'il était plus jeune qu'Archimède d'environ quarante ans, qu'il précéda de peu d'années Géménus le Rhodien et qu'il était certainement antérieur à Hipparque.

Géménus affirme qu'Apollonius, à cause de la beauté de son *Traité des coniques*, avait reçu des mathématiciens de son temps le titre de *grand géomètre*.

L'estime dans laquelle les anciens l'ont tenu n'est pas seulement prouvée par le témoignage de Vitruve, mais par ce fait qu'il eut, parmi les Grecs, plusieurs commentateurs d'un grand nom : Pappus, Hypathia, Sérenus et Eutocius: parmi les Orientaux, quelques hommes d'une grande valeur, tels que les Arabes Thébit ben Corah et Béni Moser, les Persans Abalpath et Ab-

dolmelec qui traduisirent ses ouvrages; enfin l'illustre Nassir-Eddin, qui réunit tout son *Traité des coniques* et l'enrichit de notes vers 1250.

« D'où il paraîtra étonnant que les ouvrages d'un auteur d'un si grand nom. et placé depuis bientôt deux mille ans au rang des plus grands géomètres, n'aient pas encore été publiés dans un siècle si éclairé.

« Outre les *Coniques*. Apollonius avait écrit beaucoup d'autres ouvrages. comme nous l'apprend Pappus dans la préface du septième livre de ses *Collections mathématiques*; savoir : deux livres *De sectione rationis*, deux autres *De sectione spatii*, deux *De sectione determinata*, deux *De tactionibus*, deux *De inclinationibus*, un *Traité des lieux plans*, enfin un autre que loue beaucoup Eutocius dans son commentaire sur le livre *De la mesure du cercle* d'Archimède. qui paraît avoir eu pour objet le calcul arithmétique. et qui était très compliqué, les chiffres indiens n'étant pas encore inventés; un spécimen de ce calcul se trouve dans le second livre de Pappus et a été publié par Wallis. »

Le seul de ces derniers ouvrages qui soit parvenu jusqu'à nous est le traité *De sectione rationis*, qui a été retrouvé, traduit en arabe, et que Halley a publié en 1708. Les questions traitées dans les autres nous sont du moins connues par les commentaires de Pappus, en sorte que nous pourrons en rendre compte.

Enfin on sait encore qu'Apollonius avait écrit les ouvrages suivants, dont Halley ne parle pas : un livre *De cochleâ*; un autre *De perturbatis rationibus*; un troisième sur la comparaison de l'icosaèdre et du dodécaèdre inscrits dans la même sphère, et un dernier sur les stations et rétrogradations des planètes, dont Ptolémée tira quelques théorèmes qu'on trouve dans son *Almageste*.

Les quatre premiers livres seulement du *Traité des sections coniques* nous sont parvenus dans le texte grec ; les trois suivants ont été retrouvés dans un manuscrit arabe ; quant au huitième, il est perdu. Halley l'a rétabli d'après les indications de Pappus et d'Eutocius.

Nous commencerons par quelques mots sur les moindres ouvrages d'Apollonius.

Les deux traités *De sectione rationis* et *De sectione spatii*, dont les titres paraissent assez mal traduits, avaient pour objet les solutions des deux questions de mener, par un point pris dans le plan de deux droites, une transversale qui déterminât sur elles, à partir de deux points de l'une et de l'autre, des segments dont la raison fût donnée, ou dont le rectangle fût donné. (Le rectangle des deux segments est dit *espace* ou *surface*.) Nous avons dit que Halley avait traduit le premier de l'arabe ; il refit le second sur le modèle du premier.

Les deux livres *De sectione determinata* avaient pour objet la solution de ces problèmes : 1° Deux points A et B étant donnés sur une droite, en trouver un troisième P, tel que les carrés des distances PA et PB fussent dans un rapport donné, ou que le carré de l'une d'elles, PA par exemple, eût une raison donnée avec le rectangle compris sous l'autre PB et sous une donnée. 2° Trois points A, B, C étant donnés sur une droite, en trouver un quatrième P, tel que le carré de la distance à l'un des trois, A par exemple, fût en raison donnée avec le rectangle compris sous les distances aux deux autres B et C ; ou que le rectangle compris sous deux des distances, PA et PB par exemple, fût en raison donnée avec le rectangle compris sous la troisième distance PC et une donnée. 3° Quatre points A, B, C, D étant donnés sur une

droite, en trouver un cinquième P, tel que le rectangle compris sous ses distances à deux des quatre points fût en raison donnée avec le rectangle compris sous ses distances aux deux autres. Ce traité *De sectione determinata* a été restitué par Robert Simson.

Le traité *De tactionibus* avait pour principal objet la construction du cercle tangent à trois cercles donnés. Il a été restitué par Viète sous le titre d'*Apollonius Gallus*. Le même problème a, depuis, occupé Descartes, Fermat, qui résolut même celui de la sphère tangente à quatre sphères données; Newton, Euler, Poncelet, Gauthier de Tours, et Gergonne, qui a trouvé une solution applicable à tous les cas.

Ce problème revient à la construction des points de rencontre de deux coniques qui ont un foyer commun, puisque le lieu des centres des cercles tangents à deux cercles donnés est une conique ayant pour foyers les centres de ces deux cercles. Mais la question était d'écarter l'emploi des lieux solides.

Le traité *De inclinationibus* contenait la solution de la question de mener d'un point donné une transversale dont la partie interceptée entre deux droites données, ou entre deux circonférences données, fût égale à une longueur donnée. Mais Pappus rapporte qu'Apollonius n'avait considéré que les cas les plus simples.

Le traité *De locis planis* a été restitué par Fermat, par Schooten et par Robert Simson.

C'est, à ce qu'il paraît, Apollonius qui, dans son *Traité des stations et rétrogradations des planètes*, aurait imaginé le système de l'épicycle et du déférent qu'adopta Ptolémée.

Nous allons maintenant donner une analyse aussi rapide que possible du grand *Traité des sections coniques*.

Mais nous commencerons par donner la traduction de la lettre

d'envoï du premier livre à Eudemus, à laquelle nous joindrons celle du commentaire qu'en a fait Eutocius; on y verra, comme nous l'avons dit ailleurs, où en était la théorie des coniques avant Apollonius.

Voici cette lettre et le commentaire :

*Lettre d'envoï d'Apollonius à Eudemus du premier livre
des Coniques.*

Si tu te portes bien et que tes affaires aillent comme tu le désires, cela est bien; quant à moi, je vais bien. Lorsque j'étais près de toi, à Pergame, j'ai su que tu désirais connaître ce que j'ai écrit des coniques. C'est pourquoi je t'envoie le premier livre corrigé; je t'enverrai les autres lorsque j'aurai du loisir, car je pense que tu n'as pas oublié comment je fus entraîné à les écrire, à la prière du géomètre Naucrates, lorsqu'il vint me voir à Alexandrie; ni comment, alors que je m'en occupais, aussitôt je fus obligé de les lui transcrire, sans les revoir, parce qu'il allait se mettre en voyage.

C'est pourquoi, maintenant que j'ai le temps, je ne les répandrai qu'après les avoir corrigés, et c'est pourquoi, comme il est arrivé que quelques amis aient eu le premier et le second livre avant qu'ils fussent corrigés, ne t'étonne pas s'il t'arrive de tomber sur des passages qui soient présentés ailleurs autrement.

« Des huit livres, les quatre premiers contiennent les éléments de la théorie.

Le premier livre contient la génération des trois sections coniques et de celles qui sont dites *opposées*, ainsi que leurs prin-

principales propriétés, mais étudiées par moi plus abondamment et d'une manière plus générale que par les géomètres qui s'en étaient occupés précédemment.

« Le deuxième livre traite de ce qui se rapporte aux diamètres et aux axes des sections coniques, ainsi qu'à leurs asymptotes rectilignes. Il traite aussi des autres choses qui ont une utilité générale et nécessaire pour les questions déterminées. Tu verras, à la lecture de ce livre, ce que j'appelle *diamètres* et *axes*.

« Le troisième livre contient beaucoup et d'admirables théorèmes, qui seront utiles à la formation des lieux solides et à la solution des questions déterminées. Un grand nombre sont beaux et nouveaux. J'ai compris, en écrivant ce livre, que la règle pour former le lieu à trois et à quatre lignes n'ait été donnée par Euclide que dans un cas particulier, et encore pas très heureusement. Il ne se pouvait pas, en effet, que cette règle fût parfaitement établie, indépendamment de ce que j'ai trouvé.

« Le quatrième livre traite des intersections des coniques entre elles, avec le cercle et avec les sections opposées, et de beaucoup d'autres choses dont aucune n'avait été dite par aucun de ceux qui m'ont précédé.

Les quatre derniers livres touchent à la plus haute science.

« Le cinquième traite en grande partie des maximum et minimum les lignes qu'Apollonius appelle *maximum* et *minimum* sont les normales aux coniques; le sixième, des conditions d'égalité et de similitude des sections coniques; le septième contient les théorèmes qui donnent le moyen de résoudre les questions déterminées; le huitième contient les solutions des problèmes déterminés.

Mais, au reste, cet ouvrage étant répandu, il sera permis à chacun d'en juger selon son sentiment.

Porte-toi bien.

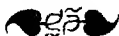


Commentaire d'Eutocius.

Apollonius, le géomètre, est né à Perga, ville de Pamphlie, du temps de Ptolémée Évergète, comme le rapporte Héraclius, dans la vie d'Archimède. Mais Héraclius dit aussi qu'Archimède aurait le premier attaqué la théorie des coniques et que, Apollonius ayant retrouvé les mêmes choses les aurait publiées comme de lui, Archimède ne les ayant pas rendues publiques. Cela, il me semble, n'est pas exact; car Archimède, en bien des endroits, fait mention de l'antique théorie des coniques, et Apollonius la reproduit, non comme inventée par lui-même; en effet, autrement il n'aurait pas dit que cette théorie avait été traitée par lui plus abondamment et plus généralement que par ceux qui avaient écrit avant lui.

« Mais ce que dit Géméus est parfaitement vrai, que les anciens définissaient le cône comme formé par la révolution d'un triangle rectangle tournant autour d'un des côtés de l'angle droit, et qu'ils ne considéraient qu'une seule section dans chaque cône, savoir : la parabole dans le cône rectangle (c'est-à-dire engendré par la révolution d'un triangle rectangle isoscele), l'hyperbole dans le cône obtusangle et l'ellipse dans le cône acutangle (chaque cône étant coupé par un plan perpendiculaire à l'une de ses arêtes). Tandis qu'Apollonius de Perga a considéré dans tous les cônes droits ou obliques, toutes les sections faites par tous les

plans imaginables. C'est pourquoi les géomètres de son temps, émerveillés de la beauté de ses théorèmes, lui ont décerné le titre de GRAND GÉOMÈTRE, comme le dit Gémînus dans le sixième livre de ses *Préceptes géométriques*.



Définitions premières.

6. J'appelle *axe d'un cône* la droite qui joint le sommet au centre du cercle de la base.

8. Je dis qu'un cône est droit lorsque son axe est perpendiculaire au plan de sa base.

9. J'appelle *scalène* un cône dont l'axe n'est pas perpendiculaire au plan de sa base.

10. J'appelle *diamètre d'une ligne plane*, une droite qui divise en parties égales toutes les droites parallèles entre elles, comprises dans la ligne plane.

11. J'appelle *sommet de la ligne plane* l'extrémité de son diamètre.

12. Je dis de l'une quelconque des droites que le diamètre divise en parties égales qu'elle est *ordinatim applicata* au diamètre.

17. J'appelle *diamètres conjugués* deux diamètres dont chacun divise en parties égales les droites parallèles à l'autre.

18. J'appelle *axe d'une courbe* un diamètre perpendiculaire aux droites qu'il divise en parties égales.



LIVRE PREMIER.

Proposition V. — Si un cône scalène est coupé par un plan passant par l'axe et perpendiculaire au plan de la base, et qu'il soit coupé par un autre plan perpendiculaire au premier, et détachant, du côté du sommet, dans le premier plan un triangle semblable au triangle déterminé par le plan mené par l'axe, mais sous-contrairement disposé, la section par le second plan sera un cercle.

Proposition VI. — Un plan quelconque mené par l'axe d'un cône divise en parties égales les cordes du cône qui sont parallèles aux cordes du cercle de base perpendiculaires au diamètre suivant lequel le plan mené par l'axe coupe cette base.

Proposition VII. — Si un cône est coupé par un plan quelconque et par un second plan passant par l'axe et par le diamètre du cercle de base perpendiculaire à la trace du premier plan sur le plan de base, et que dans le premier plan on mène des parallèles à sa trace sur le plan de base, ces parallèles seront coupées en parties égales par l'intersection du plan sécant et du plan mené par l'axe. Cette intersection sera le diamètre de la section, et le point où elle coupera la section sera le sommet de cette section. Les cordes divisées en parties égales par le diamètre seront dites *ordinatim applicatæ*.

C'est sans doute de cette locution qu'est venu notre mot *ordonnée*. Le nom d'*appliquée* a du reste été longtemps donné aux ordonnées d'une courbe, avant et après Descartes.

Proposition XI. — Si un cône est coupé par un plan quel-

conque mené par l'axe et qu'il soit coupé par un autre plan parallèle à la fois aux cordes que le premier plan divise en parties égales et à l'un des côtés du triangle par l'axe, une ordonnée de la section (*ordinatim applicata*, pourra un espace ¹ c'est-à-dire fournira un carré] égal au rectangle compris sous l'abscisse ² correspondante et sous une quatrième proportionnelle au rectangle compris sous les côtés du triangle par l'axe, au carré construit sur la base de ce triangle et à la distance du sommet de la section c'est le point où la section est coupée par son diamètre au sommet du cône; et cette section sera appelée une PARABOLE.

La quatrième proportionnelle s'appellera : *ea juxta quam possunt quæ ad diametrum ordinatim applicantur* ou le *latus rectum* (correspondant au diamètre). C'est ce que nous appelons le double du paramètre, ou $2p'$ dans l'équation $y^2 = 2p'x$ de la parabole rapportée à un diamètre quelconque et à la tangente à l'extrémité de ce diamètre.

Nous ne reproduisons pas la démonstration d'Apollonius, qui se déduira aisément de celle de la proposition suivante relative à l'hyperbole.

Proposition XII. — Si un cône est coupé par un plan passant par son axe et qu'il soit coupé par un autre plan coupant la base suivant une perpendiculaire à la base du triangle par l'axe, et que le diamètre de la section rencontre l'un des côtés du

(¹) C'est sans doute de cette locution des anciens qu'est venu notre mot de *puissance*, de sorte que ce serait encore aux géomètres que les arithméticiens auraient emprunté cette expression.

(²) Littéralement : *Rectam quæ ex diametro abscinditur inter ipsam (l'ordonnée) et verticem sectionis* (le sommet de la section). On voit que notre mot *abscisse* est la traduction de partie retranchée (du diamètre).

triangle par l'axe au delà du sommet, une ordonnée de la section pourra l'espace compris sous l'abscisse et sous une quatrième proportionnelle au carré de la parallèle au diamètre, menée par le sommet du cône et terminée à la base, au rectangle compris sous les parties de la base du triangle par l'axe, déterminées par cette parallèle et à la partie du diamètre comprise entre les côtés du triangle par l'axe; et en plus un espace semblable et semblablement placé à celui qui serait compris sous cette quatrième proportionnelle et sous la partie du diamètre comprise entre les côtés du triangle par l'axe.

Une section de cette espèce est appelée *hyperbole*, et la quatrième proportionnelle dont il est question sera appelée *ea juxta quam possunt ad diametrum ordinatim applicatae*, ou bien le *latus rectum*; la partie du diamètre comprise entre les côtés du triangle par l'axe sera appelée *transversum*.

Il faut remarquer que, dans l'énoncé de cette proposition, Apollonius ne définit pas le second rectangle, qu'il faut ajouter au premier pour former le carré de l'ordonnée, de sorte que l'énoncé ne fait pas connaître ce carré de l'ordonnée : la démonstration y suppléera. Mais c'est avec intention que l'énoncé reste incomplet. L'énoncé définit le *latus rectum*, et c'est à quoi vise Apollonius. D'un autre côté, comme dans la parabole le carré de l'ordonnée se trouvait égal au rectangle de l'abscisse et du *latus rectum*, on peut supposer qu'Apollonius a seulement voulu démontrer dans cette proposition XII que, dans l'hyperbole, le carré de l'ordonnée surpasse le rectangle de l'abscisse et du *latus rectum*, tandis que dans l'ellipse il lui sera inférieur.

Quant à l'expression *ea juxta quam possunt ad diametrum ordinatim applicatae*, je renonce à la traduire; je préfère donner

le texte même de Halley, qui en fera bien comprendre le sens et qui d'ailleurs est curieux à plus d'un titre.

« Si conus plano per axem secetur, secetur autem et altero plano secante basim coni secundum rectam lineam, quæ ad basim trianguli per axem sit perpendicularis, et sectionis diameter producta cum uno latere trianguli per axem extra verticem coni conveniat: recta linea, quæ a sectione ducitur parallela communi sectioni plani secantis et basis coni usque ad sectionis diametrum, poterit spatium adjacens rectæ, ad quam ea, quæ in directum constituitur diametro sectionis, subtenditurque angulo extra triangulum, eandem rationem habet quam quadratum rectæ, quæ diametro parallela a vertice coni usque ad basim trianguli ducitur, ad rectangulum sub basis partibus quæ ab ea fiunt contentum, latitudinem habens rectam, quæ ex diametro abscinditur inter ipsam et verticem sectionis interjectam; excedensque figura simili et similiter posita ei, quæ continetur sub recta angulo extra triangulum subtensa et ea juxta quam possunt quæ ad diametrum applicantur. Vocetur autem hujusmodi sectio HYPERBOLA. »

Voici la démonstration d'Apollonius, traduite, pour abrégé, en formules modernes, mais sans autres modifications.

Là où nous écrivons $\overline{MN}^2$, il faut lire le carré construit sur MN; $PN \propto NS$ doit se traduire par le rectangle compris sous PN et NS; enfin, quand nous écrivons $\frac{ZH}{AK} = \frac{BH}{BK}$, il faut lire: ainsi que ZH est à AK, de même BH est à BK.

Soient (fig. 17).

ABC le triangle par l'axe,

d'ailleurs

$$\frac{TN}{TZ} = \frac{NE}{ZL},$$

donc

$$\frac{NS}{TZ} = \frac{NE}{ZL} \frac{KC}{AK},$$

mais, par construction,

$$\frac{TZ}{ZL} = \frac{AK^2}{BK \cdot KC},$$

donc

$$\frac{NS}{NE} = \frac{KC}{AK} \frac{AK^2}{BK \cdot KC} = \frac{AK}{BK};$$

donc, en résumé,

$$\overline{MN}^2 = ZN \cdot NE.$$

Le carré de l'ordonnée MN se compose donc du rectangle LZND, adjacent à ZL, c'est-à-dire au *latus rectum*, et à ZN, c'est-à-dire à l'abscisse, et du rectangle LDEF semblable et semblablement placé au rectangle TZ.LZ' formé sur le *transversum* TZ et le *latus rectum* ZL.

Proposition XIII. — Théorème analogue relatif au cas de la section elliptique.

Dans les deux propositions XII et XIII le *latus rectum* ZL n'est autre chose que le double de ce que nous appellerions le paramètre de la courbe, relatif à son diamètre TZH, ou $2 \frac{b'^2}{a'}$, comme il est facile de le vérifier; par conséquent, la surface LZND est égale au rectangle $2 \frac{b'^2}{a'} \cdot x$; quant à la surface LDEF, excédante dans

l'hyperbole, et déiciente dans celui de l'ellipse, elle est égale au carré x^2 multiplié dans le rapport de b'^2 à a'^2 ; en effet

$$\frac{FL}{LD} = \frac{LZ}{TZ} \text{ ou } \frac{FL}{x} = \frac{\frac{b'^2}{a'^2}}{\frac{b'^2}{a'^2} - \frac{b'^2}{a'^2}},$$

d'où

$$FL \cdot x = \frac{b'^2}{a'^2} x^2;$$

de sorte que la théorie d'Apollonius donne identiquement pour l'équation de la courbe

$$y^2 = \frac{2b'^2}{a'^2} x \mp \frac{b'^2}{a'^2} x^2.$$

Nous avons dit qu'Apollonius insiste sur ce que, dans l'hyperbole, le carré d'une ordonnée dépasse le rectangle de l'abscisse par le *latus rectum*, tandis que dans l'ellipse il lui est inférieur. C'est cette distinction à faire, dans les deux cas, qui lui a fait choisir pour les deux courbes les noms d'*hyperbole* et d'*ellipse*, hyperbolique signifiant *augmenté*, et elliptique *diminué*.

Quant à la parabole, on a vu que son ordonnée peut l'espace égal au rectangle compris sous l'abscisse et une quatrième proportionnelle au rectangle compris sous les côtés du triangle déterminé par le plan mené par l'axe, au carré construit sur la base de ce triangle et à la distance du sommet de la section au sommet du cône; mais cette quatrième proportionnelle n'est autre chose que la limite vers laquelle tend ZL lorsque ZH devient parallèle à AC, ou le *latus rectum* de la parabole, en sorte que la parabole se trouve placée entre l'hyperbole et l'ellipse, le carré de son

ordonnée étant égal au rectangle de l'abscisse par le *latus rectum*.

En effet, si nous menons KI parallèle à BA,

$$\frac{TZ}{AZ} = \frac{AK}{KI};$$

mais

$$\frac{KI}{KC} = \frac{BA}{BC},$$

par conséquent

$$\frac{TZ \cdot KC}{AZ} = \frac{AK \cdot BC}{BA};$$

or, ZL avait été déterminé par la proportion

$$\frac{ZL}{TZ} = \frac{BK \cdot KC}{AK^2}$$

qui donne

$$ZL = \frac{TZ \cdot KC \cdot BK}{AK^2}.$$

ou, en remplaçant TZ.KC par $\frac{AZ \cdot AK \cdot BC}{BA}$,

$$ZL = \frac{AZ \cdot AK \cdot BC \cdot BK}{BA \cdot AK \cdot AK} = \frac{AZ \cdot BC \cdot BK}{BA \cdot AK}.$$

Si AK vient se confondre avec AC et, par suite. BK avec BC, ZL devient donc

$$AZ \frac{BC^2}{BA \cdot AC};$$

c'est-à-dire que le *latus rectum* de la parabole est bien la limite de celui de l'hyperbole.

Nous croyons devoir faire remarquer, dans cette démonstration.

combien grandes étaient déjà les ressources des anciens géomètres, qui pouvaient si aisément remplacer la considération d'un rectangle [TZ. KC], dont les côtés deviennent en même temps l'un nul et l'autre infini, par celle d'un autre rectangle dont les côtés ont des limites finies.

Archimède avait déjà fait l'équivalent dans beaucoup de cas analogues.

Proposition XIV. — Apollonius a appelé hyperbole la section de l'une des nappes du cône par un plan ne rencontrant pas toutes les génératrices de cette nappe; il considère dans cette proposition la section, par le même plan, de l'autre nappe du cône.

Les deux axes transverses ne se distinguent déjà pas, et Apollonius démontre que le *latus rectum* de l'une des branches est égal à celui de l'autre : d'où il résulte que les deux branches sont égales.

Les deux branches *vocentur sectiones oppositæ*. Apollonius ne désigne jamais sous le nom d'*hyperbole* que l'une des branches.

Proposition XV. — Si, dans une ellipse, du point qui divise le diamètre en parties égales, on mène une ordonnée prolongée de part et d'autre jusqu'à la section, et que l'on cherche la troisième proportionnelle à cette ordonnée et au diamètre, une parallèle au diamètre menée de la section à cette ordonnée pourra l'espace adjacent à la troisième proportionnelle et ayant pour largeur la portion de l'ordonnée menée par le milieu du diamètre, comprise entre la parallèle au diamètre et la section; mais diminué cet espace; d'une figure (rectangulaire; semblable à celle qui est contenue sous l'ordonnée (prolongée) et sous la droite *juxta quam possunt*; et si la parallèle au diamètre est prolongée jusqu'à l'autre

partie de la section, elle sera divisée en deux parties égales par l'ordonnée parallèle au diamètre.

C'est-à-dire, soient (fig. 18)

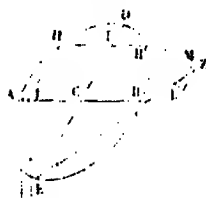
ADBE une ellipse,

AB son diamètre (les coniques n'en ont encore chacune qu'un);

C le milieu de ce diamètre;

DCE l'ordonnée au diamètre AB, menée par le point C;

Fig. 18.



Q

n
k

HTH' une parallèle à AB, menée d'un point H quelconque de la section, coupant DE en T et rencontrant de nouveau la section en H';

DZ une perpendiculaire à DE égale en longueur à $\frac{AB^2}{DE}$.

Il faut démontrer que DE sera un nouveau diamètre de la courbe (qui ainsi en aura déjà deux : que les droites *ordinatim applicatae* à ce second diamètre seront, comme HTH'.

parallèles à AB, et surtout que le *latus rectum* de ce second diamètre sera DZ, parce que le carré de l'appliquée au second diamètre, c'est-à-dire de HT, sera lié à l'abscisse DT et à DZ, sans oublier la figure déficiente (LM, MZ), semblable à la figure (ED, DZ), absolument comme le carré de l'appliquée au premier diamètre était lié à l'abscisse correspondante et au *latus rectum* correspondant, en tenant compte de la figure déficiente, etc.; en d'autres termes, il faut démontrer que $\overline{HT}^2$ sera égal à $DT \times DZ$ (rectangle adjacent à DZ, et ayant pour largeur l'abscisse DT) diminué de $LM \times MZ$; ou enfin que $\overline{HT}^2$ sera égal à $DT \times TL$.

Nous ne rapporterons pas la démonstration d'Apollonius que l'on pourra retrouver en construisant le *latus rectum* AK de AB, et se servant, pour avoir $\overline{HT}^2$, ou $\overline{IC}^2$, de ce que l'on sait que $\overline{HI}^2 = AI \times AR$. Nous nous bornerons à faire remarquer que les deux triangles EDZ et ABK sont semblables; en effet, de ce que $DZ = \frac{\overline{AB}^2}{\overline{DE}}$; comme d'un autre côté

$$\overline{DC}^2 = AC \times CQ = AC \times \frac{AK}{2};$$

d'où

$$\overline{DE}^2 = AB \times AK;$$

en multipliant en croix, il vient

$$DZ \cdot AK = AB \cdot DE,$$

c'est-à-dire que les deux diamètres sont en raison inverse de leurs *latus rectum*; et qu'ainsi le *latus rectum* de chacun des deux diamètres conjugués est une quatrième proportionnelle à ce diamètre, à son conjugué et au *latus rectum* de ce dernier.

Proposition XVI. — Si, par le milieu du diamètre des sections opposées, on mène une parallèle aux ordonnées de ce diamètre, cette droite divisera en parties égales les cordes parallèles au diamètre et sera le diamètre conjugué du premier.

Apollonius ne démontre pour l'hyperbole que la seconde partie du théorème relatif à l'ellipse; c'est, en effet, qu'il ne donne pas de *latus rectum* au diamètre qui ne rencontre pas la courbe.

Quant à la longueur de ce diamètre non transverse, elle résulte d'une définition : la droite menée par le centre, parallèlement aux ordonnées, qui est moyenne proportionnelle entre les côtés de la figure (le diamètre transverse et son *latus rectum*), et qui est divisée en parties égales au centre, sera appelée le *second diamètre*. (Apollonius n'entend jamais par diamètre que la longueur même du diamètre et non pas une droite indéfinie.)

Proposition XVII. — La droite menée par l'extrémité du diamètre parallèlement à ses ordonnées est tangente à la section (*extra sectionem cadit*).

« En effet, dit Apollonius, si elle coupait la section en un autre point, elle aurait son milieu sur le diamètre, et elle y a déjà l'une de ses extrémités. »

Les propositions suivantes sont des lemmes presque tous négatifs, qu'on ne se donnerait même pas la peine d'énoncer aujourd'hui.

Proposition XXXIII. — Si, sur une parabole, on prend un point quelconque; que, par ce point, on mène une ordonnée au diamètre, qu'on prolonge ce diamètre, en dehors de la courbe, d'une longueur égale à l'abscisse interceptée sur le diamètre par l'ordonnée, et qu'on joigne le point choisi sur la section à l'ex-

trémité du diamètre ainsi prolongé, la droite qui joindra les deux points sera tangente à la courbe.

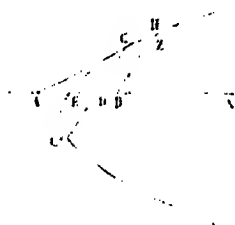
La démonstration est trop curieuse pour que nous ne la rapportions pas.

Soient *fig. 19*)

EX un diamètre de la parabole;

C un point de la courbe;

Fig. 19.



CDC l'ordonnée au diamètre, menée du point C,

$$AE = ED;$$

Supposons que AC prolongé passe par un point Z intérieur à la courbe, et menons la demi-corde HZB, *ordinatim applicata*,

$$\frac{\overline{HB}^2}{\overline{CD}^2} \text{ sera plus grand que } \frac{\overline{ZB}^2}{\overline{CD}^2}.$$

Remplaçons $\frac{\overline{HB}^2}{\overline{CD}^2}$ par $\frac{BE}{DE}$ et $\frac{\overline{ZB}^2}{\overline{CD}^2}$ par $\frac{\overline{EA}^2}{\overline{DA}^2}$; on aura donc

$$\frac{BE}{DE} > \frac{\overline{EA}^2}{\overline{DA}^2}.$$

ou, en multipliant par $\downarrow AE$ les deux termes du premier rapport,

$$\frac{\downarrow BE \times AE}{\downarrow AE \times DE} > \frac{\overline{BA}^2}{\overline{DA}^2}, \text{ ou } \frac{\downarrow BE \times AE}{\overline{DA}^2} > \frac{\overline{BA}^2}{\overline{DA}^2};$$

c'est-à-dire

$$\downarrow BE \times AE > \overline{BA}^2.$$

Mais si le point E était le milieu de BA, $\downarrow BE \times AE$ serait égal à $\overline{BA}^2$ et comme le point E n'est pas le milieu de BA, $\downarrow BE \times AE$ est moindre que $\overline{BA}^2$.

(Bien entendu, nous avons traduit en formules modernes le langage d'Apollonius. Par exemple, $\downarrow BE \times AE$, dans le texte, c'est *rectangulum BE, EA quater*).

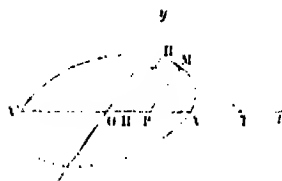
Proposition XXXIV. — Si, sur une hyperbole, une ellipse ou un cercle, on prend un point quelconque; que l'on mène de ce point l'ordonnée au diamètre de la courbe; que l'on détermine sur le diamètre un point dont les distances aux extrémités de ce diamètre soient entre elles comme les segments du diamètre (déterminés par l'ordonnée), et que l'on joigne le point obtenu au point pris sur la section, cette droite sera tangente à la section, au point choisi d'abord.

C'est-à-dire: si du point M (*fig. 30*) on mène la parallèle MP au diamètre conjugué de A'A, et que l'on détermine le point T de façon que $\frac{TA}{TA'} = \frac{PA}{PA'}$, MT sera la tangente en M à la section.

La démonstration d'Apollonius est analogue à celle de la proposition XXXIII, que nous avons rapportée; mais elle est naturellement beaucoup plus compliquée. Elle consiste à faire voir que MT ne peut pas avoir un point Z dans l'intérieur de la

courbe, et l'absurdité, comme dans le cas précédent, résulte de la comparaison des carrés des ordonnées MP, BH et ZH, en tenant

Fig. 20.



compte de ce que les carrés des ordonnées de la courbe MP et BH ont entre eux même raison que les rectangles (PA, PA') et (HA, HA').

Dans les propositions suivantes, Apollonius démontre qu'entre la courbe et la tangente il ne peut passer aucune autre droite.

Il est curieux d'observer que les anciens, qui voyaient sans doute tout aussi juste que nous, n'énonçaient jamais que les propositions qu'ils pouvaient démontrer. Assurément Apollonius n'aurait pas hésité à croire qu'entre une courbe quelconque, même non définie, et sa tangente, il ne peut passer aucune autre droite; mais il ne l'aurait pas dit, ne pouvant le prouver. Cette sorte de timidité a eu sa raison d'être, aux deux points de vue dogmatique et pédagogique; mais de plus elle a sans doute excité notre audace par l'ennui.

Propositions XXXVII à XLV. — Jusqu'ici chaque section conique a un diamètre et son conjugué que, du reste, on aperçoit à peine derrière le *latus rectum* de son conjoint; mais on ne lui en connaît pas encore d'autres. Le premier est l'intersection du plan de la courbe par le plan mené par l'axe du cône et par le

diamètre du cercle de base qui est perpendiculaire à la trace. sur le plan de ce cercle, du plan de la conique.

Les propositions XXXVII à XLV ont pour objet de préparer la démonstration de l'existence d'une infinité de diamètres entièrement analogues au premier, c'est-à-dire ayant, comme lui, chacun son *latus rectum* et son conjugué.

Apollonius y parvient en transformant les propriétés précédentes de la tangente considérée dans ses rapports avec le diamètre connu et son *latus rectum*, ou avec les deux diamètres conjugués connus.

Mais nous n'entrerons pas dans le détail de ses démonstrations.

Proposition XLVI. — La parallèle au diamètre d'une parabole menée par le point de contact d'une tangente divise en parties égales les cordes parallèles à cette tangente.

Voici la démonstration d'Apollonius :

Soient (*fig. 21*) :

CA la tangente considérée, qui rencontre le diamètre ABD en A

Fig. 21.



ZL une corde parallèle à la tangente, qui coupe le diamètre en E;
CN une parallèle à ABD.

Il faut démontrer que le point N est le milieu de LZ.

Que l'on mène les ordonnées BT, ZHK et LMD. On a démontré dans la XLII^e proposition que le triangle ELD est égal au parallélogramme BTMD, et le triangle EZH égale au parallélogramme BTKH; le parallélogramme HKMD est donc égal au quadrilatère LZHD. Cela posé, que l'on enlève de part et d'autre la partie commune MNZHD, il restera les deux triangles ZKN et LMN; ces triangles sont donc égaux, mais ils sont semblables; donc leurs parties sont égales; donc $ZN = LN$; donc CM parallèle à AD est le diamètre des cordes parallèles à la tangente.

Proposition XLVII. — Si une tangente à une hyperbole, une ellipse ou un cercle rencontre le diamètre et qu'on joigne le centre au point de contact, cette droite divisera en parties égales les cordes parallèles à la tangente.

Soient (*fig. 22*)

EBA, la conique dont le diamètre est AB et le centre C;

Fig. 22.



ED la tangente en E, qui rencontre le diamètre en D;

TNOH une parallèle à ED;

BL la tangente en B;

COEL la droite menée du centre C au point E.

Menons les ordonnées au diamètre NZ et HK et prolongeons-les jusqu'à leurs points de rencontre P et M avec CE prolongé.

Il faut démontrer que O est le milieu de NH ; or, d'après la proposition XLIII, le triangle TNZ est équivalent au quadrilatère $BZPL$, et le triangle THK équivalent à la différence des triangles IBC et CMK ; donc, le quadrilatère $NZKH$ est équivalent à la différence des triangles PZC et CMK . Retranchons la partie commune $NZCO$, il reste $HOCK$ égal à la différence des triangles PNO et CMK , ou le triangle HOM égal au triangle PNO . Mais ces triangles sont semblables; donc NO égale OH .

Apollonius s'occupe ensuite de constater que les droites qui divisent en parties égales les cordes parallèles à une tangente quelconque à la courbe sont bien des diamètres jouissant de toutes les propriétés du premier, c'est-à-dire ayant chacun son *latus rectum*, et tels que les ordonnées de la courbe qui leur sont appliquées puissent des espaces égaux à des rectangles adjacents au *latus rectum* et ayant pour hauteur l'abscisse, augmentés ou diminués, suivant que la courbe est une hyperbole ou une ellipse, de rectangles semblables et semblablement placés à ceux qui sont compris sous les diamètres et leurs *latus rectum*.

Proposition LII. — Étant donné un point sur une droite indéfinie, une droite de longueur donnée et un angle, construire la parabole qui aurait pour diamètre la droite donnée, pour sommet le point donné sur cette droite, et dont une ordonnée, inclinée au diamètre sous l'angle donné, pourrait le rectangle compris sous la droite de longueur donnée et sous l'abscisse qu'elle retrancherait du diamètre.

Par construire la parabole, Apollonius entend déterminer le

intersection du cône considéré par le plan du tableau, serait donné par la proportion

$$\frac{X}{AZ} = \frac{AK^2}{AZ \cdot ZK},$$

ou, puisque $AK = EZ$ et que $AZ = ZK = EA$,

$$X = \frac{EZ^2}{EA};$$

mais EZ a été pris moyen proportionnel entre EA et CD ; donc

$$X = CD.$$

Les deux dernières propositions du Livre I ont pour objet analogue la construction du cône qui contiendrait une ellipse définie par l'un de ses axes et le *latus rectum* correspondant, ou une hyperbole définie par son axe transverse et le *latus rectum* correspondant.

LIVRE II.

Proposition I. — Si l'on mène une tangente à une hyperbole, à l'extrémité d'un diamètre, qu'on prenne sur la tangente, de part et d'autre du point de contact, des longueurs dont le carré soit le quart du rectangle construit sur le diamètre et le *latus rectum* correspondant, enfin qu'on joigne au centre les extrémités de ces longueurs, les droites ainsi menées ne couperont pas l'hyperbole, et on les appelle *les asymptotes*.

Cela revient à dire que les asymptotes sont les diagonales du parallélogramme construit sur deux diamètres conjugués, car le *latus rectum* est $\frac{2b'^2}{a'}$, et le quart du rectangle fait sur ce *latus rectum* et sur le diamètre $2a'$ est b'^2 .

La démonstration d'Apollonius résulte de la comparaison des

espaces que peuvent une ordonnée de la courbe et l'ordonnée de l'asymptote couchée suivant la même droite. Mais elle n'est complétée que dans la proposition II, où Apollonius fait voir, par un moyen analogue, que toute droite comprise dans l'angle des asymptotes où se trouve la courbe rencontre cette courbe.

Proposition III. — La portion d'une tangente, comprise entre les asymptotes, est divisée en parties égales par le point de contact.

En effet, il y a bien une infinité de tangentes, mais il n'y a que deux asymptotes, et chaque tangente peut servir à les construire.

Proposition IV. — Étant données les deux asymptotes d'une hyperbole et un point de la courbe, construire cette courbe.

Les données font immédiatement connaître deux diamètres conjugués de la courbe, mais c'est le *latus rectum* du diamètre passant par le point donné qu'Apollonius construit, parce qu'au moyen du diamètre transverse et de son *latus rectum*, il pourrait construire un cône contenant l'hyperbole.

Proposition VIII. — Les portions d'une droite quelconque comprises entre l'hyperbole et les asymptotes sont égales.

Proposition X. — Les segments d'une droite quelconque ter-

Fig. 24.



minée aux deux asymptotes d'une hyperbole, déterminés par l'un

des deux points de rencontre de cette droite avec la courbe, comprennent un rectangle égal au quart de celui qui aurait pour côtés le diamètre conjugué de la droite et son *latus rectum*, c'est-à-dire (fig. 24),

$$MN.NP = QP.QM = \frac{1}{4} 2OA . \frac{2BA^2}{OA} = BA^2.$$

Proposition XII. — Le rectangle compris sous les parallèles menées d'un point de l'hyperbole aux deux asymptotes et terminées à ces asymptotes est constant.

Proposition XIV. — Les asymptotes et l'hyperbole prolongées indéfiniment s'approchent de plus en plus et parviennent à un intervalle moindre que tout intervalle donné.

Proposition XV. — Les sections opposées ont les mêmes asymptotes, parce que le diamètre et le *latus rectum* correspondant sont les mêmes.

Proposition XVI. — Les parties d'une droite comprises entre les asymptotes et les sections opposées sont égales.

Proposition XVII. — Les asymptotes de deux sections opposées sont aussi les asymptotes des sections opposées qu'on appelle conjuguées des premières.

Deux hyperboles conjuguées sont pour Apollonius, comme pour nous, par définition, deux hyperboles ayant un système de diamètres conjugués commun, mais changés de transverse en non transverse, et réciproquement.

Les propositions suivantes se rapportent aux propriétés des tangentes et des sécantes à l'une des deux hyperboles conjuguées, par rapport à l'autre.

Proposition XXVIII. — Une droite qui divise en parties égales deux cordes parallèles est un diamètre.

Proposition XXIX. — Si deux tangentes se coupent, la droite menée de leur point de rencontre au milieu de la corde qui joint les points de contact est un diamètre.

Proposition XXXVII. — Si une droite coupe les deux sections opposées, la ligne menée du centre au milieu de cette droite sera un diamètre droit (*diameter recta*) ; son conjugué sera la droite menée du centre parallèlement à la droite considérée.

Proposition XL. — Si deux tangentes aux sections opposées se coupent, que par leur point de rencontre on mène une parallèle à la corde des contacts, et que par les points où cette parallèle coupe les sections opposées on mène des tangentes à ces sections, elles iront passer par le milieu de la première corde des contacts.

Proposition XLIV. — Trouver un diamètre d'une conique.

Proposition XLV. — Trouver le centre d'une ellipse ou d'une hyperbole.

Proposition XLVI. — Trouver l'axe d'une parabole.

Proposition XLVII. — Trouver l'axe d'une ellipse ou d'une hyperbole.

Après avoir trouvé l'axe en coupant la conique par un cercle concentrique et menant les diamètres conjugués des cordes obtenues, Apollonius se dit :

Proposition XLVIII. — Mais il reste à démontrer qu'il n'y a pas d'autres axes.

Proposition XLIX. — Mener une tangente à une conique par un point extérieur.

Apollonius construit le diamètre passant par le point donné

et obtient le point de contact par l'intersection de la courbe avec l'ordonnée au diamètre qui détermine sur ce diamètre des segments proportionnels aux distances du point donné aux extrémités de ce même diamètre.

Proposition L. — Mener une tangente parallèle à une droite donnée.

Apollonius construit le pied de la tangente cherchée sur l'axe. Le triangle rectangle qui a pour sommets ce pied de la tangente sur l'axe, T, le point de contact M et le pied N de l'ordonnée, a ses angles donnés, et la raison du carré de MN au rectangle compris sous TN et sous la distance du point T au centre est aussi donnée; on peut donc faire la construction.

Propositions LI et LII. — Mener une tangente qui fasse un angle donné avec le diamètre passant par le point de contact.

LI, LII, LIII.

Celivre débute par une série de propositions qu'il serait beaucoup trop long d'énoncer toutes et qui se rapportent soit à des égalités ou à des proportions entre des triangles, des rectangles ou des carrés dont les éléments sont déterminés par des parties de transversales, de cordes ou de tangentes, dans une foule de conditions; soit à des égalités ou proportions entre des segments de transversales ou de tangentes.

Ces propositions tendent plus ou moins à l'établissement de la théorie des foyers. En voici quelques-unes :

Proposition I. — Si deux tangentes à une conique se coupent et qu'on mène les diamètres passant par les points de contact, le triangle compris entre les deux tangentes et un diamètre

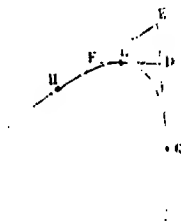
sera égal au triangle compris entre les deux tangentes et l'autre diamètre.

Proposition XVII. — Si deux tangentes à une conique se coupent et qu'on mène des cordes parallèles à ces tangentes, les carrés construits sur les portions des tangentes comprises entre leur point de rencontre et les points de contact seront entre eux comme les rectangles compris sous les segments des cordes, déterminés par leur point de rencontre; le carré d'une tangente et le rectangle des parties de la corde qui lui est parallèle étant les deux antécédents où les deux conséquents des deux raisons.

Viennent ensuite des égalités ou proportions entre des segments de transversales ou de tangentes. Voici la plus remarquable :

Proposition XLI. — Si l'on mène trois tangentes (fig. 25,

Fig. 25.



à une parabole, elles se couperont en même raison. C'est-à-dire qu'on aura

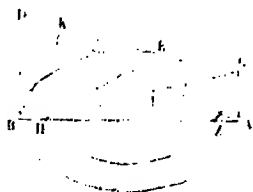
$$CD : DE :: EF : FH :: DG : GF.$$

Les propositions suivantes constituent la *Théorie des foyers*.

Proposition XLV. — Si, des extrémités du grand axe AB d'une ellipse (fig. 26) ou de l'axe transverse d'une hyperbole, on élève

des perpendiculaires AC et BD à cet axe, que l'on mène à la courbe une tangente quelconque DEC, qui coupe les perpendicu-

Fig. 26.



lares en C et D, que l'on détermine les points Z et H tels que les rectangles compris sous AZ et ZB, BH et HA soient égaux au quart du carré construit sur l'autre axe, enfin que l'on joigne CZ, CH, DZ et DH, les angles DZC et CHD seront droits.

[Apollonius ne dit pas que les rectangles (AZ, ZB) et (BH, HA) sont égaux au quart du carré construit sur le second axe, mais à la quatrième partie de la figure. Il ne dit même pas que les rectangles (AZ, ZB) et (BH, HA) sont formés des parties de l'axe, il les appelle *appliqués à l'axe* et les foyers sont dits *points provenant de l'application*.]

Voici la démonstration d'Apollonius : Comme il a été démontré proposition XLII de ce livre, que le rectangle fait sur AC et BD est égal au quart de la figure (c'est b^2), il est donc égal au rectangle AZ, ZB. Apollonius écrit AZB ; donc

$$CA : AZ :: ZB : BD.$$

Mais les angles CAZ et DBZ sont droits ; donc les angles ACZ et BZD sont égaux, ainsi que les angles AZC et ZDB ; donc les angles CZA et DZB font un droit ; donc DZC est aussi droit.

Proposition XLVI. — On voit en même temps, en décrivant le demi-cercle $DHZC$, que les angles ACZ et DCH sont égaux, ainsi que les angles CDZ et BDH .

Proposition XLVII. — La droite ET est perpendiculaire à la tangente.

Proposition XLVIII. — Les droites ZE et HE font des angles égaux avec la tangente DEC .

Proposition XLIX. — Si de H , par exemple, on abaisse la perpendiculaire HK sur la tangente, l'angle BKA sera droit.

Proposition L. — Si du centre de la conique on mène une parallèle à la droite qui joint l'un des foyers au point de contact de la tangente et qu'on prolonge cette parallèle jusqu'à sa rencontre avec la tangente, elle sera égale au demi-axe. Apollonius démontre en même temps que la droite qui joint le second foyer à l'extrémité de la parallèle dont on vient de parler est perpendiculaire à la tangente.

Propositions LI et LII. — Dans l'hyperbole la différence, et dans l'ellipse la somme des droites menées des foyers à un point de la courbe est égale à l'axe.

LIVRE IV.

Ce livre a pour objet principal la détermination du nombre des points de rencontre de deux coniques, et comme Apollonius, naturellement, ne compte pas les intersections idéales ou imaginaires, le nombre des cas qu'il examine se complique beaucoup.

Il faut convenir, toutefois, qu'il a vu avec une extrême lucidité comment le cas général se relie aux cas particuliers, dans les circonstances où les deux coniques deviennent tangentes, asymptotiques, bitangentes, etc.

Le livre s'ouvre par une proposition intéressante par elle-même, mais qui va jouer un rôle important dans la démonstration du théorème que deux coniques ne peuvent se couper en plus de quatre points.

Proposition I. — Si l'on mène d'un point extérieur à une conique une tangente et une sécante, et que l'on divise la partie intérieure de la sécante en parties proportionnelles aux distances qui séparent le point extérieur des points d'intersection de la sécante avec la conique, de façon que les antécédents ou conséquents se terminent aux mêmes points : que l'on joigne le point de contact de la tangente avec le point de division de la partie intérieure de la sécante ; qu'on prolonge cette droite jusqu'à son deuxième point de rencontre avec la conique, et enfin qu'on joigne ce second point de rencontre avec le point extérieur, cette dernière droite sera tangente à la conique.

C'est, comme on voit, le théorème que la corde des contacts, des tangentes menées d'un point extérieur, est le lieu des points conjugués harmoniques du point extérieur sur toutes les cordes issues de ce point.

Les propositions suivantes concernent les cas particuliers relatifs au théorème précédent.

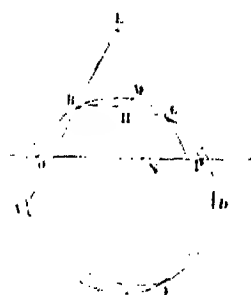
Proposition XXIV. — Deux sections coniques ne peuvent pas avoir une partie commune et une partie non commune.

Apollonius mène deux cordes parallèles se terminant de part et d'autre à la partie commune et une corde parallèle à celles-là se terminant d'un côté à la partie commune et de l'autre aux parties non communes ; le diamètre conjugué des deux premières cordes devrait passer par les deux milieux de la troisième, ce qui est absurde.

Proposition XXV. — Deux sections coniques ne peuvent se couper en plus de quatre points.

Supposons qu'elles se coupent en cinq points A, B, C, D, E; joignons AB et DC qui se coupent en L (fig. 27) et divisons AB

Fig. 27.



et DC aux points O et P, de façon que

$$\frac{LA}{LB} = \frac{OA}{OB} \quad \text{et} \quad \frac{LD}{LC} = \frac{PD}{PC}.$$

Joignons OP; cette droite coupera chacune des coniques aux points de contact des tangentes menées de L.

Joignons LE; cette droite coupera OP en un point N et les deux coniques en des points M et H, entre B et C, par exemple; on aura donc en même temps

$$\frac{NH}{NE} = \frac{LH}{LE} \quad \text{et} \quad \frac{NM}{NE} = \frac{LM}{LE};$$

d'où

$$\frac{NH}{LH} = \frac{NM}{LM} \quad \text{ou} \quad \frac{NH}{NM} = \frac{LH}{LM},$$

ce qui est absurde.

Proposition XXVI. — Si deux coniques se touchent en un point, elles ne pourront se rencontrer en plus de deux autres points.

Proposition XXVII. — Si deux coniques se touchent en deux points, elles ne pourront se rencontrer en un autre point.

Les autres propositions concernent des cas particuliers, tels que celui, par exemple, où les coniques ont même centre.

LIVRE V.

L'objet principal de ce livre est la discussion du problème de mener par un point extérieur toutes les normales possibles à une conique.

Il est vraiment extraordinaire qu'Apollonius détermine les pieds des normales menées d'un point extérieur à une conique, exactement comme nous le ferions, par l'intersection de la conique avec une hyperbole entre ses asymptotes. Cela est si remarquable, qu'il faut en donner la preuve.

Proposition LIX. — Si la section est une hyperbole ou une ellipse, comme AB (Apollonius a traité le cas de la parabole dans la proposition précédente), dont l'axe soit BC et le centre C (*fig. 28 et 29*) ; que E soit le point donné et que EZ soit la perpendiculaire abaissée de E sur l'axe ; que l'on fasse CH à HZ comme le diamètre transverse est au *latus rectum*, c'est-à-dire $\frac{CH}{HZ} = \frac{2a}{2b^2} = \frac{a^2}{b^2}$, et que l'on mène la perpendiculaire HM à l'axe ;

que l'on fasse aussi ET à TZ dans la même raison du diamètre transverse au *latus rectum* et que l'on mène TK parallèle à l'axe ; que par le point E on décrive l'hyperbole EAS asymptote aux

droites HM et KT, laquelle coupera la conique proposée en A. et que l'on joigne EA qui rencontre l'axe en D: je dis que la droite AD sera minimum.

Fig. 28.

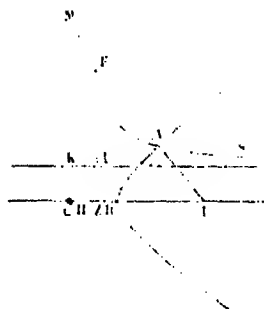
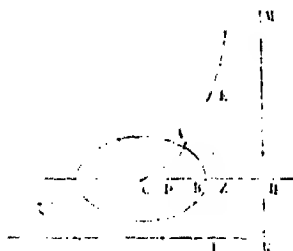


Fig. 29.



(Apollonius donne à toutes les normales le nom de maximum ou de minimum selon le point d'où il les suppose menées à la courbe. Ici c'est du point D.)

On ne peut pas dire qu'Apollonius ait déterminé les développées des coniques, mais il les conçoit comme séparant le plan en deux parties, des points de l'intérieur desquelles on peut mener soit deux, soit quatre normales.

LIVRE VI.

Ce livre traite de la similitude des coniques, et quelques-unes des propositions qu'il contient seront utilisées dans le septième.

Apollonius appelle semblables deux coniques dont les ordonnées sont également inclinées sur les diamètres par rapport auxquels on les considère, et sont d'ailleurs proportionnelles aux abscisses comptées sur ces diamètres à partir de leurs extrémités respectives.

Il appelle *figure d'une conique rapportée à un axe ou à un diamètre* le rectangle compris sous l'axe ou le diamètre et sous le *latus rectum* correspondant.

Après avoir établi de diverses manières les conditions de similitude, Apollonius s'occupe de trouver sur un cône droit donné une conique donnée, et inversement de déterminer un cône droit contenant une conique donnée.

LIVRE VII.

C'est dans ce livre que se trouvent les deux théorèmes sur les diamètres conjugués. Apollonius énonce d'abord le premier comme nous, puis il y revient sous cette forme.

Proposition XXIX. — Dans une hyperbole, la différence entre la figure de la section, faite sur un diamètre quelconque, et le carré de ce diamètre est partout égale.

C'est-à-dire : la différence entre le rectangle fait sur un diamètre et son *latus rectum*, d'une part, et le carré fait sur le diamètre, de l'autre, est toujours la même.

Ou, plus clairement : $2 \frac{b^2}{a^2} \times 2a' - 4a'^2 = 4b^2 - 4a'^2 = \text{const.}$

Proposition XXX. — Dans l'ellipse, si l'on ajoute à la figure de la section, faite sur un diamètre quelconque, le carré de ce diamètre, la somme est toujours égale.

Vient ensuite l'énoncé du second théorème.

Proposition XXXI. — Si l'on mène deux diamètres conjugués quelconques dans l'ellipse ou dans les sections opposées, le parallélogramme contenu sous ces diamètres sera égal au rectangle fait sous les axes, pourvu que les angles de ce parallélogramme

soient égaux aux angles au centre de la section, compris par les diamètres de la section.

Ces théorèmes sont précédés de propositions qui servent à les établir, et parmi lesquelles nous citerons :

Proposition IV. — Le carré de la portion d'une tangente à une ellipse ou à une hyperbole, comprise entre le point de contact et le point de rencontre avec l'axe transverse, est au carré du demi-diamètre parallèle à la tangente, dans le rapport des distances du pied de l'ordonnée du point de contact au pied de la tangente sur l'axe et au centre.

LIVRE VIII.

Ce livre se compose tout entier de problèmes dont voici les énoncés :

Proposition I. — Étant donné, dans une parabole donnée, le *latus rectum* d'un diamètre, trouver le *latus rectum* d'un autre diamètre.

Proposition II. — Étant donné, dans une parabole, le *latus rectum* d'un diamètre, trouver le diamètre dont le *latus rectum* a une longueur donnée.

Propositions III et IV. — Reproduction de la question I, relativement à une hyperbole ou à une ellipse.

Propositions VII et VIII. — Étant donnés l'axe et le *latus rectum* correspondant d'une hyperbole ou d'une ellipse, et la raison de deux diamètres conjugués, trouver ces diamètres en grandeur et en position.

Propositions IX, X, XI, XII, XIII et XIV. — Étant donnés l'axe et le *latus rectum* correspondant d'une hyperbole ou d'une ellipse, et la somme ou la différence de deux diamètres conjugués.

ou le rectangle compris sous eux, trouver les diamètres en grandeur et en position.

Propositions XV et XVI. — Même question, en supposant qu'on donne la somme des carrés des deux diamètres conjugués, pour l'hyperbole, et la différence de leurs carrés pour l'ellipse.

Propositions XVII et XVIII. — Étant donnés l'axe et le *latus rectum* correspondant d'une hyperbole ou d'une ellipse, trouver deux diamètres conjugués qui comprennent entre eux un angle donné.

Propositions XIX et XX. — Étant donnés l'axe et le *latus rectum* correspondant d'une hyperbole ou d'une ellipse, trouver le diamètre dont le *latus rectum* est égal à une longueur donnée.

Propositions XXI, XXII, XXIII, XXIV, XXV, XXVI, XXVII et XXVIII. — Étant donnés l'axe et le *latus rectum* d'une hyperbole ou d'une ellipse, trouver le diamètre qui ait avec son *latus rectum* une raison donnée, ou qui, avec son *latus rectum*, donne une somme ou une différence égale à une longueur donnée, ou qui, avec son *latus rectum*, fasse un rectangle donné.

Propositions XXIX et XXXI. XXXII et XXXIII. — Étant donnés l'axe et le *latus rectum* correspondant d'une hyperbole ou d'une ellipse, trouver le diamètre dont le carré donne, avec celui de son *latus rectum*, une somme ou une différence donnée.

Nous n'avons malheureusement pas le texte des solutions données par Apollonius de toutes ces questions, qui dépendent chacune de la résolution d'équations du premier et du second degré.

Il est présumable qu'il se proposait de ramener chacun de ces problèmes aux problèmes contenus dans les *Éléments* d'Euclide.

Mais il devait nécessairement, pour cela, effectuer certaines

combinaisons entre les équations qu'il avait à résoudre. Il eût été très intéressant de connaître ces combinaisons.



DES PROGRÈS INTRODUITS PAR APOLLONIUS DANS LES MÉTHODES
ARITHMÉTIQUES.

Nous avons déjà dit un mot de l'ouvrage, aujourd'hui complètement perdu, qu'Apollonius avait consacré aux méthodes de calcul arithmétique. Nous ne pouvons ajouter à ce que nous en avons dit que quelques indications fournies par Pappus.

Il paraît qu'Apollonius avait eu l'idée de prolonger la numération écrite en réemployant, pour les quatre ordres d'unités dépassant les mille, puis pour les quatre ordres suivants, et ainsi de suite, les notations des nombres jusqu'à 9999, et de séparer, à partir de la droite, par des points, les figures des nombres de quatre chiffres au plus.

Il avait aussi indiqué la manière de substituer, dans les multiplications, les opérations sur les nombres de dizaines, de centaines et de mille, dans chaque classe de nombres de quatre chiffres, par les opérations correspondantes sur les nombres moindres que 10, sauf à tenir compte de la place à donner à chaque produit, comme nous le faisons aujourd'hui, de façon à éviter l'emploi des 27 lettres de l'alphabet, et à n'opérer jamais que sur les 9 premières.

Malheureusement la plus grande partie des commentaires de Pappus sur les travaux arithmétiques d'Apollonius est absolument perdue, en sorte que nous n'en pouvons dire davantage.

Peut-être Apollonius avait-il au moins ébauché la théorie des règles de l'arithmétique vulgaire.



CTÉSIBIUS.

(Né à Alexandrie vers — 150.)

Il était fils d'un barbier et exerça quelque temps la profession de son père. Il devint ensuite célèbre par d'ingénieuses inventions mécaniques; on lui attribue entre autres celle de la pompe aspirante et foulante, celle d'une sorte de fusil à vent pour lancer des traits et celle d'une horloge d'eau. On croit qu'il était le père de Héron l'Ancien.



HÉRON L'ANCIEN.

(Né à Alexandrie vers — 100.)

On le croit fils de Ctésibius, dont au moins il fut le disciple. Il est connu par l'invention de l'éolipyle et surtout du curieux appareil connu sous le nom de *fontaine de Héron*. Il reste de lui des fragments d'un ouvrage intitulé les *Pneumatiques*, un *Traité des projectiles* et deux livres sur les *Automates*.

Je croyais avoir rendu à Héron l'Ancien, en ces cinq lignes écrites depuis longtemps, tout ce qui lui est dû. Mais tout le monde, maintenant, s'accorde à lui attribuer un ouvrage beaucoup plus important que les précédents, au point de vue de la théorie, et qui présenterait un grand intérêt historique, si l'on pouvait lui accorder, ce que je ne crois pas, l'antiquité qu'on lui suppose : C'est le *Traité de la Dioptre* (ἑπεὶ Διοπτρική), dont il existait trois

exemplaires manuscrits, assez dissemblables, l'un à la Bibliothèque Nationale, l'autre à la bibliothèque de Strasbourg et le troisième à la bibliothèque de Vienne.

Montucla n'avait pas eu connaissance de cet ouvrage. C'est M. Venturi qui l'a découvert et fait connaître, dans sa *Storia dell' Ottica*, publiée à Bologne en 1814.

Montucla ne mentionne que la *Géodésie* de Héron le Jeune, et voici ce qu'il en dit : « Cette Géodésie n'est d'aucune importance. Remarquons cependant qu'on y trouve la méthode ingénieuse de mesurer la surface d'un triangle rectiligne par la connaissance seule des trois côtés, sans rechercher la perpendiculaire ; mais Héron la donne sans démonstration, et il est probable qu'elle est l'ouvrage de quelque mathématicien antérieur et plus profond.

J'ai été fort surpris, il y a une quinzaine d'années, de trouver dans l'*Aperçu historique* de M. Chasles le passage suivant, page 431 :

« Mais nous devons convenir ici que ce théorème (sur l'aire d'un triangle en fonction des trois côtés, qui est resté inaperçu dans l'histoire de l'école d'Alexandrie, y a été connu. On le trouve démontré dans un traité de Géodésie de Héron l'Ancien (deux siècles avant l'ère chrétienne, intitulé la *Dioptre* ou le *Niveau*, que M. Venturi, de Bologne, a traduit, il y a une vingtaine d'années, sous le titre *Il Traguardo*, dans son *Histoire de l'Optique*. »

L'idée qu'un géomètre de l'école d'Alexandrie, presque contemporain d'Euclide, fût arrivé à exprimer l'aire d'un triangle en fonction de ses côtés par la formule

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)},$$

tandis qu'on ne pourrait pas citer un auteur grec qui ait donné pour l'aire du rectangle la formule

$$S = bh,$$

cette idée m'avait paru être de M. Chasles, et j'avais cru pouvoir admettre que la *Géodésie* de Héron l'Ancien n'était autre que celle de Héron le Jeune qui vivait au viii^e siècle suivant Montucla, et au vii^e suivant M. Chasles. J'avais pensé que les deux ouvrages n'en faisaient qu'un, que Héron le Jeune était l'auteur de la *Dioptre*, et que la *Géodésie* qui lui était attribuée n'était qu'une mauvaise et défectueuse copie de son ouvrage.

Mais l'idée était de M. Venturi, qui s'appuie, pour l'établir, sur l'aveu, par Héron le Jeune, des nombreux emprunts qu'il aurait faits à Héron l'Ancien, aveu qui se trouverait dans la traduction par Barocci de la *Géodésie* de Héron le Jeune.

Il est vrai qu'il existe trois *Géodésies* de Héron le Jeune : la première, celle de Barocci, qui ne contient pas le théorème sur l'aire du triangle ; la deuxième, plus abrégée, dont M. Venturi possédait une copie manuscrite (*la seconda ristretta e breve, della quale posseggo una copia manoscritta*), et la troisième, différente de la première et plus complète que la deuxième, dont Dasipodius a publié diverses parties en 1579 (*la terza diversa affatto dalla prima, e più diffusa assai della seconda; il Dasipodio ne pubblicò alcuni tratti in-8° del 1579*). Ces deux dernières contiennent le théorème, mais sans démonstration, selon l'usage de l'auteur, dit M. Venturi (*secondo l'uso del loro Autore*).

Ainsi il existait trois copies manuscrites assez dissemblables entre elles du *Traité de la Dioptre* (l'une d'elles est très incomplète), et l'on a trois éditions encore plus discordantes de la

Géodésie; et l'une de ces trois contient une mention d'emprunt. Cette mention peut-elle constituer une preuve historique? Cet aveu permet-il de trancher la question? Peut-on en conclure que le *Traité de la Dioptre* soit certainement de Héron l'Ancien, et que Héron le Jeune n'ait fait que copier plus ou moins maladroitement l'ouvrage de son homonyme, en l'abrégeant?

Il ne me paraît pas que les circonstances soient de nature à autoriser des conclusions si formelles, parce que, dans l'hypothèse où les deux ouvrages n'en feraient qu'un, où le second ne serait qu'une mauvaise copie du premier, il ne serait pas bien difficile d'admettre qu'un copiste, rencontrant deux ouvrages distincts sous certains rapports et pareils sous d'autres, et s'expliquant d'autant moins le fait que tous deux portaient le même nom d'auteur, ait attribué l'un à l'un des Héron et l'autre à l'autre; le plus complet, naturellement, à Héron l'Ancien et l'abrégé à Héron le Jeune; il serait encore moins étonnant que le copiste eût inséré dans la *Géodésie* une mention des emprunts faits à la *Dioptre*, et qu'un autre copiste eût attribué plus tard cette mention à l'auteur présumé des emprunts. Les altérations de textes ne sont malheureusement pas assez rares dans les anciens manuscrits pour qu'une pareille hypothèse soit invraisemblable.

Enfin M. Cantor, dans son *Histoire des Mathématiques*, adopte aussi l'opinion de M. Venturi, fondée sur les mêmes motifs et sur les mêmes textes.

Je crois qu'il convient de rechercher dans l'ouvrage lui-même l'époque à laquelle il peut avoir été écrit, et que l'on sera fondé à rejeter une hypothèse, même appuyée sur des textes précis, si cette hypothèse ne présente que des invraisemblances plus choquantes les unes que les autres.

Or, je pense qu'il suffira de donner une analyse de la *Dioptre* pour rendre évidente l'impossibilité de l'attribuer à Héron l'Ancien.

Mais, avant de présenter cette analyse, je crois devoir constater que tout le monde est à peu près d'accord sur l'époque à laquelle vivait Héron l'Ancien. J'ai déjà cité l'opinion de M. Chasles, qui le place vers l'an — 200; M. Venturi suppose qu'il vivait un peu plus d'un siècle avant Jésus-Christ; M. Cantor le rajeunit de quelques années, et je place sa naissance vers — 155. Toutes ces hypothèses s'accordent à peu près, ou du moins les différences qu'elles présentent sont insignifiantes, en ce que toutes placent Héron l'Ancien au moins 220 ans avant Ptolémée, ce qui constitue l'une des difficultés qu'il y a à admettre qu'il puisse être l'auteur de la *Dioptre*.

Voici l'analyse de l'ouvrage qui nous occupe :

C'est un traité de Géodésie où se trouvent indiquées les solutions, à l'aide de la dioptre, d'un grand nombre de questions de Géométrie pratique telles que : mesurer la différence de niveau de deux points visibles ou invisibles l'un de l'autre; trouver la distance d'un point accessible à un point inaccessible ou celle de deux points inaccessibles; mener d'un point donné une perpendiculaire sur une droite dont on ne peut approcher; prolonger une droite au delà d'un obstacle; donner au terrain une pente déterminée ou la forme d'une calotte sphérique; mesurer la surface d'un champ sans y pénétrer, etc.

L'ouvrage débute par la description de la dioptre.

Cette dioptre se compose d'abord d'un support formé d'une colonne qu'on rend verticale au moyen d'un fil à plomb et qui repose sur le sol par trois pieds dont les extrémités forment un

triangle équilatéral. Cette colonne est terminée à sa partie supérieure par un plateau circulaire horizontal fixe, centré avec la colonne et qui porte un cylindre vertical mobile autour de son axe, centré aussi avec la colonne.

Ce cylindre est entouré près de sa base d'une roue dentée qui fait corps avec lui, et qui engrène avec une vis sans fin portée par de petits supports fixés au plateau. En agissant sur la tête de la vis sans fin, on produit un mouvement de rotation du cylindre autour de son axe, aussi minime qu'on le veut. Le petit cylindre se termine à sa partie supérieure par un chapiteau dorique.

Ce chapiteau porte sur sa face supérieure deux petits supports auxquels est adaptée une nouvelle vis sans fin horizontale qui sert à mettre en mouvement autour de son centre et dans son plan vertical qui, prolongé, passerait par l'axe de la colonne, une demi-roue dentée de grande dimension, portée sur deux supports de hauteur convenable, fixés au chapiteau dorique. Le diamètre qui termine cette demi-roue est habituellement horizontal, mais la vis sans fin dont il vient d'être parlé en dernier lieu permet de donner à ce diamètre une inclinaison plus ou moins grande sur l'horizon.

Une grande circonférence divisée en 360° et parties de degré est fixée à la demi-roue un peu au-dessus de son diamètre, dans un plan parallèle à ce diamètre et perpendiculaire à celui de la demi-roue, c'est-à-dire dans un plan horizontal lorsque le diamètre de la demi-roue est lui-même horizontal, mais qui s'incline sur l'horizon en même temps que ce diamètre.

Enfin la dioptré proprement dite est portée par cette grande circonférence sur laquelle elle forme comme un diamètre.

C'est un tube de verre recourbé à angles droits à ses deux extrémités, qui forme à la fois niveau d'eau et alidade.

Ainsi la première vis sans fin sert à amener l'alidade dans le plan vertical passant par l'axe de la colonne et par l'objet que l'on veut viser, et la seconde vis sans fin sert à diriger, dans ce plan, l'alidade vers l'objet.

L'instrument a des dimensions imposantes, car le diamètre de la grande circonférence est de quatre coudées; quant au dessin qui le représente, il est fait pour en donner une idée fort avantageuse.

Au reste, en terminant sa description, M. Venturi ajoute : « ON VOIT QUE L'INSTRUMENT DE HÉRON AVAIT UNE GRANDE RESSEMBLANCE AVEC LES MODERNES THÉODOLITES. *Si vede che l'Istromento di Erone avea molta somiglianza coi moderni Teodoliti.* »

J'admets tout cela; car M. Venturi nous affirme que sa traduction est aussi fidèle que le permettaient le génie de sa langue, le style des géomètres modernes et les erreurs de sa copie. *« Ho posto cura che la traduzione riuscisse così fedele, come permettevano il genio della nostra lingua, lo stile de' moderni Geometri, e gli errori della mia Copia, egualmente che del Manuscritto di Strasburgo. »* Car il a collationné les deux manuscrits. J'admets tout cela, dis-je, non sans étonnement, il est vrai, mais à la condition que l'aventure ne se passe pas deux siècles et demi avant Ptolémée, à moins qu'on ne découvre bientôt que la dioptré de l'auteur de l'*Almageste* était un cercle répéteur de Borda, divisé par un des Gambey, dont il existait un si grand nombre à Alexandrie en l'an 150, et muni d'une lunette de Galilée à laquelle Picard avait ajouté un réticule et Auzout un micromètre.

Mais l'hypothèse que Héron l'Ancien ait trouvé vers — 100

la formule de l'aire d'un triangle en fonction de ses côtés me paraît présenter des invraisemblances encore plus grandes.

Ces invraisemblances sautent tellement aux yeux que M. Libri, partagé entre le désir de reprendre M. Chasles, ce dont il ne manque jamais les occasions qu'il rencontre assez fréquemment, et l'ennui de contredire son compatriote, en vient à supposer que le théorème en question, si le $\Pi\epsilon\pi\alpha\ \Delta\epsilon\mu\pi\tau\epsilon\tau$ était l'œuvre de Héron l'Ancien, aurait été intercalé par quelque Alexandrin.

« Nous ne savons pas d'une manière certaine, dit-il, tome II, page 481, si cet ouvrage est celui d'Héron l'Ancien, et si en tout cas il ne contient pas des interpolations faites par ces mêmes Alexandrins, qui ont attribué à Archimède le petit écrit sur l'analyse indéterminée dont j'ai parlé précédemment.

« Mais il me semble difficile que ce beau théorème se fût trouvé dans un ouvrage aussi ancien que celui du premier Héron, sans qu'aucun géomètre grec eût songé à le citer. »

En effet, comment pourrait-on admettre, par exemple, que Pappus, qui a donné un extrait des *Mécaniques* de Héron l'Ancien dans le huitième livre de ses *Collections mathématiques*, n'eût pas jugé à propos de dire un seul mot du théorème dont il s'agit? Mais surtout comment pourrait-on expliquer le silence gardé sur ce même théorème par Proclus, qui prend la peine de discuter la convenance d'une réduction proposée par Héron l'Ancien dans le nombre des axiomes admis par Euclide?

Comment M. Venturi n'a-t-il pas vu que ces deux faits, qu'il rapporte lui-même, étaient inconciliables avec son hypothèse?

Mais cette hypothèse me paraît encore bien plus inadmissible qu'à M. Libri, et pour des raisons bien plus considérables.

Non seulement on ne trouve dans aucun ouvrage grec, autre

que la *Dioptre*, la formule de la mesure de l'aire d'un triangle en fonction des mesures de ses côtés, mais on n'y trouve même pas la formule de cette mesure en fonction des mesures de la base et de la hauteur; et il y a à cela une excellente raison, c'est que la formule

$$S = \frac{1}{2}bh$$

suppose que l'on prenne pour unité de surface le carré construit sur l'unité linéaire. convention qui n'a rien d'obligatoire, qu'il faut au moins mentionner quand on la fait, que Héron le Jeune a bien pu tenir des Hindous, mais qui n'est indiquée dans aucun auteur grec antérieur à Héron l'Ancien.

D'un autre côté, si Ptolémée avait connu l'expression de l'aire d'un triangle sous la forme

$$S = \sqrt{p \, p - a \, p - b \, p - c} ,$$

à plus forte raison l'aurait-il connue sous la forme plus simple

$$S = \frac{1}{2}bh = \frac{1}{2}bc \frac{1}{2} \text{ corde } 2A = \frac{1}{4}bc \text{ corde } 2A ;$$

mais alors la comparaison des deux formules lui eût fourni immédiatement le théorème

$$\text{corde } 2A = 4 \frac{\sqrt{p \, p - a \, p - b \, p - c}}{bc} .$$

Or cette formule se trouve-t-elle dans Ptolémée qui, pour résoudre le moindre triangle, le décompose toujours en deux triangles rectangles?

On ne peut donc attribuer le théorème à Héron l'Ancien sans rejeter Ptolémée dans les catacombes intellectuelles.

On n'a pas assez remarqué que la maladresse avec laquelle les

anciens établissent les équations dont ils se servent, tient essentiellement à ce qu'ils n'ont pas les formules des mesures des surfaces et volumes, dont les équivalences nous fournissent beaucoup plus souvent des relations entre les éléments linéaires des figures que les circonstances de position ou de similitude que ces éléments peuvent présenter.

Il y a contradiction à leur faire cadeau des formules des mesures en leur laissant leur maladresse; et les Grecs, s'ils pouvaient revenir, seraient les premiers à rejeter un présent aussi injurieux pour leur intelligence.

Quant à l'hypothèse d'une interpolation faite au *Traité de la Dioptre* par quelque copiste, M. Venturi, qui ne la connaissait pas, y répond par avance par les éloges qu'il donne à la démonstration de son auteur.

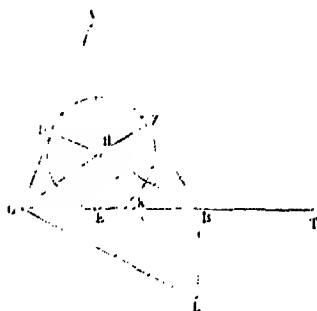
« La démonstration, dit-il, que j'ai rapportée de Héron l'Ancien, non seulement est plus facile que celles des trois frères [les fils de Musa], reproduite par Pacioli et les géomètres du xvi^e et du xvii^e siècle, mais elle ne le cède en élégance et en simplicité à aucune autre plus récente, pas même à celle d'Euler ni à celle de Boscovich. »

« La Dimostrazione che ho riportata d'Erone l'Antico, non solo è più facile di quella dei tre Fratelli, ripetera poi da Pacioli e dai Geometri del xvi e xvii secolo; ma inoltre essa non la cede neppure in eleganza e semplicità a veruna delle più recenti; non a quella di Euler, e non a quella di Boscovich. »

Voici la démonstration du théorème, telle que la donne M. Venturi; elle est évidemment arrangée par lui dans le goût moderne, mais il est facile de restituer par la pensée les longues périphrases que devait employer l'auteur grec.

Soit (*fig. 36*) le triangle ABG, et soit donné chacun de ses

Fig. 36.



côtés. Inscrivons-lui le cercle DEZ dont le centre est H, et joignons HA, HB, HG, HD, HE, HZ; le double du triangle BHG sera

$$BG \times HE;$$

de même les doubles des triangles AHB et AHG seront respectivement

$$AB \times HZ \quad \text{et} \quad AG \times HD.$$

donc le produit du périmètre du triangle par le rayon du cercle est le double de ce triangle. Prolongeons GB d'une longueur BT égale à AG; GT sera la moitié du périmètre du triangle; donc l'aire de ce triangle sera

$$GT \times HE = \sqrt{GT^2 \times HE^2}.$$

Menons HKL perpendiculaire à HG, BL perpendiculaire à GB, et joignons GL.

(Il n'est pas inutile de remarquer que toutes les lettres viennent

dans l'ordre alphabétique grec, sauf que M. Venturi aura sans doute remplacé Θ par T).

Les deux angles GHL et GBL étant droits, les quatre points G, H, B, L sont sur un même cercle, et

$$HLG = HBG;$$

d'un autre côté, comme

$$HLG + HGL = 1 \text{ droit,}$$

il en résulte, en remplaçant HLG par HBG, et décomposant HGL en HGB plus BGL.

$$HBG + HGB + BGL = 1 \text{ droit;}$$

mais les trois angles HGE, HBE et HAD forment aussi un droit; donc

$$HAD = BGL,$$

et les deux triangles HAD, GBL sont semblables. Par conséquent

$$GB:BL::AD:DH \text{ ou }::BT:HE;$$

ou, en changeant l'ordre des moyens,

$$GB:BT::BL:HE \text{ ou }::BK:KE,$$

à cause de la similitude des triangles BKL et EKH; d'où, en ajoutant les conséquents aux antécédents,

$$GT:BT::BE:KE;$$

et, en multipliant les termes du premier rapport par GT et ceux du second par GE

$$\overline{GT^2}:GT::BT::GE \times BE:GE \times KE;$$

d'où

$$\overline{GT^2} \times GE \times KE = GE \times BE \times GT \times BT.$$

Mais dans le triangle rectangle GHK,

$$GE \propto KE \quad \overline{HE}^2;$$

donc

$$\overline{GT}^2 \propto \overline{HE}^2 \propto GE \propto BE \propto GT \propto BT.$$

Mais $\overline{GT} \propto \overline{HE}^2$ est le carré de l'aire S du triangle; donc

$$S = \sqrt{GE \propto BE \propto GT \propto BT};$$

or, GT est le demi-périmètre du triangle, GE est le demi-périmètre diminué de AB, et de même BE et BT sont respectivement égaux à ce demi-périmètre diminué de AG et de GB; donc

$$S = \sqrt{p \cdot p - AB \cdot p - AG \cdot p - BG \cdot p}.$$

M. Chasles ne trouve à cette démonstration, pour être du ^{III} siècle avant Jésus-Christ, qu'un petit défaut : c'est d'introduire un produit de quatre lignes, « locution inusitée, dit-il, dans la Géométrie des Grecs, où le produit de deux ou de trois lignes avait une signification géométrique, mais non le produit de quatre lignes ». Dans quel auteur grec M. Chasles a-t-il donc vu des produits de trois ou seulement de deux lignes? Il n'y en a même pas encore dans Pappus.

Quant à M. Cantor, non seulement il ne fait aucune objection, mais il discute la question de savoir si la proposition est de Héron l'Ancien ou d'un géomètre antérieur. Il distingue alors entre le théorème et la démonstration. Le théorème, dit-il, pourrait être d'un géomètre antérieur, mais la démonstration est de Héron.

Je crois la discussion aussi superflue que la distinction.

En résumé, je ne crois pas du tout que le *Traité de la Dioptrique*

soit de Héron l'Ancien, et si l'on ne veut pas qu'il soit de Héron le Jeune, alors il faudra, je pense, chercher un troisième Héron.

Faute d'autre hypothèse, je continuerai à attribuer le *Traité de la Dioptre* à Héron le Jeune.



PHILON DE BYZANCE.

(N^o vers — 1300.)

Donna une solution du problème des deux moyennes proportionnelles. Il reste de lui le quatrième et le cinquième livre d'un traité de *Poliorectique*, publié en 1693 avec traduction latine dans la collection des *Veterum mathematicorum*. On y trouve la description d'une sorte de fusil à vent qui pourrait être la machine de Ctésibius.



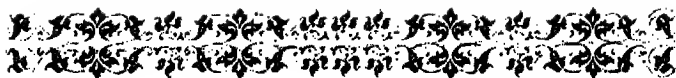
TROISIEME PERIODE.

D'HIPPARQUE, né en — 15

à DIOPHANTE, né en 825

Noms des savants de cette Période.

	Styl.	Mérid.
HIPPARCHUS.....	154	
PASSEROPUS.....	135	— 40
STRABO.....	100	
GEOPHILUS.....	95	
VITRUVE.....	85	— 26
CLÉOMÈDE.....	80	
SOSIGÈNE.....	80	
DIONYSIDORUS.....	20	
MANILIUS.....	10	
SÉRÉNUS.....	10	
PLINE.....	25	70
THEODOSIUS.....	40	
NUMAQUE.....	50	
MÉNÉLAÏUS.....	80	
THÉON (de Smyrne).....	120	
DIOSCORIDE.....	120	185
PROCLAÏUS.....	128	198
GALIEN.....	150	
SEXTUS EMPIRICUS.....	200	
ÉPISCÈME (de Césarée).....	274	—
ZENO.....	270	
THÉON (d'Alexandrie).....	320	



TROISIÈME PÉRIODE.

C'EST dans cette période que commencent à prendre corps les méthodes pour l'évaluation numérique, dans certains cas particuliers, de grandeurs géométriques définies par des figures qui ne pourraient pas les fournir d'une façon utile.

Bien entendu, il n'est pas encore question de substituer aux spéculations sur les grandeurs elles-mêmes des spéculations équivalentes sur leurs mesures, par rapport à une unité indiquée par la nature de la question, ni, à plus forte raison, arbitraire.

C'est toujours la considération des grandeurs elles-mêmes, prises dans la figure qu'elles forment, qui fournit les relations qui peuvent exister entre ces grandeurs; et ces relations reçoivent d'abord une expression concrète.

Mais ces grandeurs dépendant toutes de l'une d'entre elles, ce qui constitue la particularité du cas, on peut se proposer d'obtenir la raison de chacune d'elles à celle dont elles dépendent, ce qui permettrait au besoin de la construire directement, mais présentera deux avantages beaucoup plus considérables : le premier, que

l'évaluation numérique pouvant toujours comporter une approximation aussi grande qu'on le voudrait, on réduira autant qu'on le voudra les erreurs que laisseraient nécessairement subsister les constructions, qui du reste pourraient être impossibles, si les grandeurs cherchées étaient trop petites ou trop grandes; le second, que chaque évaluation numérique déjà obtenue pourra fournir les éléments du calcul d'une nouvelle grandeur inconnue.

Quant à la méthode, nous l'avons déjà vu mettre en pratique par Aristarque de Samos et par Archimède dans un cas, et il suffira de quelques mots pour la caractériser complètement.

Si l'on connaît la raison exacte de deux côtés d'un triangle rectangle et qu'on veuille connaître celle du troisième à l'un de ces deux, on divisera l'un de ces deux en un grand nombre de parties égales, dont l'une soit exactement contenue dans l'autre; la propriété fondamentale du triangle rectangle fera connaître le nombre de petits carrés, ayant chacun pour côté une des divisions, qui seraient contenus dans le carré construit sur le côté inconnu, et, par des tâtonnements plus ou moins méthodiques, on trouvera approximativement le nombre des divisions contenues dans ce côté.

Si l'on veut évaluer la longueur qui aurait une raison donnée, avec une longueur donnée contenant un certain nombre de divisions de la ligne principale, on multipliera ce nombre par l'antécédent de la raison et on divisera le résultat par le conséquent. On aura ainsi l'équivalent de la construction d'une quatrième proportionnelle.

Si deux rectangles sont égaux (équivalents), que l'on divise l'un des côtés de l'un en un très grand nombre de parties égales, et que l'on obtienne approximativement les nombres de fois

qu'une des divisions est contenue dans les autres côtés, le produit des nombres de divisions contenues dans les côtés de l'un des rectangles sera à peu près égal au produit des nombres de divisions contenues dans les côtés de l'autre rectangle, parce que ces produits donneront, à peu près, le nombre de fois que les deux rectangles contiennent le carré construit sur une des divisions.

Si trois des côtés étaient donnés en nombres, on aurait le quatrième par une multiplication et une division.

Si l'on connaît les nombres de divisions égales que contiennent deux longueurs, et qu'on veuille connaître le nombre de ces mêmes divisions que contiendrait leur moyenne proportionnelle, on le déduira par tâtonnements du nombre de carrés, ayant pour côté une des divisions, que contiendrait le carré construit sur la moyenne proportionnelle, etc.

Ces considérations, dans l'esprit des Grecs, n'ont aucunement pour objet les progrès de la Géométrie, qu'elles seraient plutôt rétrograder. Elles pourraient se rapporter à une méthode primitive d'arpentage, mais elles n'ont en réalité d'autre but que de permettre l'évaluation numérique de certaines longueurs, ou le calcul de certaines raisons.

C'est à l'aide de ces considérations que les astronomes grecs sont parvenus à construire leurs tables des cordes des arcs d'un cercle, rapportées au rayon.

Leur point de départ, dans la construction de ces tables, consiste dans une interprétation de ce théorème sur le quadrilatère inscrit que le rectangle construit sur les diagonales est égal à la somme des rectangles construits sur les côtés opposés, d'où il résulte que si les côtés du quadrilatère et ses diagonales étaient, avec une approximation suffisante, évalués en parties du rayon, di-

visé en un grand nombre de parties égales, le produit des nombres de divisions contenues dans les diagonales serait égal à la somme des produits des nombres de divisions contenues dans les côtés opposés.

On doit remarquer ici que les géomètres grecs ayant toujours en vue les grandeurs concrètes et n'abandonnant jamais ce point de vue dans leurs calculs, il ne leur serait pas venu à l'esprit de se demander si un produit est continu avec ses facteurs, c'est-à-dire si, lorsqu'une règle se promène parallèlement à elle-même, les segments qu'elle intercepte sur deux droites varient d'une manière continue; si le nombre de divisions contenues dans la moyenne proportionnelle entre deux longueurs, divisées en parties égales, varie continuellement avec les nombres de divisions égales des deux longueurs, etc.

Il faudra que les arithméticiens se soient emparés de l'attention publique pour que les questions de ce genre prennent naissance.

Les géomètres grecs admettent, sans démonstrations, que les petites erreurs commises dans les mesures des données entraînent de petites dans l'évaluation des résultats, et ils prouvent ainsi que leur bon sens n'est pas encore oblitéré.

Leur numération se prêtant difficilement aux calculs, les Grecs avaient imaginé de diviser le rayon en 60 parties, appelées degrés, chaque degré en 60 parties appelées minutes, chaque minute en 60 parties appelées secondes, etc.; mais ils n'allaient guère au delà des secondes.

Ainsi le rayon valait 60", ou 3600', ou 216 000"; et toutes leurs évaluations des cordes se faisaient de même en degrés, minutes et secondes.

Ils savaient parfaitement que pour multiplier une somme on

peut multiplier les parties de cette somme et ajouter les produits; que pour multiplier par une somme on peut multiplier par les parties de cette somme et ajouter les produits; que pour diviser une somme on peut diviser les parties et ajouter les quotients; que si la division de la partie principale de la somme a laissé un reste, il faut le reporter aux parties suivantes en le convertissant en fractions sexagésimales de même espèce, etc.

Moyennant quoi, ils n'avaient jamais à opérer que sur des nombres moindres que 60.

Ils auraient dû, pour faciliter leurs calculs, construire une table des produits deux à deux des 59 premiers nombres. Peut-être chaque calculateur s'en faisait-il une à son usage, mais on ne voit mentionner cette table que beaucoup plus tard dans les œuvres de Lansberge.

Jusqu'à Théon d'Alexandrie, on extrayait les racines carrées en essayant des carrés les uns trop petits et les autres trop grands. C'est Théon qui a donné la règle que nous suivons encore aujourd'hui.

Théon commence par commenter le théorème d'Euclide relatif au carré construit sur une ligne AC composée de deux parties AB et BC. Ce carré se compose du carré construit sur AB, de deux fois le rectangle compris sous AB et BC et du carré construit sur BC.

Il remarque que si AB et BC sont exprimés, par exemple, en minutes, le carré construit sur AC contiendra le carré d'une minute un nombre de fois égal au carré de la somme des deux nombres de minutes, mais que ce même nombre de carrés d'une minute se retrouverait en ajoutant le carré du nombre de minutes contenues dans AB, le double du produit des nombres de minutes

contenues dans AB et dans BC, enfin le carré du nombre de minutes contenues dans BC, parce que ces trois derniers nombres seraient les nombres de carrés d'une minute contenus dans les carrés et rectangles qui composent le carré construit sur AC.

Donc le carré de la somme de deux nombres se compose du carré du premier, de deux fois le produit du premier par le second et du carré du second.

C'est le début de cette théorie que nous avons appelée *application de la Géométrie à l'Algèbre*.

Théon remarque ensuite que, si on a pris la racine d'un carré contenu dans le nombre dont on veut extraire la racine, et qu'on ait retranché du nombre proposé le carré de la partie trouvée à la racine, il restera le double produit de cette partie trouvée à la racine par la seconde partie, plus le carré de cette seconde partie, plus d'autres parties formant le reste, etc.

Mais il sera plus court de reproduire l'exemple lui-même sur lequel Théon explique sa méthode: soit à extraire la racine carrée de 4500^{cl} c'est-à-dire 4500 fois le carré construit sur un degré.

$$\begin{array}{r}
 4500^{\text{cl}} \quad \quad \quad 67^{\circ} 4' 55'' \\
 \hline
 4489 \quad \quad \quad , 134' \\
 \hline
 11^{\text{cl}} \quad \text{ou} \quad 660'' \\
 \hline
 536^{\circ} 16'' \\
 \hline
 123^{\circ} 44', \quad \text{ou} \quad 7424^{\text{cl}}.
 \end{array}$$

Le plus grand carré contenu dans 4500 est 4489, dont la racine est 67; Théon le trouve sans doute par des tâtonnements, qu'il ne mentionne pas; le côté du carré contient donc 67° ; Théon retranche 4489^{cl} de 4500^{cl} , ce qui donne 11^{cl} ou 660 rectangles

ayant pour côtés un degré et une minute, ce que j'écris $660''$. Il divise $660''$ par $134''$ (double de $67''$), ce qui donne $4'$. Il forme alors le produit de

$$134' \text{ par } 4',$$

ce qui donne

$$536' \text{ et } 16''$$

qu'il retranche de $660''$, ce qui donne, en empruntant des $6'$ à un degré minute, qui vaut $60''$,

$$123'' \text{ et } 44'';$$

mais $123'$ valent

$$123 \times 60 = 7380'',$$

auxquels il faut ajouter les $44''$, ce qui fait

$$7424''.$$

Il reste à diviser $7424''$ par $134' 8''$. Théon trouve $55'$ probablement en réduisant les $7424''$ en 7424×60 minutes secondes et les $134' 8''$ en minutes.

Il multiplie alors $134' 8' 55''$ par $55''$, ce qui donne des degrés secondes, des minutes secondes et des secondes carrées; il retranche le résultat des $7424''$ et obtient un reste auquel il se tient.

Mais le même procédé de calcul pourrait être poursuivi indéfiniment.



LA TRIGONOMÉTRIE DES GRECS.

Nous avons indiqué le point de départ de cette nouvelle théorie, les procédés de calcul arithmétique qui pouvaient en faciliter l'utilisation pratique et les règles élémentaires d'Algèbre qui de-

vaient servir à établir ces procédés. Il nous reste à faire connaître la théorie elle-même, telle que la constituèrent Hipparque et Ptolémée,

Soient (*fig. 31*)

AB et BC les cordes de deux arcs d'un cercle O,

AC la corde de la somme de ces deux arcs,

BD le diamètre,

AD et CD les cordes des arcs supplémentaires des premiers;

le rectangle fait sur AC et BD est égal à la somme des rectangles

Fig. 31



faits sur AB et CD et sur BC et AD; que BD soit divisé en un grand nombre de parties égales et que l'on connaisse les nombres de fois qu'une de ces divisions est contenue dans AB et dans BC, on pourra connaître le nombre de ces mêmes divisions que contiendra AC. En effet, on pourra d'abord connaître les nombres de divisions contenues dans AD et dans CD, au moyen des deux triangles rectangles BAD et BCD, comme cela avait été fait par Aristarque de Samos et Archimède; et si les longueurs sont remplacées par leurs évaluations en nombres, on aura

$$AC \times BD = AB \times DC + BC \times AD;$$

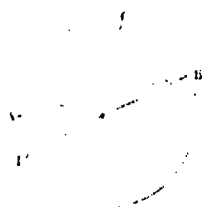
$$AC = \frac{AB \times DC + BC \times AD}{BD} \text{ divisé par } BD$$

c'est-à-dire : La corde de la somme de deux arcs est égale au quotient par le diamètre de la somme des produits de chacune des cordes des deux arcs, multipliée par la corde du supplément de l'autre.

La même proposition de Géométrie qui donnait la formule de la corde de la somme de deux arcs donnait aussi celle de la corde de leur différence.

En effet, soient AB et BC (fig 32) les deux arcs proposés, dont

Fig. 32.



la différence est AC; menons le diamètre BD et achevons le quadrilatère ADBC, on aura

$$\begin{aligned} \text{corde AC. BD} &= \text{corde AB. corde } (180^\circ - \text{BC}) \\ &= \text{corde BC. corde } (180^\circ - \text{AB}) \end{aligned}$$

En supposant égaux les deux arcs à ajouter, la formule fondamentale donne

$$\text{corde } 2 \text{ AB. diamètre} = 2 \text{ corde AB. corde } (180^\circ - \text{AB}),$$

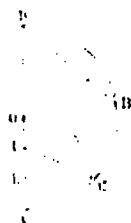
ou

$$\text{corde } 2 \text{ AB} = \frac{\text{corde AB. corde } (180^\circ - \text{AB})}{\text{rayon}}.$$

Ptolémée aurait pu tirer de là la corde AB au moyen de la corde 2AB; mais il s'y prend autrement.

Soient AB (fig. 33) l'arc qu'on veut bisseecter, et AC sa moitié,

Fig. 33.



il s'agit d'obtenir la corde de AC; on abaisse CE perpendiculaire au diamètre AD, et l'on prend EF = EA.

On a alors

$$\overline{AC}^2 = AD \cdot AE;$$

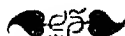
mais

$$AE = \frac{1}{2} AF = \frac{1}{2} AD - DF = \frac{1}{2} (AD - DB, \\ = \frac{1}{2} [2R - \text{corde } (180^\circ - AB)];$$

donc

$$\overline{AC}^2 = 2R \cdot \frac{1}{2} [2R - \text{corde } (180^\circ - AB)].$$

C'est au moyen de cette formule que, par des bisections répétées, Ptolémée arrive à la corde d'un arc assez petit pour pouvoir former la raison de la progression arithmétique des arcs d'une table suffisamment remplie.



Résolution des triangles rectilignes.

Triangles rectangles. — Considérons d'abord un triangle

Fig. 34.



rectangle ABC (fig. 34). Ptolémée avait, pour le résoudre dans tous les cas, les formules

$$\begin{aligned} \overline{BC}^2 + \overline{AC}^2 &= \overline{AB}^2, \\ B + C &= 90^\circ, \\ \frac{\text{corde } 2C}{R} &= \frac{2AB}{BC} \quad \text{et} \quad \frac{\text{corde } 2B}{R} = \frac{2AC}{BC}. \end{aligned}$$

Triangles obliquangles. — Quant aux triangles quelconques, les Grecs les résolvait généralement en les décomposant en triangles rectangles, par une des hauteurs, choisie selon la nature des données.

Toutefois, ils connaissaient l'équivalent de la formule

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C},$$

qu'ils écrivaient

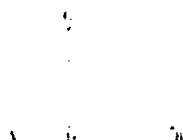
$$\frac{AB}{\text{corde } 2C} = \frac{BC}{\text{corde } 2A} = \frac{CA}{\text{corde } 2B}$$

et démontraient comme nous le faisons.

Cette formule donnait d'elle-même la solution d'un triangle, connaissant un côté et les angles.

Lorsque le triangle était déterminé par deux côtés et l'angle compris, par exemple AC, AB et l'angle A *fig. 35*, on calculait

Fig. 35



d'abord AD et CD. Connaissant AD, on connaissait DB. Alors on n'avait plus qu'à calculer l'hypoténuse CB du triangle rectangle CDB, dont on connaissait les deux côtés de l'angle droit.

Étant donnés deux côtés et l'angle opposé à l'un d'eux, AC, BC et l'angle A, on calculait d'abord AD et CD, comme dans le cas précédent; on calculait ensuite BD, dans le triangle rectangle CDB, dont on connaissait l'hypoténuse et un côté. On avait ainsi les parties AD et DB du côté AB, et les angles.

Enfin, étant donnés les trois côtés, on calculait les segments de l'un d'eux, pour obtenir ensuite les angles adjacents à ce côté.

Supposons qu'on voulût avoir les segments AD et DB de AB, on avait

$$\overline{AD}^2 = \overline{AC}^2 - \overline{CD}^2$$

et

$$\overline{DB}^2 = \overline{CB}^2 - \overline{CD}^2,$$

d'où

$$\overline{AD}^2 - \overline{DB}^2 = (\overline{AD} - \overline{DB})(\overline{AD} + \overline{DB}) = (\overline{AD} - \overline{DB}) \overline{AB}$$

$$\overline{AC}^2 - \overline{CB}^2.$$

ce qui faisait connaître AD — DB et permettait de calculer AD et DB .

On calculait ensuite les angles A et B au moyen des triangles rectangles ACD , BCD , dans chacun desquels on connaissait les deux côtés de l'angle droit.



Trigonométrie sphérique.

Les Grecs connaissaient les formules analogues aux nôtres, qui servent à résoudre les triangles rectangles, mais ils y parvenaient par des procédés tellement détournés et compliqués, que nous renonçons à reproduire leurs démonstrations.

Quant aux triangles sphériques quelconques, ils les décomposaient, pour les résoudre, en triangles rectangles, comme ils avaient fait pour les triangles rectilignes.

Ptolémée a peut-être simplifié ou mieux présenté les deux Trigonométries, mais on trouve dans sa syntaxe la preuve qu'Hirparque était en possession de tous les moyens de résolution des triangles rectilignes et sphériques.

Je ferai remarquer sur cette Trigonométrie un nouvel exemple d'application de la Géométrie à l'Algèbre.

Dans le cas où l'on donne les trois côtés d'un triangle rectiligne, Ptolémée, pour résoudre ce triangle, calcule les segments déterminés sur l'un des côtés par la perpendiculaire abaissée du sommet opposé. Il connaît la différence des carrés de ces segments et la somme des mêmes segments; pour connaître la différence de ces segments, il se sert de cette proposition que la différence des carrés de deux nombres est le produit de la somme de

ces nombres par leur différence; mais il n'aurait aucun moyen de démontrer ce théorème d'Algèbre; c'est de la Géométrie qu'il le tire, et voici nécessairement comme il raisonne mentalement :

« La différence des carrés de deux nombres entiers les nombres grecs sont toujours entiers; ils expriment des degrés, ou des minutes ou des secondes, etc.) donne le nombre des petits carrés qui seraient contenus dans la différence des carrés construits sur deux lignes divisées en parties toutes égales et qui en contiendraient respectivement des nombres égaux aux deux nombres donnés; mais la différence des carrés construits sur ces lignes est égale au rectangle compris sous leur somme et leur différence, et le nombre des petits carrés contenus dans ce rectangle serait le produit des nombres de divisions de la base et de la hauteur, c'est-à-dire le produit de la somme des deux nombres donnés par leur différence; donc :

« *La différence des carrés de deux nombres est égale au produit de la somme de ces nombres par leur différence.* »



Progrès de la Géométrie.

Ils consistent essentiellement dans l'invention des deux Trigonométries. Toutefois il faut remarquer la découverte du théorème relatif aux six segments déterminés par une transversale quelconque sur les côtés d'un triangle, théorème qui se trouve dans l'*Almageste*, mais qui est peut-être de Ménélaüs. Ce théorème a été le point de départ de la théorie des transversales.



Progrès de l'Arithmétique

Ils se réduisent à l'invention de la méthode régulière de calcul pour l'extraction de la racine carrée.



Progrès de l'Astronomie.

Nous nous bornerons ici à rapporter succinctement les résultats des travaux d'Hipparque et de Ptolémée, dont on trouvera plus loin l'histoire.

Hipparque trouvait l'inclinaison de l'écliptique sur l'équateur : égale à $23^{\circ}51'$ avec une faible erreur de $5'$; car, de son temps, elle devait être égale à $23^{\circ}46'$.

Il trouvait la durée de l'année égale à 365 $\frac{1}{4}$ jours, avec une erreur en trop de $6^m \frac{1}{2}$ seulement.

Il découvrit le phénomène de la précession des équinoxes qu'il faisait de $56''$ par an, au lieu de $50''$.

Il trouva l'apogée du Soleil moins avancé en longitude que le solstice d'été, de $24^{\circ}30'$, ce qui était exact de son temps ; et, pour l'excentricité de l'orbite solaire, $\frac{1}{2}$, au lieu de $\frac{1}{3}$.

Il détermina avec une grande approximation la durée de la révolution synodique de la Lune, ainsi que celles de la révolution anomalistique et de la révolution de la ligne des nœuds ; enfin l'inclinaison de l'orbite lunaire sur le plan de l'écliptique.

Il trouva pour la parallaxe horizontale de la Lune une valeur de $57'$, qui ne s'écarte pas beaucoup de la valeur vraie.

Enfin il déterminâ avec une grande approximation les durées des révolutions synodiques des cinq planètes connues de son temps.

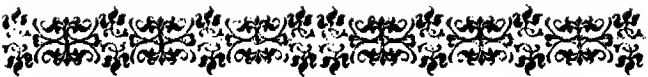
Ptolémée ne trouva rien à changer à la théorie du Soleil, mais il perfectionna sensiblement celle de la Lune et beaucoup celle des planètes.



Progrès de la Physique.

Ils se réduisent à un commencement d'étude de la réfraction, surtout au point de vue astronomique.





BIOGRAPHIE

DES

SAVANTS DE LA TROISIÈME PÉRIODE

ET

ANALYSE DE LEURS TRAVAUX.

~~~~~  
HIPPARQUE.

(Né à Nicée en Bithynie, vers — 150.)

Pline l'appelle le *Rhodien*, parce que c'est à Rhodes qu'il a fait ses observations et écrit ses principaux ouvrages. Si l'on n'avait pas d'autre preuve du long séjour qu'il fit à Rhodes, on en trouverait une dans ses ouvrages mêmes, qui mentionnent la latitude du lieu où il observait.

Peut-être passa-t-il un temps plus ou moins long à Alexandrie; le fait est douteux; mais il ne paraît pas être allé à Athènes, malgré l'opinion de quelques-uns, car il indique la latitude de cette ville comme la sachant indirectement.

Le seul ouvrage d'Hipparque qui nous soit parvenu, et, malheureusement, celui qu'il nous importait le moins d'avoir, est son commentaire sur le *Poème d'Aratus*, paraphrase versifiée du *Traité des phénomènes* d'Eudoxe; on ne connaît les autres que par ce qu'en rapportent Ptolémée, Théon d'Alexandrie et Pline l'Ancien. Ce sont : le *Traité des levers et des couchers des étoiles*;

le *Traité des couchers simultanés*; un autre intitulé : *De la rétrogradation des points équinoxiaux et solsticiaux*; un *Livre des mois et des jours embolismiques*; douze livres sur la construction d'une *Table des cordes*, lesquels sans doute contenaient la démonstration des formules de Trigonométrie rectiligne et sphérique; enfin un livre sur la *Grandeur de l'année*.

Le *Commentaire d'Aratus* est le début d'Hipparque; Eudoxe ni Aratus n'ayant pris la peine de faire eux-mêmes aucune observation, leurs catalogues d'étoiles étaient remplis d'erreurs énormes. C'est la rectification de ces erreurs qu'Hipparque s'est proposée d'abord. Ce travail préliminaire le força de faire un nouveau catalogue, qui lui servit plus tard dans toutes ses recherches et qui facilita ses importantes découvertes.

Les premiers procédés d'observation qu'il mit en usage, dans ce travail préparatoire, devaient être encore très imparfaits; car un grand nombre des résultats auxquels ils l'ont conduit sont en erreur d'un demi-degré à un degré et demi. On doit penser qu'il perfectionna plus tard ces procédés, car autrement il n'eût pas pu porter les théories du Soleil et de la Lune au point de perfection relative où il les a laissées.

Hipparque commença par imaginer un astrolabe qui suivait et mesurait tous les mouvements de la sphère céleste et lui faisait connaître les coordonnées équatoriales, ascension droite et déclinaison de l'astre observé; il se servait aussi des armilles inventées par Ératosthène, et mesurait les angles au moyen d'un instrument appelé *dioptré*, qui, sans doute, était composé de deux règles pouvant faire entre elles un angle variable au centre d'un cercle divisé.

On voit, par son *Commentaire d'Aratus*, qu'à l'époque où il

s'en occupait il savait déjà réduire les coordonnées équatoriales des astres à leurs coordonnées écliptiques, et réciproquement. En effet, il dit qu'il a démontré, dans son *Traité des levers et des couchers*, la solution des triangles sphériques; d'un autre côté, on voit, par un autre passage de son *Commentaire*, qu'il savait calculer la durée du jour, connaissant la déclinaison du Soleil et la latitude du lieu, problème de Trigonométrie dont la solution exige une théorie en règle; mais, comme nous l'avons déjà dit, on ne peut pas juger Hipparque sur l'ouvrage unique qui nous reste de lui, qui n'était qu'un simple prélude à ses grands travaux, et qui ne contient aucune de ses découvertes astronomiques. C'est seulement par Ptolémée que nous connaissons le plus grand astronome des temps anciens et modernes. Ptolémée le cite fréquemment dans sa *Syntaxe*; il le copie parfois textuellement, il lui emprunte ses méthodes et jusqu'à ses calculs.

Avant Hipparque, les divisions du zodiaque, auxquelles servaient de repères les solstices et les équinoxes, étaient placées au milieu des signes, ce qui était plus naturel au point de vue concret. Hipparque reporta les commencements des signes aux points de division et prit pour origine commune des longitudes et des ascensions droites le point équinoxial du printemps. Cette idée devait naître tout naturellement de l'intention d'appliquer les formules de trigonométrie sphérique à la transformation des coordonnées équatoriales en coordonnées écliptiques, puisqu'elle simplifiait les opérations.

C'est vraisemblablement cette première réforme qui amena les découvertes plus importantes d'Hipparque. En effet, prenant pour origine le point équinoxial du printemps, il dut s'attacher à en déterminer exactement la position dans le ciel.

Il faisait, d'après Eratosthène, l'inclinaison de l'écliptique sur l'équateur égale à  $23^{\circ}51'$  : elle est aujourd'hui de  $23^{\circ}27'25''$  ; mais on sait qu'elle diminue d'environ  $48''$  par siècle, d'où l'on conclut qu'elle devait être, du temps d'Hipparque, de  $23^{\circ}46'$ .

La première grande découverte d'Hipparque est celle de la précession des équinoxes. Voici comment il y est arrivé : de son temps, l'*Épi de la Vierge* était à  $6^{\circ}$  Ouest de distance du point équinoxial d'automne, tandis que 122 ans auparavant Timocharis avait trouvé la même étoile à  $8^{\circ}$  du même équinoxe ; la ligne des équinoxes avait donc eu un mouvement de  $2^{\circ}$  en 122 ans, ou de  $59''$  par an, dans le sens du mouvement diurne. Les calculs modernes donnent  $50''$ .

Hipparque apporta une rectification importante à la valeur acceptée avant lui de la durée de l'année.

Dans son livre *De la durée de l'année*, comparant le solstice d'été observé par Aristarque, à la fin de la cinquième année de la première période calippique, à celui qu'il avait observé lui-même à la fin de la quarante-troisième de la troisième période calippique, Hipparque disait, à ce que rapporte Ptolémée : « Il est donc évident qu'en 145 années le tropique a avancé d'un demi-nycthémère ou de 12 heures. » Dans son livre *Des mois et des jours embolismiques*, c'est-à-dire *intercalaires*, il ajoutait : « Suivant Methon et Euctémon, l'année est de  $365\frac{1}{4}$  ; moins  $\frac{1}{8}$  ; suivant Calippe, elle est de  $365\frac{1}{4}$ . Pour nous, nous trouvons en 19 ans le même nombre de jours qu'il ont trouvé, mais une fraction un peu différente, qui est  $\frac{1}{4}$  moins  $\frac{1}{16}$ . » Cette année est trop forte de  $6^m\frac{1}{4}$ .

Il est à remarquer que, 285 ans plus tard, Ptolémée, qui avait l'avantage de partir d'observations plus nombreuses, retrouvait

cependant la même valeur, ce qui corrobore l'opinion qu'Hipparque lui servait en tout de guide.

Les anciens n'admettaient pour les astres que les mouvements circulaires et uniformes : avant Hipparque, on se figurait le Soleil et la Lune tournant uniformément autour de la Terre dans des cercles dont elle occupait le centre. Les inégalités qu'il remarqua le premier dans les mouvements en longitude de ces deux astres démontrèrent l'erreur de l'opinion commune ; Hipparque, pour ne s'écarter que le moins possible de cette opinion, supposa que les deux astres décrivaient autour de la Terre, d'un mouvement toujours uniforme, des orbites circulaires excentriques, c'est-à-dire ayant leurs centres ailleurs qu'au centre de la Terre.

Cette hypothèse revient géométriquement à une autre moins simple qui a été adoptée par Ptolémée, parce qu'elle avait l'avantage de pouvoir convenir aussi aux planètes ; mais rien n'oblige à croire qu'Hipparque ne se soit pas borné à la première, qui convient bien mieux au Soleil et à la Lune, parce que les plans de leurs orbites passent par le centre de la Terre.

Quoi qu'il en soit, il est plus simple, pour rendre compte des dernières recherches d'Hipparque, puisqu'elles se rapportent exclusivement au Soleil et à la Lune, de s'en tenir à l'hypothèse de mouvements circulaires uniformes dans des cercles excentriques à la Terre.

Dans cette hypothèse, la différence des distances apogée et périégée est le double de l'excentricité, c'est-à-dire de la distance du centre de la Terre au centre du cercle excentrique décrit par l'astre.

Voici comment Hipparque déterminait à la fois l'excentricité et la ligne des apsides de l'orbite du Soleil.

Dans l'hypothèse du mouvement uniforme du Soleil, la durée totale de la révolution étant d'ailleurs connue, 365j  $\frac{1}{4}$  —  $\frac{1}{2}$ , les durées des quatre saisons, également connues, déterminaient les arcs compris entre les solstices et les équinoxes, par conséquent les cordes de ces arcs, c'est-à-dire le quadrilatère inscrit à l'excentrique, ayant pour diagonales rectangulaires la ligne des solstices et la ligne des équinoxes. On pouvait donc déterminer le centre du cercle, l'excentricité et l'inclinaison de la ligne des apsides sur la ligne des solstices.

Mais voici une autre méthode plus simple qu'Hipparque paraît plutôt avoir suivie; nous disons plus simple, parce qu'elle exige moins de calculs; mais elle suppose des observations plus minutieuses et plus soignées.

En supposant toujours au Soleil un mouvement uniforme dans un cercle excentrique à la Terre, le périhélie et l'apogée doivent être les points où l'arc diurne parcouru par le Soleil atteint sa plus grande et sa plus petite valeur, et les distances périhélie et apogée doivent être en raison inverse de ces arcs; or l'arc parcouru d'un midi à l'autre par le Soleil varie entre 3670",1 et 3431",5; les distances périhélie et apogée doivent donc être entre elles comme 3431,5 et 3670,1 bien entendu ce ne sont pas là les nombres trouvés par Hipparque; d'un autre côté l'époque observée du passage du Soleil au périhélie faisait connaître l'angle de la ligne des apsides avec la ligne des solstices.

Il trouva l'apogée moins avancé en longitude que le solstice d'été, de 24° 30', ce qui était exact de son temps.

On sait que la ligne des apsides de l'orbite apparente du Soleil se déplace lentement, par rapport à la ligne des équinoxes, et que, par suite, les inégalités des durées des saisons varient à la

longue; les nombres donnés par Hipparque ne s'appliqueraient donc plus à notre époque; il trouva pour l'excentricité  $\frac{1}{2}$ ; les observations modernes donneraient  $\frac{1}{10}$ .

La théorie de la Lune est beaucoup plus difficile que celle du Soleil. Hipparque ne la fit pas complète; il ne reconnut qu'une inégalité dans le mouvement de cet astre, comme dans celui du Soleil. Il détermina, toutefois, avec une grande approximation, la durée de la révolution synodique, qu'il faisait de 29 jours 12 heures 44 minutes 3 secondes et 20 tierces, ainsi que celles de la révolution anomalistique et de la révolution de la ligne des nœuds, enfin l'inclinaison du plan de l'orbite lunaire sur le plan de l'écliptique.

Nous avons rapporté les belles recherches d'Aristarque de Samos en vue d'obtenir le rapport des distances du Soleil et de la Lune à la Terre et celles d'Ératosthène pour la détermination en stades de la longueur du rayon de la Terre.

Hipparque tenta aussi de résoudre la grande question des distances qui nous séparent des principaux astres, et il le fit par des méthodes bien supérieures à celle d'Aristarque. Malheureusement nous ne savons que très peu de chose de la façon dont il appliqua ces méthodes.

Le diamètre apparent de la Lune éprouvant des variations sensibles dans l'intervalle d'une même journée, bien qu'on dût admettre que sa distance au centre de la Terre ne changeait pas dans cet intervalle, Hipparque en conclut que la distance de la Lune à l'observateur variait d'une manière appréciable dans le cours d'une journée, et que par conséquent le rayon de la Terre n'était pas négligeable devant la distance de la Lune à la Terre. Il tenta par ces considérations de déterminer le rapport des deux

longueurs ainsi que la parallaxe horizontale de la Lune, et l'on doit admettre qu'il avait les moyens théoriques de résoudre la question qui, au reste, ne présente pas de difficultés; mais les observations ne pouvaient pas alors être faites avec un degré d'approximation suffisant pour donner de bons résultats.

Il essaya aussi, pour atteindre ce même but, de se servir des différences constatées dans les durées d'une même éclipse de Soleil, observée de deux points différents de la surface de la Terre. Mais la parallaxe de la Lune ne causait pas seule la différence; celle du Soleil y entraît aussi pour quelque chose, et, en supposant cette dernière de trois minutes comme l'avait fait Aristarque de Samos, Hipparque introduisait une grande cause d'erreur dans les calculs.

Quoi qu'il en soit, il assigna à la parallaxe horizontale de la Lune la valeur de 57' qui, par hasard, ne s'écarte pas trop de la valeur vraie.

Il ne put qu'ébaucher les théories des planètes connues de son temps. « Il fit voir, dit Ptolémée, que chaque planète a deux inégalités qui sont différentes pour chacune d'elles; que les rétrogradations sont aussi fort différentes; que les mouvements de ces astres ne peuvent s'expliquer par des excentriques ni par des épicycles portés sur des homocentriques. Il en conclut que, sans doute, il faut réunir les deux hypothèses. »

Il avait du moins déterminé avec une grande approximation les durées des révolutions synodiques des cinq planètes connues alors. « Ptolémée nous les a transmises, et elles sont, dit M. Biot, d'une exactitude surprenante. On n'avait guère mieux du temps de Kepler; et, aujourd'hui même, on ne trouve que très peu de chose à y changer. »



Hipparque avait laissé un ouvrage dont nous n'avons pas encore parlé, qui ne nous est pas parvenu, mais dont quelques passages sont cités par Strabon : c'est une critique de la géographie d'Ératosthène dont il avait essayé de corriger l'estimation du méridien terrestre.

Dans son livre *Des mois et des jours embolismiques* il proposait une période de 304 ans, plus parfaite que celle de Calippe, mais que les Grecs n'adoptèrent pas. Calippe retranchait un jour au quatrième cycle de 19 ans de Méthon, et Hipparque en retranchait un nouveau au bout de la quatrième période de 76 ans de Calippe.

Nous rapporterons, en terminant, le jugement que Delambre a porté sur Hipparque : « Quand on réunit tout ce qu'il a inventé ou perfectionné, et qu'on songe au nombre de ses ouvrages, à la quantité de calculs qu'ils supposent, on trouve dans Hipparque un des hommes les plus étonnants de l'antiquité et le plus grand de tous dans les sciences qui ne sont pas purement spéculatives. »



#### POSSIDONIUS.

[Né à Apamée (Syrie) vers — 135, mort en — 125.]

Philosophe stoïcien. Il alla s'instruire à Athènes et s'établit à Rhodes où il fonda une école.

Il chercha à déterminer les rapports des diamètres du Soleil, de la Lune et de la Terre ; mais la question des distances des astres, ou de leurs diamètres, devait nécessairement rester inabordable aux anciens astronomes. Il entreprit aussi de reprendre la déter-

mination en stades du rayon de la Terre, mais il n'arriva à rien de mieux que ce qu'avait obtenu Ératosthène. On lui attribue, comme à Cléomède, la connaissance des effets de la réfraction atmosphérique sur la position apparente des astres. Il paraît aussi avoir remarqué une certaine concordance entre les mouvements de la Lune et les marées.

Il visita deux fois Rome et s'y lia avec Cicéron qui l'appelle son maître et son ami : « *Familiaris noster, a quo instituti fuimus.* » Il reçut à Rhodes la visite de Pompée.

« Pompée, dit Cicéron, m'a souvent raconté qu'à son retour en Syrie, passant par Rhodes, où était Possidonius, il eut le dessein d'aller entendre un philosophe de cette réputation; et qu'ayant appris que la goutte le retenait chez lui, il voulut au moins lui rendre visite, etc. »

Tous les ouvrages de Possidonius sont perdus, on en a recueilli les fragments épars dans différents auteurs, sous le titre : *Possidonii Rhodii reliquæ doctrinæ* (Leyde. 1810). Ces ouvrages avaient pour titres : — *De cælestibus*; — *De sublimibus*; — *De terrestribus et geographicis*; — *De Astrologia universa*.



#### NICOMÈDE.

Né vers 100 av. J. C.

Inventeur de la conchoïde qui porte son nom et qu'il employait à la construction des deux moyennes proportionnelles entre deux longueurs données.



## GÉMINUS.

Né à Phœbe vers 120 av. J. C. et probablement à Rome.

On a de lui une *Introduction à l'étude des phénomènes célestes*, publiée à Altorf en 1490, avec une traduction latine. C'est un traité élémentaire de Cosmographie, très simple et très clair, mais arriéré. Géminius, en effet, n'ayant pas su profiter des découvertes d'Hipparque, reproduit des erreurs corrigées par ce grand homme; aussi Montucla suppose-t-il qu'il lui était antérieur; mais Géminius cite Hipparque en un endroit, et ses fautes prouvent seulement qu'il ne l'avait pas compris.

Géminius avait laissé un autre ouvrage, intitulé : *Enarrationes Geometricæ*, qui ne nous est pas parvenu, mais dont on peut se faire une idée par les commentaires de Proclus. C'était une sorte d'aperçu historique des découvertes faites avant lui en Géométrie.



## VITRUVI (MARCUS POLLIO).

Né en 75, mort en 25 av. J. C.

Il servit en Gaule sous César, pour qui il construisait les machines de guerre; il est surtout connu par son *Traité d'architecture* en dix livres, dont les trois derniers, consacrés à l'Hydraulique, à la Gnomonique et à la Mécanique appliquée, ont une certaine importance scientifique au point de vue de l'histoire.

Le premier exemplaire manuscrit du *Traité d'architecture* de Vitruve a été découvert dans la bibliothèque du Mont-Cassin; il a été imprimé pour la première fois à Venise en 1497. Une des

meilleures éditions est celle de Schneider (Leipsig, 1808); M. Mautras en a donné, en 1847, une traduction en français, insérée dans la collection Panckoucke.

Vitruve a décrit les divers cadrans solaires connus de son temps et employés à la décoration des édifices ou des jardins. Le plus ancien, qu'il attribue à Bérose, le Chaldéen, est appelé *hémicycle*, et l'on pense, car Vitruve ne s'explique pas très clairement, que le tableau était l'intérieur de la cavité d'un demi-cylindre. Montucla pensait que l'axe de ce cylindre devait être dirigé parallèlement à la ligne des pôles, de sorte que, la pointe du style étant sur l'axe du cylindre, l'ombre de cette pointe aurait tracé chaque jour une circonférence dans l'intérieur du cylindre, et les divisions de cette circonférence, correspondant aux heures, en auraient été égales. Mais Delambre n'admet pas cette hypothèse, et sa raison, qui me paraît en effet excellente, est que ni Ptolémée ni même les Arabes n'eurent l'idée, pourtant si simple, de faire intervenir en quoi que ce soit la ligne des pôles dans la disposition de leurs cadrans.

Vitruve attribue à Aristarque de Samos l'invention du *scaphé* et à Eudoxe celle de l'*arachné*: nous avons admis cette tradition, adoptée par Montucla, malgré le doute qu'élève Delambre à son sujet, parce que, en ce qui concerne Aristarque de Samos, dont le cadran est très facile à construire, Delambre n'objecte que le silence gardé sur le fait par tous les anciens, excepté Vitruve; et en ce qui concerne Eudoxe, parce que la difficulté de construire l'*arachné* sans recourir à la Trigonométrie, difficulté qui semble déterminer le jugement de Delambre, ne peut constituer un motif suffisant. En effet, on ne prétend pas qu'Eudoxe ait construit son cadran horizontal avec l'exactitude que pouvaient y apporter

Ptolémée et les Arabes; d'ailleurs, si l'inventeur de ce cadran bien ou mal construit n'était pas Eudoxe, en tout cas il serait antérieur à Vitruve, et par conséquent à Ptolémée, en sorte qu'il faudrait bien passer sur la difficulté.

Vitruve nomme encore le *disque*, qu'il attribue aussi à Aristarque de Samos; le *plinthe* de Scopas de Syracuse et le *pros-ta-istoroumena* de Parménion; nous ne connaissons pas autrement ces deux géomètres; le *pros-pan-clima* de Théodose, le *cône* de Dionysidore et le *carquois* d'Apollonius; enfin le *gonarché*, l'*pengoniaton* et l'*antiboreum*, dont il ne nomme pas les inventeurs.

Malheureusement Vitruve décrit si peu tous ces cadrans qu'on ne saurait s'en faire d'idée que par conjecture.



CLÉOMEDE.

(N. 110 — 5)

On n'a de lui qu'un ouvrage, intitulé : *Théorie circulaire des météores*, imprimé en dernier lieu à Leyde, en 1820, par Backe, avec une traduction latine et des commentaires de Balfour.

Il y affirme la sphéricité de la Terre, connue depuis bien longtemps, rapporte le phénomène des marées au mouvement de la Lune, et enseigne que nous voyons les astres un peu avant leur lever réel, et, ensuite, plus élevés au-dessus de l'horizon qu'ils ne le sont en réalité.

On conçoit que les anciens aient pu connaître le phénomène de la réfraction atmosphérique sans en avoir aucune explication. En effet, ils pouvaient aisément reconnaître, par exemple, que

le Soleil, le jour de l'équinoxe, reste un peu plus longtemps au-dessus de l'horizon qu'au-dessous.



### SOSIGÈNE

N. 235 — 50

Tout ce qu'on sait de sa vie, c'est qu'il se rendit à Rome, à l'appel de Jules César, pour l'aider dans la réforme du calendrier.

L'année instituée par Numa était principalement réglée sur le mouvement de la Lune et ne comprenait que 355 jours. Elle était divisée en 12 mois, dont les durées étaient :

|             |           |
|-------------|-----------|
| Janvier..   | 29 jours. |
| Février..   | 28 »      |
| Mars..      | 31 »      |
| Avril..     | 29 »      |
| Mai..       | 31 »      |
| Juin..      | 29 »      |
| Quintilis.. | 31 »      |
| Sextilis..  | 29 »      |
| Septembre.. | 29 »      |
| Octobre..   | 31 »      |
| Novembre..  | 29 »      |
| Décembre..  | 29 »      |

On avait, un peu plus tard, imaginé d'intercaler tous les deux ans, entre le 23<sup>e</sup> et le 24<sup>e</sup> jour de février, un mois de 12 jours, pour ramener l'accord entre l'année civile et l'année tropique.

Mais cette intercalation donnait à l'année une durée trop longue; d'ailleurs, les pontifes chargés de l'ordonnancer faisaient depuis longtemps commerce de leurs arrêtés, en sorte que du temps de Jules César le calendrier était tombé dans un désordre extrême.

D'après l'avis de Sosigène, l'année fut supposée être de 365½, quoique l'astronome grec sût fort bien qu'Hipparque l'avait trouvée moindre de 4<sup>m</sup> et 48<sup>s</sup>. Il fut décidé que trois années consécutives seraient de 365 jours, et la quatrième de 366, le jour supplémentaire devant être intercalé entre le 23<sup>e</sup> et le 24<sup>e</sup> jour du mois de février. Le 24<sup>e</sup> s'appelait *sexto-calendas*; on donna au jour intercalaire le nom de *bis-sexto calendas*.

Les durées des mois furent alors réglées de la manière suivante :

|            |                 |
|------------|-----------------|
| Janvier.   | 31 jours.       |
| Février.   | 28 ou 29 jours. |
| Mars.      | 31 jours.       |
| Avril.     | 30 "            |
| Mai.       | 31 "            |
| Juin.      | 30 "            |
| Quintilis. | 31 "            |
| Sextilis.  | 31 "            |
| Septembre. | 30 "            |
| Octobre.   | 31 "            |
| Novembre.  | 30 "            |
| Décembre.  | 31 "            |

Les mois appelés *quintilis* et *sextilis* ne prirent que plus tard les noms de juillet et août, en l'honneur de Jules César et d'Auguste.

Le nouveau calendrier fut mis en usage en l'année — 44. L'année précédente fut étendue jusqu'à 445 jours; elle est connue sous le nom d'*année de confusion*.

Sosigène avait composé des commentaires, aujourd'hui perdus, sur le traité d'Aristote *De cælo*, et un traité *De revolutionibus*, qui paraît avoir eu pour objet la discussion de la durée de l'année.



#### DIONYSIDORE.

(Né à Éphèse, suivant Montanari, ou à Mélos, suivant Delandier, vers — 20)

Eutocius lui attribue la solution, par l'intersection de deux coniques, du problème d'Archimède, de diviser un hémisphère en raison donnée par un plan parallèle à la base. Cependant, d'après Pline, qui peut-être l'a maladroitement interprété, il n'aurait pas connu le rapport approché de la circonférence au diamètre, déterminé par Archimède, et aurait fait la circonférence de la Terre égale à six fois le rayon.

Nous tombons dans une période où il se rencontre plus d'écrivains que de savants.



#### MANILIUS (ANTIOCHUS OU MARCUS).

Africain et général de Syrie, contemporain d'Auguste.

Il est l'auteur d'un poème latin, en cinq livres, intitulé : *Astronomicon*, remarquable à plusieurs titres et qui a été imprimé un grand nombre de fois; la dernière, par Pingré, avec la traduction française.



L'auteur de l'*Astronomicum* est probablement le Manilius qui dressa dans le champ de Mars, par ordre d'Auguste, l'obélisque de 70 pieds de hauteur, destiné à servir de gnomon.



SÉRÈNES.

Sept. 1981 • Volume 102

A écrit deux livres, l'un sur les sections cylindriques, l'autre sur les sections coniques. Pour en rendre compte, nous ne croyons mieux faire que de lui laisser la parole, en traduisant les lettres d'envoi de ces deux livres à son ami Cyrus, d'après la traduction latine de Halley.

11261

« Comme je voyais, mon cher Cyrus, que beaucoup de géomètres pensaient que la section plane d'un cylindre diffère de la section du cône que l'on nomme ellipse, j'ai cru bien faire de les tirer de leur erreur, ainsi que ceux à qui ils auraient persuadé que la chose est ainsi; parce qu'il est de tout point absurde que des géomètres affirment quoi que ce soit, sans démonstration, sur un problème de Géométrie, ce qui est le plus opposé à l'esprit géométrique.

« C'est pourquoi, eux pensant d'une façon et nous étant d'un avis contraire, qu'il nous soit permis de démontrer géométriquement que les sections faites dans le cylindre et dans le cône sont nécessairement de même espèce, pourvu que les deux surfaces soient coupées convenablement et non au hasard.

« Mais, comme les anciens géomètres qui ont traité des sec-

tions coniques ne se sont pas contentés de considérer le cône engendré par la révolution d'un triangle rectangle, mais aussi le cône scalène, de même il faudra considérer les sections du cylindre oblique, etc. »

#### LIVRE II.

Très illustre Cyrus, comme les sections triangulaires d'un cône par les plans menés par son sommet appellent une contemplation aussi variée que superbe, et que ceux qui m'ont précédé ne s'en sont pas occupés, j'ai pensé que je ne ferais pas mal de ne pas laisser ce point inexpliqué, mais, au contraire, d'écrire ce que j'en avais aperçu, etc. »

Quoique l'on puisse bien dire qu'il faut avoir une forte envie de faire des mathématiques pour traiter un pareil sujet, néanmoins Sérénus ne laisse pas que d'en tirer quelques observations intéressantes en comparant entre eux tous les triangles de section, déterminant ceux dont la surface est maximum ou minimum, les conditions de leur équivalence, etc.

Il démontre aussi, par occasion, des propositions qui seront utilisées par les arithméticiens.

EXEMPLE : *Proposition XVIII.* — Si quatre droites sont telles que la raison de la première à la deuxième soit plus grande que la raison de la troisième à la quatrième, la raison du carré fait sur la première au carré fait sur la seconde sera aussi plus grande que la raison du carré fait sur la troisième au carré fait sur la quatrième.



## PLINE (GAIUS PLINIUS SECUNDUS).

Né à Comum, mort à Naples en 79.

Il vint à Rome sous Tibère et y suivit les leçons d'Apion, qui enseignait les lettres, l'histoire et les éléments de quelques sciences, notamment de l'Histoire naturelle.

On le voit à vingt-six ans commandant d'une aile de cavalerie, sous Pomponius Secundus, son parent, dans une expédition en Germanie, d'où il rapporta une œuvre estimée de ses contemporains et intitulée *Histoire des guerres de la Germanie*, mais dont il ne subsiste que des fragments cités dans d'autres ouvrages.

A son retour à Rome, il se fit avocat; publia, quelque temps après, un *Traité des équivoques du langage*, puis une *Histoire de son temps*, enfin son *Histoire naturelle* qu'il dédia à Titus, déjà associé à l'Empire par son père Vespasien.

Cet ouvrage n'est qu'une vaste compilation extraite, sans beaucoup de méthode et avec moins de discernement encore, de plus de deux mille volumes, dit-on, que l'auteur avait rassemblés.

Pline avait certainement cru faire un ouvrage scientifique: ses contemporains le lurent à ce titre, et tout le moyen âge l'étudia avec avidité, depuis les Pères de l'Église jusqu'aux Arabes, qui le traduisirent dans leur langue.

Il n'en reste aujourd'hui que ce à quoi Pline sans doute attribuait le moins d'importance: quelques documents sur les conditions de la vie sociale dans le monde romain; des notions malheureusement très sommaires sur les procédés employés dans les arts industriels; enfin quelques renseignements relatifs à l'Histoire et à la Géographie.

« Le plan de cet ouvrage, dit Cuvier, est immense. Pline ne se propose point d'écrire une histoire naturelle dans le sens où nous prenons aujourd'hui ces mots, c'est-à-dire un traité plus ou moins détaillé des animaux, des plantes et des minéraux; il embrasse l'Astronomie, la Physique, la Géographie, l'Agriculture, le Commerce, la Médecine et les Arts aussi bien que l'Histoire naturelle.

« Le premier livre est une table des matières et des noms des auteurs, ses garants. Le deuxième traite du monde, des éléments, des astres et des principaux météores. Les quatre suivants forment une géographie. Le septième traite des différentes races d'hommes. . . . Quatre livres sont ensuite consacrés aux animaux terrestres, aux poissons, aux oiseaux et aux insectes. Mais les espèces sont classées par la grandeur. . . . Dix livres sont employés à faire connaître les plantes, leur culture et leurs emplois. Dix autres traitent des remèdes; enfin, dans les cinq derniers, Pline décrit les minéraux et leurs usages.

« Malheureusement le vrai et le faux se trouvent partout mêlés en quantités presque égales.

« Pline n'est en général qu'un compilateur qui, n'ayant point par lui-même l'idée des choses sur lesquelles il rassemble les témoignages des autres, n'a pu apprécier la vérité de ces témoignages, ni même toujours comprendre ce qu'ils avaient voulu dire. C'est, en un mot, un auteur sans critique. . . .

« En général, il s'attache aux choses singulières et merveilleuses. . . et les centes les plus puérils ne sont pas ceux qui provoquent le plus son incrédulité. »

Pline se trouvait au cap Misène, où il commandait une flottille romaine chargée de la surveillance des pirates africains, au moment de l'éruption du Vésuve qui détruisit Pompéï, Herculaneum,

Stabies et d'autres villes. Il fit appareiller quelques galères et se porta du côté de Stabies, en partie pour observer de plus près l'éruption, en partie pour porter secours au besoin. Il passa la fin de la journée et une partie de la nuit chez un de ses amis, y soupa gaiement et y dormit même quelques heures ; mais la position n'était plus tenable : ses hôtes l'éveillèrent pour l'inviter à fuir avec eux ; il se dirigea vers le port, mais la fatigue l'obligea à se coucher sur le sol et il mourut asphyxié par des gaz échappés d'une crevasse qui se ferma près du lieu où il s'était reposé.



## THÉODOSE.

(Né en Bithynie vers 400, mort vers 450.)

Il reste de lui trois ouvrages : *Sphericæ*, *De habitationibus* et *De diebus et noctibus*. Le premier est divisé en trois livres et a pour objet l'établissement des principes géométriques de l'Astronomie. Le troisième livre contient des propositions difficiles que Pappus a commentées.

Les traités *De habitationibus* et *De diebus et noctibus* roulent sur la diversité des mêmes phénomènes célestes observés des divers points de la surface de la Terre et sur les variations du jour et de la nuit aux différentes époques de l'année.

Les *Sphericæ* ont été publiées pour la dernière fois en 1769, à Oxford, par Jean Hunt. Les deux autres ouvrages de Théodose ont été traduits et publiés en 1587 par Jean Auria.



## NICOMACHE.

(Ne vers. 50.)

Appartenait à l'école de Pythagore. Plusieurs de ses ouvrages ne nous sont pas parvenus, mais il nous reste une *Introduction à l'étude de l'Arithmétique*, publiée par Wechel (Paris, 1534) et un *Manuel d'Harmonie*.



## MÉNÉLAÛS.

(De l'école d'Alexandre, vivait vers l'an 500.)

Il avait composé sur le calcul des cordes six livres qui sont perdus; il reste de lui un ouvrage en trois livres intitulé *les Sphériques*, qui est consacré aux deux Trigonométries. On trouve, pour la première fois, dans cet ouvrage le théorème qui servait de base à la Trigonométrie sphérique, probablement reproduit d'après Hipparque, et diverses propositions curieuses, notamment celle-ci : Si l'on mène l'arc de grand cercle bissecteur de l'un des angles d'un triangle sphérique, les cordes des segments qu'il détermine sur le côté opposé sont entre elles comme les cordes des côtés adjacents.

Le texte grec des *Sphériques* n'existe plus, mais on en possède des versions latines d'après des traductions arabes et hébraïques. Nous citerons particulièrement celle de Halley, publiée après sa mort, en 1758, à Oxford.



## THÉON DE SMYRNE.

N. E. 125. 126. 127. 128.

Il appartenait à l'école pythagoricienne et, d'après Ptolémée, fit des observations sur Mercure et Vénus. Il reste de lui une *Arithmétique* publiée par Boulliau en 1647 avec une traduction latine et des notes, et une *Astronomie* publiée par H. Martin en 1849.

L'*Arithmétique* est pompeusement intitulée *Mathematica*; elle est divisée en deux parties, dont la seconde ne contient guère que des divagations sur la musique et sur les qualités des nombres. On y remarque cependant les éléments d'une idée des relations entre les longueurs d'une corde et les notes de la gamme qu'elle rend lorsqu'on la fait vibrer. On y trouve aussi des phrases sur les proportions arithmétiques, géométriques et harmoniques.

La première partie est surtout importante à connaître, parce que, les Pythagoriciens ayant très peu écrit et le peu d'ouvrages qu'ils avaient laissés ne nous étant même parvenus que par fragments, celui de Théon est à peu près le seul par lequel nous puissions juger des doctrines qui avaient cours dans l'école fondée par Pythagore et qui se répandirent ensuite parmi les disciples de Platon.

Cet ouvrage de Théon est du reste plus curieux, au point de vue de l'histoire des idées, par le côté négatif et pour ce qu'il renferme de mauvais que pour le peu de bonnes choses qui s'y trouvent mêlées à des chimères musico-astronomico-géométriques.

Mais constatons avant tout que les géomètres grecs faisaient si peu de cas de toutes les recherches arithmétiques des Pythagoriciens, qu'ils ne daignèrent même pas les apercevoir. Pas un

géomètre n'y fait une simple allusion. Les arithméticiens voudraient bien paraître géomètres, et ils font pour cela de grands efforts, jusqu'à employer avec affectation et hors de tout propos, dans leurs traités, les expressions usitées en Géométrie; mais les géomètres les laissent tous, avec un ensemble parfait, dans un complet isolement.

Cela se comprend à merveille lorsque l'on compare les admirables découvertes d'Archimède, d'Apollonius et de leurs dignes précurseurs aux pauvretés rapportées par Théon.

L'ouvrage débute naturellement par un discours sur l'utilité des Mathématiques; il y est question de la peste, de l'oracle qui ordonnait, pour la faire évanouir, de doubler l'autel d'Apollon, de l'intérêt qu'avait le dieu à ce qu'on ne négligeât pas l'étude des Mathématiques, de la Musique, de la Géométrie, des choses qui concernent les dimensions des solides, et de l'Astronomie qui oblige à diriger les yeux vers le ciel. Il y est aussi question de Palamède, qui apprit aux Grecs à dénombrer leurs vaisseaux devant Troie, d'Agamemnon qui ignorait les noms des nombres, jusqu'à ne pas savoir qu'il avait deux pieds.

On y voit que la Logistique et l'Arithmétique portent à la contemplation de la vérité, et à la recherche du bon et du beau; que celui-là est un animal (*ζῷον*) qui ne sait si *deux* ou *trois* sont pairs ou impairs; que le philosophe seul peut être musicien; que celui qui ignore la Musique est vicieux et malhonnête, etc. Il y en a comme cela 23 pages.

CHAPITRE II. *Sur l'Arithmétique*. — On ne pourrait comprendre l'harmonie qui est dans le monde et dans la Musique, si on n'avait d'abord étudié les propriétés des nombres. L'Arithmétique est la première des sciences; ensuite vient la Géométrie, puis la Stéréo-



métrie, ensuite l'Astronomie et enfin la Musique. Les nombres, comme l'enseignait Pythagore, sont le principe, la source et la raison de toutes choses.

CHAPITRE III. *Du nombre un et de l'unité.* — L'unité est indivisible; en effet, les parties qui composent un tout sont toujours plus petites que le tout; or, si l'on divisait l'unité en plusieurs nombres, ces nombres n'étant pas l'unité seraient plus grands que l'unité, etc.; donc l'unité est indivisible.

On l'appelle monade, soit parce qu'elle reste immuable et ne peut pas sortir des bornes de sa nature, car multipliée par elle-même elle se reproduit toujours et ne donne jamais que l'unité: soit parce qu'elle est séparée et posée seule à la tête de la multitude des nombres.

Du reste, il faut distinguer l'unité du nombre *un*; l'unité est corporelle et le nombre *un* est intellectuel.

CHAPITRE IV. *Du principe des nombres.* — Théon reprend Pythagore, Archytas et Philolaïs pour n'avoir pas distingué entre l'unité et le nombre *un*; entre les nombres d'objets et les nombres eux-mêmes. Six bœufs forment un nombre sensible, six est un nombre intellectuel.

CHAPITRE V. *Des nombres pairs et des nombres impairs.* — *Un* est-il pair ou est-il impair, car il faut bien qu'il soit l'un ou l'autre, d'autant que pair est le contraire d'impair. Or il n'est pas pair, puisqu'il est indivisible; donc il est impair.

Pythagore faisait commencer à *trois* la série des nombres impairs; Aristote prétendait que l'unité est aussi bien paire qu'impair, et Archytas partageait cet avis, mais ils se trompaient; en effet, *deux* est bien pair et *trois* parfaitement impair; or *un* ajouté à *deux* donne *trois*; donc *un* est impair; car il faut

ajouter un nombre impair à un nombre pair pour trouver un nombre impair.

CHAPITRE VI. *Des nombres premiers et indécomposables.* — Les nombres premiers ne sont mesurables que par l'unité; ils ont la longueur, mais pas de largeur. Ils ont cinq noms différents : on les appelle premiers, indécomposables ou non composés, linéaires, euthymétriques, et impairement impairs.

Les nombres pairs ne sont pas premiers, excepté le nombre 2, qui participe de la nature des nombres impairs.

Les nombres premiers entre eux sont ceux qui n'ont pas d'autre commune mesure que l'unité.

CHAPITRE VII. *Des nombres composés.* — Les nombres composés sont ceux que mesure un autre nombre. On les appelle *plans*, quand ils ont longueur et largeur, comme 6, qui a pour longueur 3 et pour largeur 2 : ils sont *solides*, quand ils sont contenus sous trois dimensions. Trente est un nombre solide  $30 = 2 \times 3 \times 5$ .

CHAPITRE VIII. *Des différents nombres pairs et principalement des nombres pairement pairs.* — Les nombres pairement pairs sont ceux qui ne sont décomposables qu'en parties paires : tels sont 32, 64, 128, ....

CHAPITRE IX. *Des nombres pairement impairs.* — Ce sont les nombres qui, divisés par 2, donnent un quotient impair.

CHAPITRE X. *Des nombres impairement pairs.* — Ce sont ceux qui peuvent être divisés deux fois de suite par 2. 14 est pairement impair et 20 est impairement pair.

CHAPITRE XI. *Des nombres æqualiter æqualibus.* — Ce sont les nombres composés qui ont la longueur égale à la largeur. Ils sont carrés et plans; tels sont 4 et 9.

CHAPITRE XII. *Des nombres inæqualiter inæqualibus.* — Ce

sont ceux qui proviennent de la multiplication de nombres inégaux. *6* est *inæqualiter inæqualis*.

CHAPITRE XIII. *Des nombres altera parte longioribus* — Ce sont ceux dont l'un des côtés surpasse l'autre d'une unité. Tel est 12, dont la longueur 4 surpasse la largeur 3 d'une unité. Les nombres *altera parte longiores* sont pairs. Car, dit Théon, si la largeur est paire, le nombre est pair, et si elle est impaire, alors c'est la longueur qui l'est, car, etc. On peut obtenir de deux manières les nombres *altera parte longiores*, soit en multipliant entre eux deux nombres consécutifs (d'après la définition); soit par addition, de la manière suivante : on prend la suite des nombres pairs

$$2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, \dots$$

et on les ajoute à partir du commencement comme suit : 2 et 4 font 6, 6 et 6 font 12, 12 et 8 font 20, 20 et 10 font 30, 30 et 12 font 42, etc.; les sommes obtenues sont des nombres *altera parte longiores*.

En effet, la somme des  $n$  premiers nombres pairs est

$$2(1 + 2 + \dots + n) = n(n + 1).$$

Mais Théon ne donne pas la démonstration.

CHAPITRE XIV. *Des nombres parallélogrammes*. — Ce sont ceux dont la longueur surpasse la largeur de deux unités ou davantage. [Je crois que *ou davantage* est de trop.]

CHAPITRE XV. *Des nombres carrés*. — On peut les obtenir par l'addition de la série des nombres impairs. Ainsi :

$$1 \quad 3 \quad 5 \quad 7 \quad 9 \quad 11 \quad 13 \quad 15 \quad 17 \quad 19 \quad \dots$$

En effet,

$$1 + 2 + 1 = 4, \quad 1 + 2 + 2 + 1 = 6, \quad \dots, \quad 1 + 2 + n + 1 = n + 4,$$

$$n + 1 + n + 1 + 1 = n + 3.$$

Mais Théon ne donne pas la démonstration.

CHAPITRE XVI. *Les nombres carrés (consécutifs) admettent pour moyennes proportionnelles des nombres altera parte longiores, mais non pas réciproquement.*

Exemple : 16 et 25 : la moyenne proportionnelle est 20, qui est altera parte longior, puisqu'il est le produit de 4 par 5.

CHAPITRE XVII. *Des nombres oblongs.* — Ce seraient ceux qu'il a déjà appelés parallélogrammes; mais je crois qu'il y a erreur, et que les nombres oblongs sont les produits de deux nombres différant au moins de trois unités.

CHAPITRE XVIII. *Des nombres plans.* — Ce sont les produits de deux nombres, l'un en longueur et l'autre en largeur. Les uns sont triangulaires, les autres quadrangulaires, pentagonaux, hexagonaux, et l'on va voir pourquoi et comment.

Mais il ne règne pas beaucoup d'ordre dans les propositions suivantes, et, pour abrégér, nous allons en prendre quelques-unes en bloc, sauf à revenir sur celles qui, intercalées, n'avaient pas un rapport direct à la question.

CHAPITRES XIX, XX, XXIII, XXV, XXVI, XXVII. *Des nombres polygonaux en général.* — Théon a déjà remarqué que les sommes des nombres impairs, à partir de 1, forment les carrés de tous les nombres, et que les sommes des nombres pairs, à partir de 2, forment les produits de deux nombres consécutifs, altera parte longiores.

Mais ce qui concerne ces derniers constitue une remarque

dont, sans doute, on savait l'inanité, sans vouloir consentir à en perdre le bénéfice. On a conservé la remarque, mais on n'en fera plus usage. Le jalon subsistera, mais il ne servira à rien qu'à multiplier les dénominations, ce qui, sans être un but, était peut-être, dans les écoles du temps, un moyen pédagogique.

On aurait bien pu, sans doute, introduire la considération inutile des produits de facteurs qui diffèrent de 2 unités (je crois bien que ce sont les nombres parallélogrammes, et que le texte primitif aura été altéré dans le Chapitre XIV; car, pourquoi les nombres oblongs viendraient-ils doubler les nombres parallélogrammes, s'ils n'en diffèrent pas?), de 3 unités, de 4, de 5, etc., unités; mais on n'aura sans doute rien trouvé d'intéressant à dire sur ces produits.

Quant à la théorie des nombres polygonaux, elle procède d'aperçus originaux où l'on conçoit que les esprits contemplatifs que l'école pythagoricienne se plaisait à former, aient pu se confiner jusqu'à atrophie parfaite.

Un nombre de  $p$  angles est la somme d'une suite des nombres naturels, à partir de 1, qui diffèrent les uns des autres de  $p-2$  unités.

La formule générale d'un nombre de  $p$  angles, formule que Théon, bien entendu, ne connaissait pas, est donc

$$1 + 1 + p - 2 = 1 + 2 + p - 2 + \dots + 1 + n + p - 2 \dots$$

ou

$$\frac{1}{2} n(n-1) + 2 + n + p - 2 \dots$$

Ces nombres n'ont, comme on voit, rien de bien remarquable, quoiqu'ils donnent les carrés, en supposant  $p = 4$ .

Mais la construction géométrique qui, sans doute, tenait

lien de la formule en est assez frappante pour avoir pu attacher outre mesure des esprits tournés d'avance à la méditation contemplative du faquir.

Que l'on prenne un point pour sommet d'un polygone régulier de  $p$  côtés, et que l'on marque 1 à ce point; que l'on mène du point choisi deux droites faisant entre elles l'un des angles intérieurs d'un polygone régulier de  $p$  côtés; que l'on marque sur chacun de ces côtés un point, à la distance que l'on voudra du sommet choisi; que l'on achève le polygone régulier de  $p$  côtés et qu'on marque encore 1 à chaque sommet; que l'on prolonge de longueurs égales à elles-mêmes les longueurs des deux premiers côtés du premier polygone; que l'on achève encore le polygone régulier de  $p$  côtés, ayant pour premiers côtés les deux que l'on vient de construire; que l'on marque encore 1 à chaque sommet, et qu'on continue toujours de la même manière, en ajoutant toujours la même longueur aux deux premiers côtés de chacun des polygones; le nombre d'unités marquées aux sommets de tous les polygones réguliers précédents et au sommet du dernier polygone construit sera l'un des nombres polygonaux de  $p$  angles.

En effet, soit  $q$  le nombre des points marqués, au delà du point origine, sur le premier côté du dernier polygone construit. le premier côté du polygone suivant contiendra un point de plus, et chacun des  $p - 2$  côtés nouvellement introduits en contiendra  $q$ , au delà de son point de départ; on en aura donc ajouté, en tout,

$$1 + q(p - 2).$$

Mais Théon n'a pas à s'embarrasser de cette démonstration.

parce que, ses nombres ne tirant leur définition que de la construction même, il n'a pas de rapprochement à faire entre deux points de vue. Théon n'a pas même l'air de savoir que chacun des nombres polygonaux de  $p$  côtés s'obtient en ajoutant  $1 + n - p + 2$  à la somme des précédents.

Parmi les nombres polygonaux, les seuls remarquables sont les nombres triangulaires, qui sont les sommes des premiers nombres naturels, et les nombres quadrangulaires, qui sont, comme le montre la figure, les carrés des nombres naturels. Les autres, au point de vue moderne, ne sont que les sommes des termes de progressions par différence ne présentant aucun intérêt. Quant à la Géométrie qui intervient dans cette affaire, c'est de la Géométrie d'enfants.

CHAPITRE XXI. *De æqualiter æqualibus et de inæqualiter inæqualibus.* — Les nombres carrés sont *æqualiter æquales*, parce qu'ils ont leurs côtés égaux; les autres, s'ils ne sont pas premiers, sont *inæqualiter inæquales*. On les a déjà appelés oblongs ou parallélogrammes.

CHAPITRE XXII. *Des nombres semblables.* — Ce sont des produits de facteurs proportionnels.

CHAPITRE XXIV. *Des nombres circulaires et des nombres sphériques.* — 5 est circulaire et sphérique, parce que son carré, son cube, etc., se terminent tous par 5; il en est de même de 6.

CHAPITRE XXVIII. *La somme de deux nombres triangulaires consécutifs est un carré.* — En effet, deux nombres triangulaires consécutifs sont

$$\frac{n(n+1)}{2} \quad \text{et} \quad \frac{(n+1)(n+2)}{2}$$

dont la somme est

$$n = 1^2.$$

Mais Théon ne le démontre pas.

CHAPITRE XXIX. *Des nombres solides.* — Ce sont les produits de trois nombres.

CHAPITRE XXX. *Des nombres pyramidaux.* — Ce sont, dit Théon, ceux qui servent à mesurer les pyramides et les troncs de pyramides. Mais il se borne à la définition, parce que, sans doute, il ne peut en dire davantage.

CHAPITRE XXXI. *Des nombres latéraux et diagonaux.* — Théon voit dans les nombres des diamètres, des diagonales, etc.; mais nous ne le suivrons pas jusque-là.

CHAPITRE XXXII. *Des nombres parfaits, abondants et déficients.* — Les nombres parfaits sont ceux qui se reproduisent dans la somme de leurs facteurs; tel est  $6 = 1 + 2 + 3$ . Les nombres abondants sont ceux qui surpassent la somme de leurs facteurs, et les nombres déficients ceux qui n'atteignent pas la somme de leurs facteurs. Il est étonnant qu'il ne les ait pas appelés paraboliques, hyperboliques et elliptiques. Ce qui eût paru plus Apollonien.

Voilà à quoi se réduit tout le savoir de Théon et des Pythagoriciens. On comprend que les géomètres n'en aient pas été jaloux.

Quant à la *Musique* de Théon, nous n'en dirons rien de plus que les deux mots que nous lui avons déjà accordés; mais il convient de citer au moins quelques exemples des divagations dans lesquelles tombe l'auteur au sujet des qualités des nombres. On verra par ces exemples à quels misérables jeux d'esprit le culte du nombre avait conduit les adeptes de l'école de Pythagore.



Le nombre *deux* est le premier accroissement de l'unité; en lui se considèrent la matière et tout ce qui est sensible, la génération et le mouvement, l'accroissement et la composition, l'association et la relation à quelque chose.

Le nombre *trois* est le premier qui contienne le commencement *un*, la fin *un* et la moyenne *deux*. C'est par *trois* que nous faisons tout; que nous frappons nos traités, notamment.

Ce qui est tout à fait mauvais, nous l'appelons *trois* fois malheureux, et ce qui est bon dans toutes ses parties, *trois* fois heureux. La première origine du plan est tirée du nombre *trois*, car sa première substance est en un triangle. Et même dans les triangles, c'est encore par le nombre *trois* que se distinguent les genres; car un triangle est équilatéral, ou isocèle, ou scalène; etc.

Le nombre *quatre* est l'image du solide, et c'est le premier carré pair. Toutes les symphonies sont complètes en lui, comme cela est évident.

Le nombre *six* est parfait, parce qu'il est égal à ses parties (c'est-à-dire à la somme de ses facteurs 1, 2, 3). Il est nuptial, car c'est par lui que les enfants ressemblent à leurs parents. Théon omet de dire que c'est évident, sans doute parce que ce l'est trop pour ne pas l'être évidemment.

Mais le nombre *huit* est encore plus remarquable : d'abord, c'est le premier cube; ensuite, il y a *huit* grands dieux, maîtres de tous les autres; enfin, Orphée n'a-t-il pas juré par les *huit* éléments générateurs des immortels : le FEU, l'EAU, la TERRE, le CIEL, la LUNE, le SOLLEIL, la LUMIÈRE brillante et la NUIT noire?

O Archimède!



## DIOSCORIDE.

(Né à Anazarbe — Galien vers 170, mort vers 185)

Il entra fort jeune comme chirurgien-médecin dans les armées romaines, et visita, à la suite des légions auxquelles il fut attaché, l'Égypte, l'Espagne, la Gaule et l'Italie.

Il a laissé un ouvrage considérable sur les minéraux et les végétaux employés dans la pharmacopée de son temps. Cet ouvrage, écrit en grec et qui a été étudié, pendant quinze siècles, par les Arabes d'abord et ensuite par les médecins européens, a été traduit en latin, en 1829, par le docteur Kühn, professeur de Physiologie et de Pathologie à l'Université de Leipsig, sous le titre : *Pedani Dioscoridis Anazarbei de materia medica libri quinque*.

On s'accorde à reconnaître à Dioscoride, à défaut du talent d'écrivain, une grande exactitude dans les descriptions, une soigneuse attention à ne rapporter que ce qu'il a vu et essayé lui-même, enfin une tendance marquée à la recherche exclusive de ce qui peut être utile.

Son ouvrage est encore aujourd'hui consulté par tous les savants qui désirent connaître l'histoire des préparations médicales.

Galien en parlait avec les plus grands éloges; il a été commenté par Oribase et Aétius au iv<sup>e</sup> et au v<sup>e</sup> siècle, par Paul d'Égine au vii<sup>e</sup>, par Sérapion au x<sup>e</sup>, par un grand nombre de médecins arabes et enfin par Mathiolo, médecin italien. Le commentaire de Mathiolo a été traduit en latin, en allemand et en français.

Jean-Jacques Rousseau n'herborisait qu'un Dioscoride à la main.

## PTOLÉMÉE.

Né probablement à Ptolémée vers l'an 128, mort en 158. Passa la plus grande partie de sa vie à Alexandrie.

Son grand traité d'Astronomie portait le titre de *Composition* ou *Syntaxe mathématique* (nommé aussi par les Arabes *Almageste*) ; on y trouve une exposition du système du monde, de l'arrangement des corps célestes et de leurs révolutions, suivant les idées du temps ; un traité de Trigonométrie rectiligne et sphérique, ainsi qu'une description fort complète et fort curieuse de tous les instruments astronomiques employés par les Grecs.

Sa *Géographie*, tant de fois réimprimée, est un monument précieux, malgré des erreurs considérables, parce qu'elle est le dépôt le plus vaste et le plus complet des connaissances acquises de son temps. Ptolémée y suit surtout Marin de Tyr.

On possède encore de Ptolémée un grand nombre d'ouvrages, parmi lesquels on distingue : les *Tables manuelles*, destinées aux astrologues ; le *Canon chronologique des rois*, dont l'utilité a été appréciée de tous les érudits qui se sont occupés d'histoire ancienne ; les *Hypothèses*, résumé de son grand ouvrage astronomique ; l'*Optique*, dont le texte grec est perdu et dont on ne possède qu'une médiocre traduction latine inédite, faite sur une traduction arabe ; on y trouve la théorie générale de la vision, celle des miroirs, de la réfraction de la lumière, de la réfraction astronomique, etc. L'édition la plus complète des œuvres de Ptolémée est celle de Bâle (1551).

La mémoire de Ptolémée a éprouvé successivement la louange la plus outrée et le dénigrement le plus injuste. Les contem-

porains ne l'appellent pas autrement qu'*admirable* et *divin* : jusqu'à Copernic, il règne aussi souverainement dans le domaine de l'Astronomie qu'Aristote, jusqu'à Descartes, dans ceux de la Physique et de la Philosophie, et il exerce sur les esprits un empire aussi absolu ; mais, comme Aristote, il perd tout à coup tout crédit, et alors son nom est presque voué au ridicule.

Mieux placés pour être impartiaux, nous pouvons aujourd'hui rendre pleine justice à l'un et à l'autre.

Les principaux ouvrages d'Hipparque sont totalement perdus, et nous ne connaissons guère ce grand homme que par la *Syntaxe* de Ptolémée. Il est certainement l'inventeur de la plus grande partie des méthodes d'observation et de calcul développées dans l'*Almageste* ; c'est à lui qu'est due la détermination de l'excentricité de l'orbite du Soleil et peut-être de celle de l'orbite de la Lune.

Mais Hipparque avait à peine établi les premières bases de l'histoire des planètes, et tout ce que contiennent les ouvrages de Ptolémée relativement à ces astres peut être considéré comme lui appartenant.

Du reste, Hipparque, dont le génie était incontestablement supérieur, n'aurait probablement pas poussé, comme Ptolémée, jusqu'à la complication la plus invraisemblable les développements d'un système qui, dans l'origine, lorsqu'il ne s'agissait encore que du Soleil et de la Lune, était, en définitive, ce qu'on pouvait imaginer de plus simple et constituait une hypothèse véritablement philosophique.

Ptolémée ne paraît pas avoir souvent observé par lui-même ; il s'est probablement servi des données numériques fournies par Hipparque et par ses successeurs immédiats. La plupart même

des calculs dont il donne les tableaux paraissent empruntés aux ouvrages d'Hipparque; la latitude du poste d'observation y est supposée, en effet, celle de Rhodes, où Hipparque a passé ses jours, et non celle d'Alexandrie, où écrivait Ptolémée. Du reste, l'*Almageste*, la plupart du temps, ne dissimule pas plus les emprunts faits à Hipparque qu'il ne ménage les éloges donnés à ce grand homme.

Ptolémée n'a pour ainsi dire rien changé à la théorie du Soleil établie par Hipparque; il trouve les mêmes durées pour l'année tropique,  $365\frac{1}{4}$  moins  $\frac{1}{500}$ , et pour les quatre saisons; la même excentricité  $\frac{1}{3}$  pour l'orbite, enfin la même équation du centre. L'intervalle qui le séparait d'Hipparque eût dû lui permettre d'atteindre à une plus grande approximation.

C'est la théorie de la Lune qui fournit à Ptolémée l'occasion de sa première découverte.

Hipparque n'avait nettement reconnu dans le mouvement de notre satellite qu'une seule inégalité, comme dans celui du Soleil, et, quoique certaines observations lui eussent donné quelques doutes, il faisait les deux théories en tout semblables, sauf en ce qui concerne les valeurs numériques.

Ptolémée démontra que l'on ne pouvait accorder la théorie de la Lune avec les observations qui avaient embarrassé Hipparque.

Mais il est indispensable d'indiquer ici la transformation géométrique que pouvait subir l'hypothèse d'Hipparque sur les mouvements uniformes du Soleil et de la Lune dans des cercles excentriques à la Terre, transformation qu'Hipparque, au reste, connaissait sans doute, s'il est vrai qu'Apollonius de Perge soit tombé d'abord sur cette seconde manière de concevoir le mouvement des astres.

Si l'on considère la circonférence d'un cercle de centre  $O$ , nommé *excentrique*, décrite par un point  $S$ , et un point  $T$  pris dans l'intérieur de ce cercle; si d'ailleurs par chaque point  $S$  de cette circonférence on mène une droite  $S\tau$  égale et parallèle à  $OT$ , le lieu des points  $\tau$  sera l'excentrique  $O$  transporté parallèlement à lui-même, dans la direction  $OT$ , et d'une longueur égale à  $OT$ ; ce sera la circonférence d'un cercle ayant  $T'$  pour centre, et qui prendra le nom de *déférent*.

Réciproquement, si de chaque point  $\tau$  de la circonférence du déférent on mène une droite  $\tau S$  égale et parallèle à  $TO$ , on retrouvera l'excentrique.

Mais le point  $S$  appartiendra à la circonférence d'un cercle de grandeur constante, décrit de  $\tau$  comme centre, avec  $TO$  pour rayon : ce troisième cercle sera l'*épicycle*, et le point  $S$ , au lieu d'être supposé parcourir l'excentrique  $O$ , pourra être supposé décrire l'épicycle  $\tau$ , tandis que le centre  $\tau$  de cet épicycle décrirait le déférent  $T'$ .

Si le mouvement de  $S$  sur l'excentrique était uniforme, le mouvement de  $\tau$  sur le déférent le serait aussi; et la droite  $\tau S$  ayant une direction constante, le mouvement de  $S$  sur l'épicycle, par rapport au point de l'épicycle déterminé par son intersection avec  $T\tau$  prolongé, le serait aussi.

Dans tous les cas, la durée de la révolution du point  $S$  sur l'épicycle sera égale à la durée de sa révolution sur l'excentrique, s'il s'agit du Soleil.

D'ailleurs le maximum et le minimum de la distance  $TS$  arriveront lorsque le point  $\tau$  se trouvera, sur le déférent, aux deux extrémités du diamètre  $TO$ .

Ptolémée n'eut pas à recourir à ce changement de point de vue

dans la théorie du Soleil, et la conserva telle qu'elle avait été donnée par Hipparque ; mais, en ce qui concerne la Lune, il démontra qu'il faudrait supposer que l'épicycle fût porté sur un excentrique mobile dont le centre tournât autour de la Terre de manière à se trouver quatre fois, dans le cours d'une lunaison, c'est-à-dire aux syzygies et aux quadratures, sur la ligne des centres de la Terre et de l'épicycle, entre ces deux centres aux époques des syzygies, et en dehors d'eux aux quadratures.

En d'autres termes, le centre de l'épicycle devrait être apogée dans les syzygies et périgée dans les quadratures.

Dans cette hypothèse, le mouvement du centre de l'excentrique se ferait dans le sens contraire à celui du mouvement diurne ; celui du centre de l'épicycle sur l'excentrique, dans le même sens que le mouvement diurne ; enfin celui de la Lune sur son épicycle, dans le sens contraire.

Cette importante découverte suffirait seule, dit Delambre, pour placer son auteur parmi les astronomes de première ligne ; elle permit à Ptolémée de dresser pour la Lune des tables plus exactes que celles qu'on avait avant lui et de déterminer à l'avance avec plus de certitude les époques des éclipses et leur grandeur.

Tout le monde sait combien étaient compliquées les théories imaginées par Ptolémée pour arriver à conserver aux mouvements des planètes la circularité et l'uniformité.

Avec les idées préconçues et généralement admises de l'immobilité de la Terre, de son importance dans le monde, de la dignité relative du mouvement circulaire uniforme, et beaucoup d'autres, il n'était guère possible à Ptolémée de faire des hypothèses plus simples que celles où il a été conduit par la nécessité d'expliquer

les inégalités si prononcées des mouvements observés, notamment les stations et les rétrogradations.

La complication, au reste, n'est pas aussi énorme qu'on est généralement tenté de le supposer d'après les reproches faits à Ptolémée par les Coperniciens, au moment de la réforme.

Son système est toujours analogue à celui que nous avons indiqué pour la Lune : la planète décrit un épicycle dont le centre parcourt un cercle excentrique à la Terre ; le centre de cet excentrique est lui-même mobile autour d'un point convenablement choisi ; enfin le plan de l'épicycle éprouve un balancement convenable.

Pour Mercure et Vénus, le centre de l'épicycle a naturellement un mouvement à peu près égal à celui du Soleil, et le rayon de cet épicycle est à peu près la distance de la planète au Soleil, prise au moment de la plus grande élongation ; les points apogée et périgée se trouvent près du Soleil, comme cela doit être. Pour les planètes supérieures, le périgée correspond à l'opposition et l'apogée à la conjonction, ce qui est conforme à la réalité.

La combinaison de tous ces mouvements reproduit, en définitive, à peu près les mouvements apparents de toutes les planètes.

« Ptolémée, dit Delambre, par ses recherches sur la Lune et Mercure, par ses hypothèses compliquées, mais ingénieuses, a eu la gloire de préparer les voies à Kepler, qui les a préparées à Newton. »

Les Tables qu'il avait dressées des mouvements des planètes donnaient, de son temps, leurs positions à un quart de degré près. Or, si l'on songe à l'imperfection des moyens d'observation et à la grossièreté des instruments, une pareille erreur doit être regardée comme assez petite.



Tout ce qui concerne les planètes, dans le système décrit dans l'*Almageste*, appartient en propre à Ptolémée, comme nous l'avons déjà dit. Les observations même ne sont plus empruntées à Hipparque, ce qui, du reste, n'établit pas qu'elles aient été faites par Ptolémée lui-même.

Le préambule de cette partie de l'ouvrage est remarquable à plus d'un titre et fait le plus grand honneur au caractère de l'auteur, qui ne craint pas de rendre une entière justice à Hipparque.

Ptolémée tenta de perfectionner les méthodes d'Hipparque pour la détermination de la parallaxe de la Lune, mais il ne parvint pas à de meilleurs résultats que son illustre devancier.

L'*Optique* de Ptolémée ne nous est connue que par de mauvaises traductions latines faites sur des manuscrits arabes peu complets. Les Grecs se faisaient une singulière idée de la vision ; ils se figuraient le rayon visuel partant de l'œil et allant chercher l'objet. S'il rencontrait un corps impénétrable, il se réfléchissait en faisant des angles égaux de part et d'autre de la normale, pour aller ensuite saisir les objets placés sur son nouveau chemin ; s'il rencontrait une surface pénétrable, il la traversait en se réfractant et allait voir les objets placés au delà. Après avoir exposé ces idées, Ptolémée passe à la théorie des miroirs. Le dernier livre est consacré à la réfraction : Ptolémée en donne des Tables de dix en dix degrés pour les passages de l'air dans l'eau et dans le verre ; l'ouvrage se termine par des idées justes sur la réfraction astronomique, dont quelques valeurs, à peu près exactes, sont indiquées.

Le *Planisphère* est la projection stéréographique, conçue par Hipparque, de la sphère des étoiles fixes et des orbites des pla-

netes ; le point de vue est placé au pôle austral du monde. Ptolémée savait que tous les cercles de la sphère sont représentés par d'autres cercles ; il ignorait la conservation des angles aux points d'intersection.

L'*Analemme* a pour objet la construction des cadrans solaires.

La Géométrie pure a aussi des obligations à Ptolémée. C'est sans doute à lui qu'est due la découverte de cette proposition importante dans la théorie des transversales, que toute droite menée dans le plan d'un triangle détermine sur les côtés, à partir des sommets, six segments tels que le produit de trois d'entre eux, n'ayant pas d'extrémité commune, est égal au produit des trois autres.

Il nous reste à faire connaître un peu plus complètement le système de Ptolémée et à montrer comment il suffisait à peu près, non seulement à la représentation des mouvements apparents, mais même à permettre la construction de tables pouvant donner approximativement pendant quelques années les lieux des différents astres composant notre système planétaire.



#### SYSTÈME DE PTOLÉMÉE.

Nous avons vu qu'en ce qui concerne le Soleil, comme il ne s'agissait que de tenir compte de l'excentricité de son orbite, attestée par les variations de sa vitesse angulaire, il était indifférent de lui donner pour trajectoire un cercle excentrique ayant son centre sur la droite menée de la Terre à la position apogée du Soleil, et entre les deux points, ou de le faire mouvoir sur un épicycle dont le centre décrirait un cercle concentrique à la

Terre, pourvu que le centre de cet épicycle fût placé entre la Terre et le Soleil, au moment de l'apogée, et qu'au contraire le Soleil se trouvât entre la Terre et le centre de son épicycle, au moment du périgée; les deux mouvements étant du reste uniformes et les révolutions d'égale durée.

Il en était à peu près de même de la Lune, dont on déterminait, comme pour le Soleil, les positions apogée et périgée ainsi que l'excentricité. Mais tandis que le mouvement du périgée solaire est si lent qu'il n'avait pas pu être aperçu par Ptolémée, au contraire, celui du périgée lunaire est très appréciable. Ce point décrit en effet un cercle entier sur la sphère en un peu moins de 9 ans (3232, 57). En conséquence, on avait dû modifier les hypothèses et supposer soit que le centre de l'excentrique lunaire tournait en 9 ans dans un cercle concentrique à la Terre, ou bien, dans l'hypothèse du déférent et de l'épicycle, que cet épicycle n'était pas précisément décrit par la Lune, mais par le centre d'un second épicycle, plus petit, sur lequel se mouvait la Lune.

Quant au mouvement de la ligne des nœuds de la Lune, qui est l'analogue du mouvement de la ligne des équinoxes, il n'y avait, pour en tenir compte, qu'à faire tourner en  $18^{\text{ans}} 7,6793$ , 39, le plan de l'orbite lunaire autour de l'axe de l'écliptique, ou du zodiaque.

Hipparque avait fixé à  $5^{\circ}$  l'inclinaison de l'orbite lunaire sur le plan de l'écliptique; mais cette inclinaison n'est pas constante; il fallait donc supposer au plan de l'orbite un léger balancement autour de la ligne des nœuds.

Mais, si les mouvements du Soleil et de la Lune dans leurs orbites présentaient quelques inégalités, du moins les vitesses conservaient toujours le même sens.

Les vitesses angulaires des planètes, au contraire, présentent des changements de sens qui avaient déjà attiré l'attention des observateurs même avant Hipparque, et c'est, paraît-il, pour expliquer ces changements de sens qu'Apollonius avait imaginé la combinaison de l'épicycle et du déférent, combinaison qui fut adoptée par Ptolémée et dont il étendit l'usage à la constitution des théories de la Lune et du Soleil.

Il est certain qu'en l'absence de tout moyen d'apprécier les distances vraies des astres il était difficile d'imaginer des hypothèses plus simples, pour rendre compte de mouvements si singuliers.

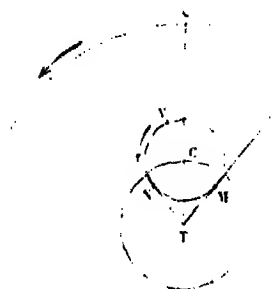
Considérons d'abord les deux planètes inférieures, Vénus et Mercure. Ces planètes ne s'éloignent jamais beaucoup du Soleil, mais elles se trouvent tantôt à sa droite par rapport à nous, tantôt à sa gauche; il fallait donc les faire mouvoir autour de points décrivant des courbes à peu près semblables à la trajectoire du Soleil.

Vénus, par exemple, s'éloigne successivement dans les deux sens de  $46^\circ$  environ du Soleil; on donnera donc à son épicycle (CV *fig.* 36) des dimensions telles que, vu de la Terre, le cercle sous-tende un angle de  $92^\circ$ . Pendant que Vénus le parcourra, le centre C de l'épicycle décrira lui-même le déférent TC autour de la Terre, et, pour que les mouvements direct et rétrograde du point V concordent avec les mouvements direct et rétrograde de la planète, on donnera au point C, sur le déférent, la vitesse angulaire du Soleil, et au point V, sur l'épicycle, la vitesse indiquée par la somme des durées du mouvement direct, de M en N, et du mouvement rétrograde, de N en M.

Comme Vénus est tantôt un peu au-dessus de l'écliptique et

tantôt un peu au-dessous, on donnera au plan de l'épicycle une

Fig. 34



petite inclinaison par rapport au plan de l'écliptique ou du déférent.

Les hypothèses étaient à peu près les mêmes pour Mercure, quoiqu'un peu plus compliquées, parce que les elongations maxima de Mercure, à l'est et à l'ouest du Soleil, ne restent pas à peu près constantes, comme pour Vénus; elles varient entre  $16^{\circ} \frac{1}{2}$  et  $28^{\circ} \frac{1}{2}$ . On compensait cette inégalité par l'introduction de nouveaux épicycles.

Il importe de remarquer que ces théories ne font aucunement acception des distances vraies; par exemple, en ce qui concerne Vénus, le rayon de l'épicycle peut être pris arbitrairement, seulement l'elongation maximum assigne une valeur déterminée au rapport des rayons de l'épicycle et du déférent. On aurait pu, si on l'avait voulu, donner le Soleil lui-même pour centre aux épicycles de Vénus et de Mercure; alors les déférents se seraient confondus avec l'écliptique. Cette hypothèse fut, en effet, introduite avant Copernic.

Les anciens ne savaient pas du tout où placer Vénus et Mercure; les uns les mettaient entre le Soleil et la Terre, les autres au delà du Soleil. Ptolémée les mettait entre le Soleil et la Terre, et il supposait Mercure plus près de nous que Vénus.

Considérons maintenant une planète supérieure, Mars, par exemple : cette planète, comme toutes les planètes supérieures, et c'est par là seulement que les anciens les distinguaient des planètes inférieures, peut se trouver à toutes les distances angulaires du Soleil.

Le mouvement de Mars projeté sur la sphère des étoiles est direct pendant 707 jours environ et rétrograde pendant les 73 jours qui suivent. Sa vitesse dans le sens direct croît pendant à peu près la première moitié des 707 jours, décroît pendant la seconde moitié, s'annule au bout des 707 jours, change ensuite de sens, croît pendant la première moitié des 73 jours, décroît pendant la seconde et redevient nulle avant de changer de nouveau de sens.

De plus, les stations se font toujours à peu près aux mêmes distances angulaires par rapport au Soleil. La station qui précède le changement de sens, de rétrograde en direct, a lieu lorsque la planète se trouve à peu près à  $137^\circ$  du Soleil du côté de l'Orient; à partir de ce moment, la vitesse croît et en même temps Mars se rapproche du Soleil. Sa vitesse croît jusqu'au moment de la conjonction. La planète passe ensuite à l'occident du Soleil; son mouvement reste direct, mais sa vitesse décroît jusqu'à ce que la distance angulaire des deux astres redevienne égale à  $137^\circ$  à peu près. Alors le mouvement devient rétrograde, sa vitesse croît jusqu'à l'instant de l'opposition; elle décroît ensuite et s'annule de nouveau à  $137^\circ$  du Soleil.

On aura donc une représentation sensiblement exacte du mouvement de Mars en imaginant qu'il décrit un épicycle CM (fig. 37) dont le centre parcourrait un déferent TC concentrique

Fig. 37



à l'orbite TS du Soleil, sous la condition que le rayon CM reste toujours parallèle au rayon TS (afin que les oppositions et conjonctions de la planète coïncident avec les oppositions et conjonctions du centre de son épicycle) et sous une autre que nous allons établir.

Il s'écoule 780 jours entre deux conjonctions consécutives du centre de l'épicycle et du Soleil; pendant ce temps, le Soleil a parcouru deux fois  $360^\circ$  et  $60^\circ$  en plus; le centre de l'épicycle a donc parcouru par rapport aux étoiles  $360^\circ + 60^\circ$  ou  $420^\circ$ ; la vitesse angulaire moyenne de ce point est donc  $\frac{420}{780}$  degrés; la différence des deux vitesses est en conséquence

$$\left( \frac{360}{365} - \frac{420}{780} \right) \text{ degrés}$$

ou à peu près

$$\frac{36}{78} \text{ de degré.}$$

Le produit de cette différence par  $\frac{1}{2} 707$  ou 353 donne à peu près  $163^\circ$ . Ainsi la distance angulaire du Soleil au centre de l'épicycle, au moment de la station, doit être de  $163^\circ$ .

Soient TS la direction dans laquelle se trouve le Soleil, au moment de la station, STC l'angle de  $163^\circ$  et STM l'angle de  $137^\circ$ ; la ligne qui joint Mars au centre de son épicycle doit être comprise entre TM et TC, et doit être parallèle à ST. On peut donc mener arbitrairement MC parallèle à ST: le cercle décrit de T comme centre avec TC pour rayon sera le déférent, et le cercle décrit de C comme centre avec CM comme rayon sera l'épicycle. Quant à l'orbite du Soleil, son rayon sera arbitraire.

Ainsi le rapport des rayons du déférent et de l'épicycle est déterminé, mais on peut prendre à volonté celui que l'on veut des deux.

La théorie est absolument la même pour Jupiter et Saturne.

Les anciens plaçaient les planètes supérieures à des distances de la Terre plus grandes que celle du Soleil : Mars d'abord, ensuite Jupiter, puis Saturne. Ils n'avaient d'ailleurs pour cela d'autres raisons que les longueurs des durées des révolutions.

Moyennant les hypothèses que nous venons d'indiquer et moyennant de légères corrections que l'observation indiquait, les lieux des cinq planètes concordaient assez bien avec ceux que fournissait la théorie.

On conçoit donc parfaitement que le système de Ptolémée ait paru aux anciens si admirable et ait obtenu pendant si longtemps l'assentiment de tous les astronomes. On conçoit même parfaitement qu'en présence d'un accord si heureusement obtenu, Ptolémée n'ait pas cherché mieux.

Cependant la solution adoptée présente un caractère de singu-



larité particulier, qui aurait pu faire douter de son exactitude. En effet, tout avait été fait en vue de conserver à la Terre sa majestueuse immobilité au centre du monde; et cependant la Terre n'intervenait en rien dans la direction du mouvement général, tandis que le Soleil conduisait autour d'elle son cortège de planètes, dont il semblait tenir les rênes passées sur les centres des épicycles comme sur des poulies, mais ensuite toutes parallèles entre elles.

Il est évident que le Soleil avait le beau rôle.

C'est cette singularité qui fournira à Copernic les preuves les plus convaincantes, aux yeux des vrais géomètres, contre le système de Ptolémée.

Lorsqu'il montrera que les stations et rétrogradations apparentes des planètes, qui avaient suggéré l'invention d'épicycles portés sur des déférents, sous les conditions précitées, s'expliquent tout naturellement par l'observation des mouvements relatifs de la Terre par rapport aux diverses planètes, la conviction éclatera entière, sans cependant que la Science ait fait de nouveaux progrès. Mais il faudra bien du temps avant qu'un système cosmogonique aussi parfait relativement que celui qu'avaient fondé Apollonius, Hipparque et Ptolémée puisse seulement tomber en suspicion.

Delambre, pour rehausser la gloire de Copernic, veut croire et finit par se persuader que ce grand homme a conçu le premier l'idée de faire tourner la Terre autour du Soleil en une année et autour de la ligne de ses pôles en vingt-quatre heures.

Il s'étonne que les Pythagoriciens, s'ils avaient cette idée, ne l'aient pas mieux fait valoir, qu'ils n'aient pas mieux soutenu la lutte. Il en conclut que s'ils ont eu le sentiment qu'on leur attribue, ce n'était chez eux qu'une idée en l'air, née de l'envie de ne pas penser comme on pensait dans les écoles rivales.

Je crois qu'on pourrait expliquer assez simplement leur silence. Et d'abord, si l'on en excepte Aristarque de Samos, les Pythagoriciens étaient d'assez pauvres géomètres. D'un autre côté, tous les Pythagoriciens un peu célèbres sont antérieurs à Hipparque, de sorte que, les méthodes d'observation n'étant pas encore créées de leur temps, les faits n'étaient pas même assez bien étudiés pour pouvoir servir de bases à un échafaudage scientifique. Il resterait bien, il est vrai, ce pauvre Théon de Smyrne; mais de quel poids eût-il pesé en balance avec Apollonius et Hipparque?

Les Pythagoriciens ont dit ce qu'il y avait à dire au sujet du mouvement diurne, et Copernic n'a rien ajouté aux preuves qu'ils fournissaient à cet égard. Quant au mouvement de translation autour du Soleil, s'ils n'ont pas cherché à en donner des preuves, c'est qu'ils ne les avaient pas ou ne pouvaient les faire valoir, ce qui ne doit pas étonner.



#### GALIEN.

(Né à Pergame vers 130.)

Son père, Nicon, était un riche architecte; il présida à son éducation avec une grande sollicitude.

Galien fréquenta successivement toutes les écoles philosophiques, mais ne s'attacha à aucune.

Il commença ses études médicales à dix-sept ans; après avoir suivi les leçons des plus habiles médecins de son temps à Smyrne, à Corinthe, à Alexandrie, il revint à Pergame où il fut nommé médecin des gladiateurs.

Cette fonction dirigea naturellement ses efforts vers l'Anatomie, à laquelle il fit faire en effet de grands progrès.

Des troubles qui survinrent dans sa patrie l'engagèrent à aller chercher à Rome un théâtre plus vaste où il obtint aussitôt les plus grands succès.

Il était le médecin préféré des grands et de l'empereur, et le cours d'anatomie qu'il professait au temple de la Paix était suivi par une foule d'auditeurs.

Mais la peste se déclara à Rome, et Galien aussitôt, *urbe excedens, in patriam properavit*, c'est lui-même qui le dit.

Marc-Aurèle, méditant de porter la guerre en Germanie, désira avoir près de lui Galien et le rappela. Mais Galien n'aimait pas plus la guerre que la peste : il partit, mais eut soin de prendre le plus long chemin. Marc-Aurèle finit par le dispenser de le suivre, à condition que pendant l'absence de l'empereur il resterait attaché à la maison de son fils Commode.

On ne sait à quelle époque il quitta définitivement Rome pour retourner à Pergame.

« Galien, dit Cuvier, est le premier anatomiste véritable que l'antiquité ait produit. »



#### SEXTUS EMPIRICUS.

(Ne probablement à Mitylène vers 200.)

Médecin, philosophe et astronome, il a laissé une dissertation contre les astrologues. « Les Chaldéens, dit-il, divisaient le zodiaque en douze signes dont chacun dominait sur une partie du corps. Quand une femme était sur le point d'accoucher, un Chaldéen se tenait hors de la maison, sur un point élevé, pour observer les levers successifs des astres; un autre, qui assistait la malade, attendait le

moment de la délivrance pour en donner le signal à l'aide d'une cymbale. L'astre qui avait paru à l'horizon au moment même de la naissance de l'enfant devait exercer sur lui une influence bonne ou mauvaise pendant toute la durée de son existence. »

Empiricus demande pourquoi on avait choisi plutôt l'instant de la naissance que celui de la conception, mais surtout comment on peut fixer l'instant de la naissance, lorsque l'accouchement dure quelque temps. Il ajoute, et c'est là ce que son livre présente d'intérêt au point de vue historique, que la réfraction atmosphérique relève les astres, et que, par conséquent, celui qui se montre à l'horizon à un moment donné ne l'a, en réalité, pas encore atteint.

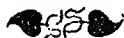
Les écrits qui nous restent d'Empiricus ont été publiés, avec traduction latine, par Fabricius (Leipzig, 1718). Huart en a donné une traduction française (Amsterdam, 1725).



#### EUSÈBE DE CÉSARÉE.

Né en Palestine vers 264, mort vers 338.

Évêque de Césarée. C'est lui qui remit en honneur le cycle de Méthon, qui fut plus tard adopté par le concile de Nicée. Il croyait, du reste, la période de Méthon rigoureusement exacte, et le concile de Nicée partagea son erreur.



## ZÉNODORE.

(Né vers 290.)

Il avait laissé un *Traité des isopérimètres* qui ne nous est pas parvenu, mais que nous connaissons en partie par le commentaire de Théon sur la syntaxe de Ptolémée.

Zénodore démontrait que, parmi les figures isopérimètres d'un même nombre de côtés, la plus grande est celle qui a ses côtés égaux et ses angles égaux. Il en concluait la propriété du cercle d'envelopper la surface maximum pour un périmètre donné.



## THÉON D'ALEXANDRIE.

(Né vers 320, mort vers 395.)

Père d'Hypathia. On sait seulement de lui qu'il observa en 365 les éclipses de Lune et de Soleil.

Ceux de ses ouvrages qui nous restent sont un commentaire sur les *Éléments* d'Euclide; des scolies sur Aratus; une suite au canon de Ptolémée; des tables astronomiques et des commentaires en onze livres sur la syntaxe de Ptolémée.

Ce dernier ouvrage, qui a été publié dans l'édition *princeps* de l'*Almageste*, est intéressant, parce qu'il contient des modèles de calculs arithmétiques dont Ptolémée ne donnait jamais que les résultats.





## L'ALGÈBRE DES GÉOMÈTRES GRECS.

En terminant l'histoire de la glorieuse époque que nous venons de parcourir, et au moment d'entrer dans une période de décadence où les plus beaux ouvrages d'Archimède, d'Apollonius, d'Euclide et d'Hipparque ne seront plus même lus, de sorte qu'il ne nous en parviendra que des exemplaires tronqués, tandis que, par exemple, on réservera à notre admiration le poème d'Aratus, il paraîtra sans doute intéressant d'examiner si l'importante révolution qui s'est produite sans méthode, comme sans direction et sans prévisions, durant cette période singulière, était bien légitime ; si le progrès n'aurait pas pu se produire, avec avantages, dans le sens opposé ; si ce n'est pas la médiocrité des hommes nouveaux, incapables de suivre la tradition léguée par leurs grands prédécesseurs, qui les a amenés à faire porter les bases des théories mathématiques sur un terrain nouveau ; enfin si le progrès accompli ne cache pas une véritable rétrogradation.

Les éléments de l'Algèbre se trouvent dans les livres d'Euclide, que ses successeurs, qui les ont peu compris, ont appelés *arithmétiques*, quoiqu'ils continssent la théorie des rapports et pro-

portions entre grandeurs concrètes ; mais les exemples caractéristiques que nous avons extraits d'Archimède et d'Apollonius montrent clairement que ces géomètres avaient beaucoup étendu, pour leur usage, cette Algèbre rudimentaire.

Comme, après avoir découvert analytiquement leurs plus beaux théorèmes, ils ont cru devoir en donner des démonstrations *a posteriori* que l'on pût comprendre, sans participer de leur génie, et que l'on ne pût pas ne pas comprendre, pourvu qu'on suivit de point en point leurs longs raisonnements, il ne nous est parvenu aucune trace des procédés algébriques à l'aide desquels ils transformaient si merveilleusement les relations qu'ils rencontraient dans leurs recherches.

Mais il nous a paru qu'en se pénétrant de leurs vues on pouvait reconstituer cette Algèbre perdue, que Viète appellera plus tard *speciosa*, par opposition à l'Algèbre *numerosa* de la période qui nous occupe, et à laquelle, d'un seul trait de génie, Descartes a donné en quelques lignes sa constitution définitive, sans, du reste, avoir pu réagir contre la nouvelle tradition, déjà universellement suivie, à ce point que son commentateur immédiat, le P. Rabuel, n'a même pas aperçu la méthode par laquelle notre philosophe trouvait le moyen d'introduire dans les formules algébriques les grandeurs elles-mêmes, comme dans l'antiquité, et non plus leurs mesures, comme on avait fait depuis les anciens géomètres jusqu'à lui.

Nous ne pouvons naturellement pas nous étendre beaucoup, dans cette *Histoire*, sur une méthode qui ne s'est pas produite au grand jour. Mais il suffira de quelques indications pour permettre de la reconstituer tout entière, au moins dans ses bases fondamentales.

Voici, il nous semble, comment l'Algèbre pouvait, dès l'antiquité, être instituée dans son office essentiel, qui est de donner le moyen de formuler les lois, sans qu'il fût nécessaire pour cela de recourir à l'intervention d'aucun artifice étranger.

#### PROPOSITION 1.

On obtient le rapport de deux grandeurs de même espèce au moyen des opérations qui en fournissent la plus grande commune mesure.

Si deux grandeurs A et B ont pour plus grande commune mesure une grandeur M, et que cette plus grande commune mesure y soit respectivement contenue  $a$  fois et  $b$  fois, A est  $a$  fois la  $b^{\text{ième}}$  partie de B, et le rapport de A à B est  $\frac{a}{b}$ . En même temps, le rapport de B à A est  $\frac{b}{a}$ .

Si les opérations instituées pour obtenir la plus grande commune mesure entre A et B devaient se prolonger indéfiniment, comme il arrive lorsque l'on compare la diagonale d'un carré à son côté, les deux grandeurs A et B seraient incommensurables, et leur rapport ne pourrait pas être formulé exactement.

*Définition.* — Le rapport de deux grandeurs A et B est dit égal à celui de deux autres grandeurs C et D, lorsque les deux séries finies ou indéfinies d'opérations instituées pour obtenir la plus grande commune mesure entre A et B d'une part, entre C et D de l'autre, fournissent la même suite de quotients, de sorte que deux restes de mêmes rangs soient toujours respectivement contenus le même nombre de fois dans les restes précédents.



PROPOSITION II.

Si l'on arrête successivement les opérations de la recherche de la plus grande commune mesure entre deux grandeurs A et B après la première, après la seconde, etc., et que l'on prenne les expressions approchées du rapport, en considérant successivement comme nuls le premier reste, le second, etc., ces expressions sont alternativement trop petites ou trop grandes.

En effet, supposons que l'on ait trouvé, par exemple,

$$A = 2B - R.$$

$$B = 3R - R_1.$$

$$R = 4R_1 - R_2.$$

$$R_1 = 2R_2 - R_3.$$

$$R_2 = 5R_3 - R_4;$$

négligeons le reste  $R_4$  et concevons la grandeur  $A'$  qui, comparée à B, donnerait

$$A' = 2B - R.$$

$$B = 3R' - R'_1,$$

$$R' = 4R'_1 - R'_2,$$

$$R'_1 = 2R'_2 - R'_3,$$

$$R'_2 = 5R'_3.$$

Ces égalités donnent successivement

$$R'_1 = 10R'_3 - R'_3 = 11R'_3,$$

$$R' = 44R'_3 - 5R'_3 = 39R'_3,$$

$$B = 147R'_3 - 11R'_3 = 158R'_3,$$

$$A' = 316R'_3 - 44R'_3 = 272R'_3;$$

A vaudrait donc 272 fois la 158<sup>e</sup> partie de B.

Négligeons maintenant le reste  $R_3$ , et concevons la grandeur  $A$  qui, comparée à  $B$ , donnerait

$$A' = 2B + R'_1,$$

$$B = 3R' + R'_1,$$

$$R' = 4R'_1 + R'_2,$$

$$R'_1 = 2R'_2;$$

on tirera de ces égalités

$$R' = 9R'_2,$$

$$B = 29R'_2,$$

$$A' = 67R'_2;$$

de sorte que le rapport de  $A'$  à  $B$  serait  $\frac{67}{29}$ .

Mais, si l'on s'était servi des égalités primitives, le calcul étant identiquement le même, on aurait trouvé

$$A = 365R_1 + 67R_2,$$

et

$$B = 158R_1 + 29R_2;$$

or le rapport

$$\frac{365R_1 + 67R_2}{158R_1 + 29R_2},$$

étant formé des rapports

$$\frac{365R_1}{158R_1} \quad \text{et} \quad \frac{67R_2}{29R_2}$$

ajoutés termes à termes, est compris entre les deux; la valeur exacte du rapport est donc comprise entre deux de ses valeurs approchées consécutives.

Cela posé, la première valeur approchée du rapport fournie par l'annulation du premier reste  $R$  serait évidemment trop petite; donc la seconde serait trop grande, la troisième trop petite, etc.

Plus généralement, les valeurs approchées du rapport, fournies par l'annulation des restes de rangs impairs, sont trop petites, et les autres trop grandes.

### PROPOSITION III.

Toutes les valeurs approchées du rapport sont irréductibles, puisque chacune d'elles est fournie par les nombres de fois que deux grandeurs commensurables contiennent respectivement leur plus grande commune mesure.

### PROPOSITION IV.

Considérons trois valeurs approchées consécutives du rapport et, pour cela, supposons que, si l'on eût continué les opérations commencées sur  $A$  et  $B$ , on eût trouvé

$$R_3 = 6R_1 - R_2;$$

la troisième valeur approchée du rapport, que l'on obtiendrait en négligeant  $R_3$ , se formera en remplaçant  $R_2$  par  $6R_1$  dans l'expression

$$\frac{365R_1}{158R_1} = \frac{67R_1}{29R_1},$$

ce qui donnera

$$\frac{365 \times 6R_1}{158 \times 6R_1} = \frac{67R_1}{29R_1}.$$

29

$$\frac{365 \times 6 \dots 67}{158 \times 6 \dots 29};$$

d'où résulte la règle suivante :

Si

$$\frac{P_{n-1}}{Q_{n-1}}, \quad \frac{P_n}{Q_n} \quad \text{et} \quad \frac{P_{n+1}}{Q_{n+1}}$$

représentent trois valeurs consécutives approchées du rapport, et si  $a_n$  désigne le nombre de fois que le dernier reste employé est contenu dans l'avant-dernier,

$$\frac{P_{n+1}}{Q_{n+1}} = \frac{P_n a_n + P_{n-1}}{Q_n a_n + Q_{n-1}}.$$

#### PROPOSITION V.

On conclut de là, par des opérations portant simplement sur des nombres entiers, que la différence entre deux valeurs consécutives approchées du rapport,

$$\frac{P_n}{Q_n} \quad \text{et} \quad \frac{P_{n-1}}{Q_{n-1}},$$

est toujours

$$\frac{1}{Q_n Q_{n-1}},$$

qu'elle va donc toujours en diminuant; que, par conséquent, une valeur approchée de rang impair est moindre qu'une valeur approchée de rang pair; que les valeurs approchées de rangs impairs vont en augmentant et les autres en diminuant; enfin, que l'erreur commise en prenant une valeur approchée du

rapport, pour sa valeur exacte, décroît indéfiniment, lorsque le rang de cette valeur approchée croît suffisamment.

PROPOSITION VI.

*Axiome.* — Si une grandeur est composée de plusieurs autres, par voie d'additions et de soustractions, on peut changer à volonté l'ordre des additions et des soustractions, pourvu que chaque grandeur reste, dans tous les cas, additive ou soustractive.

PROPOSITION VII.

Si deux rapports sont égaux dans un sens, ils le sont aussi dans l'autre, c'est-à-dire si

$$A : B :: C : D,$$

inversement,

$$B : A :: D : C.$$

En effet, si les quotients successifs obtenus dans un sens sont 2, 3, 4, 2, 5, ..., ils sont, dans le sens contraire, 0, 2, 3, 4, 2, 5, ....

*Définition.* — La quatrième proportionnelle X à trois grandeurs A, B, C est définie par la proportion

$$A : B :: C : X,$$

ou par son équivalente

$$X : C :: B : A;$$

on dit qu'elle est égale à C. multipliée dans le rapport de B à A. et l'on écrit

$$X = C \times \frac{B}{A}.$$

## PROPOSITION VIII.

*Axiome.* — Pour multiplier dans un rapport donné une grandeur composée de plusieurs autres, par voie d'additions ou de soustractions, on peut multiplier dans ce rapport donné les parties de la grandeur composée, et ajouter, ou retrancher, dans le même ordre, les produits obtenus.

De même, si l'antécédent du rapport multiplicateur est composé de parties, on pourra multiplier la grandeur proposée dans les rapports des parties de l'antécédent au conséquent, et combiner les produits obtenus comme devaient être combinées les parties de l'antécédent.

## PROPOSITION IX.

Si

$$A = B \times \frac{C}{D},$$

réciiproquement

$$B = A \times \frac{D}{C},$$

car la proportion

$$A : B :: C : D$$

donne

$$B : A :: D : C.$$

## PROPOSITION X.

Si

$$A = B \times \frac{C}{D}$$

et que A, B, C, D soient de même nature, on peut écrire

$$A : C \neq \frac{B}{D}$$

En effet, si B et C étaient égaux, la proposition serait évidente; supposons-les différents, et soient

$$A : B \neq \frac{C}{D} \quad \text{et} \quad A : C \neq \frac{B}{D}.$$

Je dis que

$$A \neq A.$$

En effet, soit

$$B = 2C - R;$$

$$A : (2C - R) \neq \frac{C}{D} = 2C \times \frac{C}{D} - R \neq \frac{C}{D},$$

et

$$A : C \neq \frac{2C - R}{D} = 2C \times \frac{C}{D} - C \times \frac{R}{D};$$

donc

$$A' - A = C \times \frac{R}{D} - R \times \frac{C}{D}.$$

Soit

$$C = 3R - R_1;$$

on verra de même que

$$A' - A = R_1 \times \frac{R}{D} - R \times \frac{R_1}{D};$$

et ainsi de suite.

Mais, en continuant ainsi, on arriverait à des restes moindres que toute quantité donnée; la différence  $A' - A$  serait donc moindre que toute quantité donnée, ce qui ne peut être que si elle est nulle.

## PROPOSITION XI.

Si une grandeur résulte de plusieurs multiplications successives, on peut échanger entre eux, de toutes les manières possibles, les antécédents des rapports multiplicateurs, ou les conséquents, pourvu que les termes échangés soient de même nature.

Ainsi, par exemple.

$$A \cdot \frac{B}{C} \cdot \frac{D}{E} \cdot \frac{F}{G} = A \cdot \frac{B}{C} \cdot \frac{F}{E} \cdot \frac{D}{G}.$$

En effet, la proposition serait évidente si D et F étaient égaux; et on la démontrera, dans l'autre cas, par le même moyen qu'on a employé pour établir la proposition X.

S'il s'agissait d'échanger deux conséquents, E et G par exemple, on remarquerait qu'en appelant X la grandeur

$$A \cdot \frac{B}{C} \cdot \frac{D}{E} \cdot \frac{F}{G},$$

on aurait

$$A = X \cdot \frac{C}{B} \cdot \frac{E}{D} \cdot \frac{G}{F} = X \cdot \frac{C}{B} \cdot \frac{G}{D} \cdot \frac{E}{F};$$

d'où

$$X = A \cdot \frac{B}{C} \cdot \frac{D}{G} \cdot \frac{F}{E} = A \cdot \frac{B}{C} \cdot \frac{D}{E} \cdot \frac{F}{G}.$$

*Corollaire I.* — L'ordre dans lequel les antécédents et les conséquents doivent être accouplés étant indifférent, il en résulte que, pour noter le produit de plusieurs multiplications, il suffit de fournir le groupe des antécédents et celui des conséquents,



sans y mettre d'ordre, et qu'au lieu d'écrire, par exemple,

$$X = A \cdot \frac{B \cdot D \cdot F}{C \cdot E \cdot G},$$

on peut écrire

$$X = A \cdot \frac{B \cdot D \cdot F}{C \cdot E \cdot G}.$$

*Corollaire II.* — Comme la grandeur multipliée pourrait elle-même être échangée avec un des antécédents de même nature, on pourra aussi, au lieu de

$$A \cdot \frac{B \cdot D \cdot F}{C \cdot E \cdot G},$$

écrire

$$\frac{A \cdot B \cdot D \cdot F}{C \cdot E \cdot G},$$

ou, plus simplement,

$$\frac{ABDF}{CEG}.$$

*Corollaire III.* — Si un antécédent se trouve égal à un conséquent, on pourra supprimer l'un et l'autre.

Par exemple,

$$A \cdot \frac{B \cdot D \cdot F}{C \cdot E \cdot B} = A \cdot \frac{D \cdot F}{C \cdot E}.$$

En effet,

$$A \cdot \frac{B \cdot D \cdot F}{C \cdot E \cdot B} = A \cdot \frac{B \cdot D \cdot F}{B \cdot C \cdot E} = A \cdot \frac{D \cdot F}{C \cdot E},$$

car  $A \cdot \frac{B}{B}$  est identiquement  $A$ , puisque ce produit est défini par la proportion

$$A \cdot \frac{B}{B} : A :: B : B.$$

*Corollaire IV.* — Si plusieurs antécédents sont égaux entre eux, ou plusieurs conséquents, au lieu de répéter cet antécédent ou ce conséquent, on pourra le noter une seule fois, en ayant soin de marquer par un chiffre le nombre de fois qu'il devait être répété.

Par exemple, au lieu de

$$X = A \frac{B.B.B.F}{C.D.E.G},$$

on pourra écrire

$$X = A \frac{B^3.F}{C.D.E.G}.$$

#### PROPOSITION XII.

Supposons qu'une grandeur X soit représentée par

$$A \frac{BDFHLN}{CEGKMP};$$

il pourra arriver que l'on sache que le groupe d'antécédents B'D'F' pourrait remplacer le groupe BDF, c'est-à-dire que X serait aussi égal à

$$A \frac{B'D'F'HLN}{CEGKMP};$$

je dis que s'il en est ainsi, cela sera, quels que soient les autres antécédents et quels que soient les conséquents, et que la condition sera que

$$A_1 \frac{BDF}{B'D'F'} = A_1$$

quel que soit  $A_1$ ; c'est-à-dire que les multiplications successives

d'une grandeur quelconque dans les rapports  $\frac{B}{B'}, \frac{D}{D'}, \frac{F}{F'}$  la ramènent à son état primitif.

En effet, introduisons à la fois  $B', D'$  et  $F'$  parmi les antécédents et parmi les conséquents,  $X$  n'en éprouvera aucun changement, et l'on aura

$$A \frac{BDFHLN}{CEGKMP} = A \frac{BDFHLNB'D'F'}{CEGKMPB'D'F'}$$

ou, en changeant l'ordre,

$$X = A \frac{B'D'F'HLN}{CEGKMP} \frac{B}{B'} \frac{D}{D'} \frac{F}{F'}$$

mais, par hypothèse,

$$A \frac{B'D'F'HLN}{CEGKMP} = X = A \frac{BDFHLN}{CEGKMP};$$

donc les multiplications successives de  $X$  dans les rapports  $\frac{B}{B'}, \frac{D}{D'}, \frac{F}{F'}$  ramènent cette grandeur à son état primitif.

La même proposition convient évidemment à un groupe quelconque de conséquents.

En effet, de

$$X = A \frac{BDFHLN}{CEGKMP}$$

on tire

$$A = X \frac{CEGKMP}{BDFHLN},$$

de façon que les antécédents deviennent conséquents, et réciproquement.

*Note.* — Au lieu d'écrire

$$A_1 = A_1 \frac{BDF}{B'D'F'}$$

pour exprimer le fait que la raison composée

$$\frac{BDF}{B'D'F'}$$

ne modifie pas la grandeur à laquelle elle est appliquée, on peut écrire simplement

$$\frac{BDF}{B'D'F'} = 1$$

ou même, symboliquement,

$$BDF = B'D'F'.$$

### PROPOSITION XIII.

Au lieu d'introduire à la suite des autres un rapport multiplicateur, on peut le faire porter, dans le même sens, sur un antécédent quelconque, ou, en sens contraire, sur un conséquent.

Ainsi

$$A \frac{B}{C} \frac{D}{E} = A \frac{B \frac{D}{E}}{C} = A \frac{B}{C \frac{E}{D}}.$$

En effet,

$$A \frac{B \frac{D}{E}}{C} = \left( B \frac{D}{E} \right) \frac{A}{C} = B \frac{D}{E} \frac{A}{C} = A \frac{B D}{C E};$$

et, de même, si

$$X = A \frac{B}{C \frac{E}{D}},$$

$$A = X \frac{C \frac{E}{D}}{B} \quad X \frac{C \frac{E}{D}}{B \frac{E}{D}},$$

d'où

$$X = A \frac{B D}{C E}.$$

Apollonius fait souvent usage de cette proposition; il la démontre de nouveau dans chaque occasion.

#### DÉFINITION.

Si l'on suppose qu'une grandeur  $X$  soit exprimée par

$$A \frac{B_1 B_2 \dots B_n}{C_1 C_2 \dots C_n},$$

et que l'on sache qu'on pourrait remplacer tous les antécédents par un seul  $B$ , répété  $n$  fois, ou tous les conséquents par un seul  $C$ , répété  $n$  fois, de telle sorte que

$$X = A \frac{B^n}{C_1 C_2 \dots C_n} = A \frac{B_1 B_2 \dots B_n}{C^n} = A \frac{B^n}{C^n}.$$

$B$  sera appelé moyenne entre  $B_1, B_2, \dots, B_n$ ; de même,  $C$  sera la moyenne entre  $C_1, C_2, \dots, C_n$ .

On pourra écrire

$$\begin{aligned} B^n &= B_1 B_2 \dots B_n, \\ C^n &= C_1 C_2 \dots C_n. \end{aligned}$$

et, si l'on veut, on représentera B et C par les symboles

$$B = \sqrt[n]{B_1 B_2 \dots B_n},$$

$$C = \sqrt[n]{C_1 C_2 \dots C_n}.$$

#### PROPOSITION XIV.

Si B est la moyenne d'ordre  $n$  entre  $B_1, B_2, \dots, B_n$ , de telle sorte que

$$B^n = B_1 B_2 \dots B_n \quad \text{ou que} \quad B = \sqrt[n]{B_1 B_2 \dots B_n},$$

et qu'on veuille multiplier B dans le rapport  $\frac{P}{Q}$ , on aura

$$B \frac{P}{Q} = \sqrt[n]{\left(B_1 \frac{P}{Q}\right) \left(B_2 \frac{P}{Q}\right) \dots \left(B_n \frac{P}{Q}\right)} \\ \sqrt[n]{B_1 B_2 \dots B_n \frac{P^n}{Q^n}},$$

et l'on pourra faire porter le multiplicateur  $\frac{P^n}{Q^n}$  sur celle des grandeurs  $B_1, B_2, \dots, B_n$  que l'on voudra.

C'est-à-dire que pour multiplier une moyenne d'ordre  $n$  dans un rapport donné  $\frac{P}{Q}$ , on peut multiplier l'une des grandeurs entre lesquelles on prend la moyenne dans le rapport  $\frac{P^n}{Q^n}$ .

#### PROPOSITION XV.

Si l'indice d'une moyenne est composé, on pourra extraire la moyenne marquée par cet indice en extrayant des moyennes successives dont les indices seraient respectivement les facteurs du premier indice.

Ainsi, par exemple,

$$\sqrt{B_1 B_2 B_3 B_4 B_5 B_6}$$

s'obtiendra en formant les deux moyennes

$$X = \sqrt{B_1 B_2 B_3} \quad \text{et} \quad Y = \sqrt{B_4 B_5 B_6}$$

puis la moyenne

$$\sqrt{X \cdot Y},$$

l'ordre dans lequel seront groupées les grandeurs considérées étant d'ailleurs indifférent.

En effet, si  $Z$  désigne

$$\sqrt{B_1 B_2 B_3 B_4 B_5 B_6},$$

on aura par définition

$$\frac{Z}{B_1 B_2 B_3 B_4 B_5 B_6} = 1;$$

d'un autre côté, on aura de même

$$\frac{X^3}{B_1 B_2 B_3} = 1 \quad \text{et} \quad \frac{Y^3}{B_4 B_5 B_6} = 1;$$

d'où

$$\frac{X \cdot Y}{B_1 B_2 B_3 B_4 B_5 B_6} = 1,$$

et, par suite,

$$\frac{Z}{X \cdot Y} = 1,$$

mais

$$\frac{Z}{X \cdot Y} = 1,$$

peut s'écrire

$$\frac{Z^3}{XY} \frac{Z^3}{XY} \frac{Z^3}{XY} = 1$$

par conséquent,

$$\frac{Z^3}{XY} = 1.$$

*Corollaire I.* — On peut multiplier l'indice d'une moyenne par un nombre quelconque, pourvu qu'on répète le même nombre de fois chacune des grandeurs entre lesquelles on prend la moyenne.

Ainsi

$$\sqrt[3]{B_1 B_2 B_3} = \sqrt[3]{B_1 B_1 B_2 B_2 B_3 B_3} = \sqrt[3]{B_1^2 B_2^2 B_3^2},$$

car

$$\sqrt[3]{B_1 B_1 B_2 B_2 B_3 B_3} = \sqrt[3]{\sqrt[3]{B_1 B_1} \sqrt[3]{B_2 B_2} \sqrt[3]{B_3 B_3}} = \sqrt[3]{B_1 B_2 B_3}.$$

*Corollaire II.* — On peut par ce moyen réduire deux moyennes quelconques au même indice.

#### PROPOSITION XVI.

Pour multiplier une moyenne d'un certain indice dans le rapport de deux moyennes du même indice, on peut multiplier l'une des grandeurs entre lesquelles on doit prendre la première moyenne, dans le rapport composé des rapports des grandeurs entre lesquelles il faut prendre les dernières moyennes.

Par exemple,

$$\sqrt[3]{B_1 B} \frac{\sqrt[3]{C_1 C_2}}{\sqrt[3]{D_1 D_2}} = \sqrt[3]{B_1 B \frac{C_1 C_2}{D_1 D_2}}$$



l'effet, soient

$$P = \sqrt{C_1 C_2} \text{ et } Q = \sqrt{D_1 D_2};$$

$$\sqrt{B_1 B_2} \frac{\sqrt{C_1 C_2}}{\sqrt{D_1 D_2}} = \sqrt{B_1 B_2} \frac{P}{Q} = \sqrt{B_1 B_2} \frac{P^2}{Q^2}$$

$$\sqrt{B_1 B_2} \frac{C_1 C_2}{D_1 D_2}.$$

Telle est évidemment l'Algèbre dont faisaient tacitement usage les géomètres grecs pour préparer les démonstrations synthétiques de leurs théorèmes, après s'être servis de l'analyse pour les découvrir. On ne saurait douter que les principes n'en aient été familiers à Archimède et à Apollonius; seulement, comme le génie grec répugnait à l'invention des signes abrégatifs, les géomètres grecs n'avaient de ces principes que des traductions en langage ordinaire, pour ainsi dire intransmissibles; de sorte qu'eussent-ils voulu laisser paraître leurs procédés logistiques, ils ne l'auraient pas pu.

Quant au fait en lui-même, il n'en faudrait pas aller chercher bien loin les preuves. Ainsi, quand, dans la seconde solution qu'il a donnée du problème de l'insertion de deux moyennes proportionnelles entre deux longueurs données, Ménechme remplace les deux moyens égaux d'une proportion par deux autres, dont le premier est une ligne donnée et le second est la troisième proportionnelle à cette ligne donnée et à l'un des moyens égaux, qu'il s'agit d'éliminer, il met bien en pratique l'un des principes de l'Algèbre que nous avons essayé d'esquisser, et même l'un des plus compliqués.

Les propositions que je viens d'énoncer n'étaient pas seulement connues des géomètres grecs, elles leur étaient familières, et ils en

faisaient à chaque instant usage, non pas sous la forme générale que nous avons dû leur donner, mais dans les cas usuels, où ils avaient affaire à deux ou trois raisons superposées, c'est-à-dire à une raison composée de deux ou trois raisons.

Si l'on en voulait une preuve directe, on la trouverait dans Pappus : on sait avec quel soin méticuleux les anciens formaient les énoncés de leurs propositions, au risque de les allonger outre mesure. Or, lorsque Pappus veut définir le lieu des points tels que la raison composée des raisons qu'ont les distances de l'un de ces points à  $n$  droites avec ses distances à  $n$  autres droites soit une raison donnée, il n'indique aucun ordre à suivre dans la manière d'accoupler les distances aux droites du premier groupe avec les distances aux droites du second groupe, pour former les raisons composantes ; il sait donc que cet ordre est indifférent.

Nous n'avons pas l'opuscule où Apollonius traitait la question, mais il est bien clair qu'il avait dû savoir que l'ordre dont nous parlons était indifférent : la solution, quelle qu'elle fût, devait d'ailleurs le montrer ; mais s'il y avait eu doute, Pappus nous l'aurait dit.

Nous n'avons, bien entendu, pas la prétention d'avoir retrouvé les démonstrations mêmes que les géomètres grecs devaient s'être faites des règles que nous avons énoncées ; nous avons seulement voulu montrer comment, sans changer leurs habitudes d'esprit, ils avaient pu parvenir à la connaissance de ces règles, dont, au reste, ils pouvaient fort bien n'avoir que des démonstrations intuitives. Nous avons voulu montrer aussi avec quelle facilité on aurait, en quelques minutes, sans rien changer aux méthodes des Grecs, effectué avec les plus grands avantages la révolution qui a tant

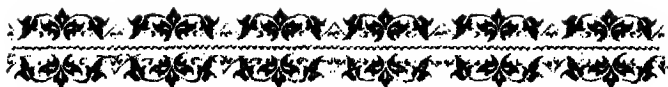
agité les esprits depuis Diophante jusqu'à Descartes, qui a exigé tant d'efforts et dont les étapes ont été parcourues dans une si grande obscurité.

Tout s'est si singulièrement fait dans cette nouvelle période, qu'on verra les savants se disputer l'honneur d'avoir les premiers introduit les mesures des grandeurs sous forme littérale, et le public admirer une si étonnante nouveauté. Cependant, quand Apollonius introduit dans une formule : *Rectam quæ abscinditur ex diametro inter ordinatim applicatam et verticem sectionis*, en voilà bien des lettres, il n'y en a même que trop ! Nous appelons cette droite  $x$ , c'est beaucoup plus simple, mais c'est au fond la même chose ; il n'y a pas une idée de plus dans  $x$  que dans *recta quæ abscinditur*, etc., ou, s'il y en a une de plus, c'est cette idée fausse que la traduction des lois exige la représentation des grandeurs en nombres. Les grandeurs, dans Apollonius et dans Archimède, sont longuement littérales, mais elles sont littérales, c'est-à-dire quelconques, et le raisonnement y est général, ainsi que les formules parlées ; tandis que, de Diophante à Descartes ou à Viète, les grandeurs seront représentées par des nombres fixes, le raisonnement n'aura plus aucune généralité, et les résultats ne seront plus exprimés par des formules, ni parlées ni écrites, au moyen ou en fonction des données, mais par des nombres, où il ne restera aucune trace des opérations par lesquelles ces nombres auront été fournis.

C'est bien là, il me semble, du progrès à rebours.

FIN DE LA PREMIÈRE PARTIE.



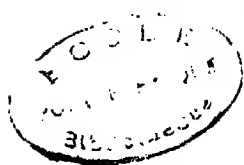


## TABLE ALPHABÉTIQUE.

~~~~~

	Pages.		Pages.
Anaxagore.....	22	Eudème (de Rhodes).....	36
Anaximandre.....	16	Eudoxe (de Cnide).....	36
Anaximènes.....	17	Eusèbe (de Césarée).....	260
Apollonius (de Perga).....	134	Galien.....	258
Aratus.....	41	Geminus.....	219
Archimède.....	81	Hélicon (de Cyzique).....	29
Archytas (de Tarente).....	27	Héliodore (de Larisse).....	50
Aristarque (de Samos).....	68	Héron l'Ancien.....	177
Aristote.....	32	Hicéas (de Syracuse).....	21
Autolycus.....	49	Hipparque.....	209
Bion (d'Abdère).....	59	Hippocrate (de Chios).....	25
Calippe.....	39	Hippocrate (de Cos).....	24
Cléomède.....	221	Manlius.....	294
Cléostrate.....	26	Méneclime.....	38
Conon (de Samos).....	41	Ménélaüs.....	286
Ctésibius.....	177	Méthon.....	28
Dinostrate.....	35	Nicomaque.....	230
Dionysidore.....	224	Nicomède.....	218
Dioscoride.....	243	Oenopides (de Chios).....	22
Ephantus.....	22	Parménide (d'Élée).....	21
Ératosthène.....	77	Persée (de Cirtium).....	59
Euclide.....	42	Philolaüs.....	26
Euctémon.....	23	Philon (de Byzance).....	199

	Pages.		Pages.
Platon.....	28	Thalès.....	15
Pline.....	227	Théodose.....	220
Possidonius.....	217	Théon (d'Alexandrie).....	261
Ptolémée.....	245	Théon (de Smyrne).....	251
Pythagore.....	17	Théophraste.....	37
Pythéas.....	40	Timocharis.....	42
Sérénus.....	225	Vitruve.....	219
Sexus Empiricus.....	250	Zénodore.....	26
Sosigène.....	222	Zénodore.....	261

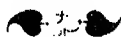


HISTOIRE
DES
SCIENCES
MATHÉMATIQUES
ET PHYSIQUES.

PRÉSENTÉE PAR
LE COMITÉ DE RÉDACTION
DES EXAMENS POUR L'ADMISSION À L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE

TOME II.

DE DIOPHANTE À VIÈTE.



PARIS,

DE LA LIBRAIRIE DES SCIENCES, 57,

1885



TABLE DES MATIÈRES.

	Pages
<i>Quatrième Période.</i>	
De DIOPHANTE, né en 262 — à GÖPERST, né en 1478.	9



Cinquième Période.

De GÖPERST, né en 1478. — à VIECH, né en 1540.	103
--	-----



QUATRIEME PERIODE.



*De DIOPHANTE, né en 325.
à COPERNIC, né en 1473.*

Noms des savants de cette Période.

	N. n.	M. n.
DIOPHANTE	325	409
PAPPUS	340	
JULES D'AFRIQUAIN.....		
HYPATHIA	370	410
PROCLUS	412	485
VICTORIUS d'Aquitaine.....	430	
CAPPELLA	450	
BOECK	470	
ANTHÉMIUS		534
ARYABHATA	475	550
EUTOCHIUS d'Ascalon	541	
DIOPHÈS	550	
DIONYSIDORE	600	
BRAHMA GUPTA	598	
BEDE	670	730
HÉMOULDE	680	
HÉRON le jeune	690	
ALCUM	735	804
GEHR Abou inoussah Diatar al solî	780	840
ABDALLA AL-MAMOEN	790	
MOHAMMED BEN MUSA AL-KHARIZMI	790	
MUSA (Ben Schaker)	800	
MOHAMMED BEN MUSA (Ben Schaker)	825	870
AIMED BEN MUSA (Ben Schaker)	826	
HAÇAN BEN MUSA (Ben Schaker)	827	
THEBIT BEN CORRAH	835	900
KHUSÈS	840	925
ALBATÉGNI	850	909
ALFRAGAN	930	
ABOUL WÉFA	940	
MOHAMMED BEN YAHYA	949	998

MARCUS GRÆCUS.....		
GERRERT (Sylvestre H).....	949	1063
EPS JOENIS.....	950	1068
ALPÉTRAGE.....	966	
VAIDIAN.....	969	
ALHAZEN (Hassan-ben-Hathem).....	980	1038
ALFARABIUS.....		
AVICENNE.....	980	1037
AL-KARKHI.....		
GEBER BEN AMIL.....	1040	
ABRAHAM ABEN EZRA.....	1043	1067
BUASKARA.....	1114	
GÉRARD de Crémone.....	1114	1187
JEAN DE SÉVILLE (Joannes Hispalensis).....	1150	
LÉONARD de Pise.....	1175	
VINCENT DE BEUVAIS.....	1189	1265
SACROSOLLO (Jean de Hollywood).....	1200	
ABOU-L-HASSAN-ALI (de Maroc).....	1200	
ALBERT LE GRAND.....	1205	1280
ROGER BACON.....	1214	1264
NASSIR-ED-DIN.....	1225	1274
CAMPANUS.....		
SAINT THOMAS-d'AQUIN.....	1225	1274
ALFONSE, roi de Castille.....	1226	1284
GÉRARD de Sabienetta.....		
JORDANUS.....		
JORDAN NEMORARIUS.....		
ARNAUD DE VILLENEUVI.....	1235	1313
RAYMOND-LULLE.....	1235	1315
DON PRODIGAT.....	1245	1314
IBN AL-BANNA.....	1252	
VITELLON.....		
JEAN LE MURIS.....	1280	
PLANTIN.....	1290	
BARLAAM.....	1320	
ARGYRUS.....	1320	
ULFON-BRIGH.....	1362	1450
GUY DE CHAMPIAG.....	1365	1466
TOSCANELLI.....	1367	1482
GUTENBERG.....	1400	1468
PURBACH.....	1423	1461
VALLA.....	1430	500
WALTHER.....	1430	1504

	N. 20	M. 20
JEAN DE VALENTIN.....		
CHRISTOPHE COLOMB.....	1435	1505
REMONDANT S.....	1436	1476
MARDOCHÉE CONTIN.....		
SCHONER.....		
JOH. LE SEIZOCH.....		
LUCA de Burgo (Paccioli).....	1440	1515
NICOLAS CHUQUET.....	1445	
R. PLEY.....	1450	1490
KALUB EFFENDI BOUD.....	1450	1500
LÉONARD DE VINCI.....	1454	1519
LIEFYRE d'Étaples.....	1455	1555
WERNER.....	1468	1528
STEFFLER.....	1472	1536



QUATRIÈME PÉRIODE.

L'Algèbre des géomètres du Moyen-âge et de la Renaissance.

Nous avons montré ce qu'eût pu être l'Algèbre qui est en puissance dans les ouvrages des géomètres grecs : nous allons tâcher d'expliquer pourquoi la marche suivie par eux n'a pas été reprise chez les Arabes et dans le moyen âge ; pourquoi ce qui était un commencement de science n'est pas devenu une doctrine complète, au lieu de disparaître entièrement ; enfin, comment s'est constituée l'Algèbre, lors de ses premiers développements.

Pendant que les géomètres grecs travaillaient incidemment à construire la véritable Algèbre, instrument indispensable dans toutes leurs recherches et au perfectionnement duquel ils eussent dû toujours présider, un nouvel ordre d'études naissait et se développait rapidement ; quelques propriétés des nombres avaient donné l'éveil, et la foule des esprits médiocres se dirigeait vers un point où les découvertes devaient être plus faciles.

Les géomètres grecs, séduits par la beauté et l'utilité réelle de leurs études, eurent d'ailleurs le tort grave de chercher incessamment à découvrir à l'aide des moyens qu'ils possédaient, sans prendre le temps de perfectionner ces moyens. Sans doute, il est admirable de voir Archimède, au moyen d'un instrument logarithmique aussi imparfait que la simple connaissance des transformations que peut subir une proportion, aborder les plus hautes questions géométriques et déjà poser les bases de l'analyse infinitésimale; mais si ce grand homme avait pu consacrer quelque temps aux théories algébriques, s'il avait seulement conçu l'Algèbre comme une Science à part, il nous eût épargné une reculade de quinze siècles. Il n'eût eu d'ailleurs que bien peu d'efforts à faire pour vaincre les calculateurs sur leur propre terrain.

Sans contredit, les premières notions arithmétiques durent prendre naissance avant les recherches géométriques; mais il ne résulte aucunement de cette antériorité nécessaire une dépendance quelconque entre les conceptions élémentaires de l'Algèbre et celles de l'Arithmétique. Outre que les travaux des géomètres grecs fournissent de la manière la plus palpable la preuve de l'indépendance des deux genres de spéculations, il est évident, d'ailleurs, que les questions qui y ont conduit sont de nature entièrement différente.

Les recherches arithmétiques, nées de la nécessité de régler équitablement les conditions des contrats civils, se bornèrent d'abord à des questions de nombres entiers; car, de quelque nature que fussent les choses à compter, l'unité se trouvait toujours immédiatement indiquée par la question, et, quelle qu'elle fût, elle était toujours indécomposable. Or, il n'est pas difficile de sentir quelle distance il a fallu franchir pour passer des pre-

mières spéculations arithmétiques, essentiellement relatives à la détermination du nombre dans une collection d'objets indécomposables, à des recherches analogues sur les mesures de grandeurs capables de croître ou décroître d'une manière continue. Dans le premier cas, en effet, le nombre est apparent, visible; il serait impossible de ne pas le considérer comme une chose principale; tandis que, dans le second, il n'existera que par suite d'une opération préliminaire, et cette opération sera d'abord nécessairement jugée inutile, car les lois cherchées devant comprendre seulement ce qui est donné et ce qui est inconnu, il sera impossible qu'on regarde comme opportune, avant tout examen préalable, l'introduction d'une autre grandeur auxiliaire, entièrement oisive, ou, du moins, n'ayant à jouer qu'un simple rôle de présence.

D'ailleurs, l'impossibilité de représenter la plupart des grandeurs par des nombres, à l'aide d'une même unité, n'aurait-elle pas dû tout d'abord faire renoncer à cette entreprise, si on en avait eu l'idée ?

Ainsi, quoique évidemment les anciens aient eu nécessairement l'habitude de représenter par des nombres les longueurs, surfaces, volumes, temps, etc., puisque, autrement, ils n'eussent pu les désigner, il est cependant facile de comprendre que les géomètres n'aient pas dû supposer représentées en nombres les grandeurs sur lesquelles ils spéculaient.

L'addition et la soustraction des nombres entiers touchent sans doute de bien près à l'addition et à la soustraction des grandeurs, employées dès les premiers pas en Géométrie. La multiplication des nombres entiers, ou plutôt la répétition d'un même nombre entier, pour nous, ne diffère que bien peu, non plus, de la recherche d'une quatrième proportionnelle à trois grandeurs

données, et l'on pourrait en dire autant de la division, quand le reste en est nul; mais il est clair que ces opérations arithmétiques, comparées à la construction graphique correspondante, se rattachent à des modifications bien plus particulières. De même, l'extraction de la racine carrée d'un nombre entier carré paraît fournir bien la mesure d'une moyenne proportionnelle entre les deux grandeurs représentées par ce nombre et par l'unité; mais on discutait encore au moyen âge pour savoir si un nombre non carré a une racine, tant on était loin d'identifier les deux opérations arithmétique et géométrique.

La convergence entre les travaux des géomètres et ceux des arithméticiens, jusque-là étrangers les uns aux autres, ne commence véritablement à être présumable qu'à partir de Diophante; l'établissement de l'identité des deux buts est dû aux efforts des géomètres de la Renaissance, précédés en cela par les Hindous et les Arabes. Toutefois, chez eux, l'unité n'est pas encore cette grandeur indéterminée dont l'intervention ne sert qu'à rendre hypothétiquement exprimables en nombres toutes les grandeurs qui doivent entrer dans une même recherche; leurs unités sont généralement définies, par exemple dans toutes les questions de Trigonométrie, et ils ne s'en servent alors que pour représenter effectivement les grandeurs par des nombres qu'ils expriment; et lorsqu'ils résolvent arithmétiquement (on ne peut vraiment pas dire algébriquement) des problèmes de Géométrie, si l'unité reste bien véritablement arbitraire, ce sont les données qui sont numériques, en sorte que, si la méthode de solution pourrait être étendue à d'autres cas, du moins la solution obtenue ne convient qu'aux figures semblables à celle qui a été considérée.

Ce n'est qu'à partir de Descartes que l'unité abstraite, indéfinie.

a été conçue nettement et que le calcul algébrique a reçu par suite sa constitution actuelle : encore même faut-il noter que Descartes ne se servait guère de l'unité que pour ramener au premier degré, les termes des équations qu'il écrivait, par la présence supposée de cette unité, à une puissance convenable, aux dénominateurs de ces différents termes.

Quant au calcul algébrique, s'il ne prend pas encore naissance dans cette période, il ne faut pas s'en étonner. En effet, les données étant toujours numériques, les calculs se font à mesure et de proche en proche, de façon que tous les résultats intermédiaires restent toujours numériques. Il n'y aurait que les expressions contenant l'inconnue qui pussent donner lieu à des calculs algébriques, mais cela arrive bien rarement, et, quand cela arrive, au lieu de se donner la peine d'établir les principes abstraits du calcul, on recourt à la Géométrie.

Ainsi nous verrons même Cardan établir la formule du cube d'un binôme en décomposant le cube construit sur la somme de deux lignes.

Durant toute cette période, l'Algèbre ne consiste que dans les procédés de résolution des équations numériques. Pour tout le reste, l'Algèbre reste tributaire de la Géométrie.

Au reste, Diophante et ses successeurs, qui ont cependant une idée évidemment nette de l'élimination d'une inconnue entre deux équations, ne la font jamais directement, parce qu'il faudrait alors effectuer un petit calcul algébrique, qui ne pourrait être expliqué que par des considérations indirectes de Géométrie. Ils ne l'effectuent qu'après avoir préparé la question de façon que l'inconnue à éliminer s'exprime en raison donnée par rapport à l'inconnue restante, jamais par la substitution d'un binôme seu-

lement; ou, plutôt, ils la font mentalement, en choisissant, d'après les conditions de la question, une inconnue auxiliaire au moyen de laquelle toutes les inconnues indiquées dans l'énoncé s'expriment aisément. Au reste, c'est dans ce choix que Diophante se montre vraiment supérieur, car il y met une habileté rare; mais aussi c'est là le défaut de son Algèbre, parce que, l'habileté ne s'enseignant pas, la plupart de ses lecteurs ne pourraient, malgré son exemple, réussir à se tirer des difficultés où il se joue.

Enfin il convient encore de remarquer que, soit que l'on voulût, à cette époque, tirer des théorèmes d'Euclide des propositions d'Algèbre, soit qu'on voulût résoudre par l'Algèbre des problèmes de Géométrie, on avait toujours soin de prendre des données représentées en nombres entiers, afin que la méthode que nous avons vue employée par Ptolémée fût applicable; c'est-à-dire afin que les figures d'Euclide fournissent exactement les relations numériques cherchées, s'il s'agissait d'établir une proposition d'Algèbre, ou que ces mêmes théorèmes fournissent des relations exactes entre les mesures des parties de la figure, s'il s'agissait de trouver la valeur numérique du résultat d'une construction.

Le plus souvent même on s'arrangeait, dans le choix des données des problèmes de Géométrie, de façon que les inconnues eussent aussi des valeurs commensurables. C'est du reste ce que faisait toujours Diophante dans les questions d'Arithmétique abstraite qu'il se proposait.



L'Algèbre des Hindous.

Ce que nous venons de dire se rapporte particulièrement aux travaux des Arabes, des Juifs espagnols et enfin des Italiens. Léonard de Pise, Lucas de Burgos, Tartaglia et Cardan, qui, quoique ayant directement ou indirectement bénéficié des recherches des Hindous, n'en sont pas moins restés les disciples immédiats des Grecs. Euclide, Archimède, Apollonius et Ptolémée.

L'évolution scientifique dans l'Inde fut pour ainsi dire le contre-pied de ce qu'elle a été en Grèce. Les Hindous s'occupèrent peu de Géométrie, où d'ailleurs ils trouvèrent en assez grand nombre des théorèmes faux; et s'appliquèrent avec continuité et succès aux spéculations abstraites sur les nombres, spéculations qui les conduisirent à des résultats remarquables.

En Géométrie, ils vont, comme nous, droit à la mesure des grandeurs : surfaces de carrés, de rectangles ou de triangles, surface du cercle (que Brahma-gupta fait égale à $R^2 \sqrt{10}$), surface de la sphère, volumes des parallélépipèdes et volume de la pyramide (qu'Aryabhata fait égal à la moitié du produit de la base par la hauteur), enfin volume de la sphère que le même Aryabhata fait égal au produit de la surface d'un grand cercle par la racine carrée de cette surface.

En Arithmétique, ils parviennent directement aux notions du produit et du quotient, de la racine carrée et de la racine cubique, sans mélange apparent d'idées de quatrième proportionnelle, de moyenne proportionnelle, ou d'insertion de deux moyennes proportionnelles entre deux longueurs.

Il paraît même que les incommensurables ne les étonnent ni ne les effrayent, si bien qu'en Algèbre ils en viennent aisément à laisser les données quelconques et à les représenter par les initiales des mots qui en définissent la nature.

Ils somment les progressions arithmétiques, résolvent complètement l'équation du second degré, enfin obtiennent toutes les solutions entières de certaines équations du premier et du second degré à deux inconnues.

En Trigonométrie, ils se servent tout d'abord des sinus, sans passer par les cordes.

Les ouvrages des Hindous qui nous sont parvenus ne contiennent, pour l'Arithmétique, que des règles de calcul; pour la Géométrie, que des énoncés de théorèmes; et, pour l'Algèbre, que des résultats. Il serait donc bien difficile de savoir quelle marche ils suivirent pour parvenir à chacune de leurs découvertes.

On ne sait, par exemple, pas d'une façon certaine comment ils sont parvenus à la formule de résolution de l'équation générale du second degré.

Ils étaient médiocrement géomètres, et, d'un autre côté, tout porte à croire qu'ils n'ont pas connu les *Éléments d'Euclide*. On s'explique donc qu'ils n'aient pas eu l'idée de tirer cette formule de la construction qui fournit les deux côtés d'un rectangle dont on donne le demi-périmètre et la surface, en supposant, ce que nous admettons, qu'ils eussent su éliminer l'une des inconnues entre les deux équations

$$x + y = p$$

et

$$xy = q.$$

Ils auraient pu parvenir à cette formule soit en faisant disparaître le second terme de l'équation, comme l'a fait Viète, soit en rendant carré parfait le premier membre de l'équation, comme nous le faisons.

M. Léon Rodet, dans son *Algèbre d'Al-Khûrizmi*, démontre assez clairement pour qu'on puisse admettre le fait, que Bhâskara et, probablement Brahmagupta résolvait l'équation du second degré en en rendant le premier membre carré parfait.

Cependant je suis encore tenté d'admettre que la démonstration indienne fut d'abord celle que nous a transmise Mohammed ben Musa Al-Khârizmi et qui a été reproduite ensuite, avec des variantes presque insignifiantes, par Léonard de Pise et par Cardan.

Non seulement il me semble que la singularité de cette démonstration s'harmonise parfaitement avec la bizarrerie de la manière générale d'être et de penser des Hindous, mais on ne s'expliquerait pas, si la démonstration n'avait pas eu, du temps de Mohammed, un droit acquis de cité en Algèbre, comment les Arabes, qui d'une part connaissaient Euclide et qui, de l'autre, savaient parfaitement effectuer le produit de deux binômes, auraient, et d'une façon si défectueuse, appliqué des considérations géométriques à une question dont la Géométrie avait fourni depuis si longtemps la solution directe et immédiate.

Cela était permis aux Hindous; ce serait d'autant plus excusable de la part des Arabes et des Italiens, s'ils n'avaient pas été retenus par le respect pour une tradition, qu'ils pouvaient plus aisément résoudre la question par une de nos méthodes abstraites, sans intervention d'aucune considération géométrique, ou au moins prendre la formule de résolution dans Diophante, en fai-

sant directement l'élimination de l'une des inconnues entre les équations

$$x + y = p$$

et

$$xy = q$$

de manière à tomber sur l'équation du second degré complète.

Après avoir tiré des équations précédentes

$$x = p - y$$

c'est-à-dire

$$x^2 = px - q,$$

ou

$$x^2 - px + q = 0,$$

suivant leur manie de n'inscrire jamais un terme que dans le membre de l'équation où il serait additif (ce qui a pu les empêcher de trouver la bonne méthode de solution), ils n'auraient eu qu'à remarquer que Diophante avait trouvé la formule de l'inconnue en résolvant autrement les deux équations proposées. Ce simple rapprochement suffisait à la rigueur et aurait bien mieux valu que l'amphigouri géométrique qui a servi de démonstration jusqu'à Viète.

M. Léon Rodet attribue à cette démonstration géométrique une origine grecque; mais je ne vois pas à quel Grec en faire remonter l'invention.



Invention des formules des mesures des surfaces et volumes.

Non seulement il n'y a aucunement lieu de douter que les géomètres grecs aient parfaitement su évaluer en nombres l'aire d'une surface polygonale, ou le volume d'un polyèdre, dont les dimensions linéaires leur auraient été fournies en nombres, mais il est même infiniment probable que l'art d'obtenir ces mesures avait de beaucoup précédé leurs spéculations théoriques.

Il n'y a pas d'inventeurs à citer pour des propositions telles que : un rectangle qui a deux stades de base et trois de hauteur, contient six carrés ayant un stade de côté; un parallélépipède rectangle dont les côtés ont deux, trois et quatre stades, contient vingt-quatre cubes ayant un stade de côté.

Il n'y en a pas d'avantage pour celles qui concernent les évaluations de l'aire d'un triangle ou du volume d'une pyramide, dont la base et la hauteur sont données en nombres exacts et entiers, au moins dès que la théorie a permis de constater qu'un triangle est la moitié du rectangle de même base et de même hauteur, et qu'une pyramide est le tiers du parallélépipède rectangle de base équivalente et de même hauteur, etc.

Mais il y a loin des règles pratiques d'évaluation, dans les cas simples qu'on vient de supposer, aux formules théoriques des mesures. Les deux conceptions sont si éloignées l'une de l'autre, que les besoins des praticiens et ceux des théoriciens à cet égard, étaient presque contraires, et que, d'ailleurs, les praticiens savaient parfaitement à l'avance ce qu'ils voulaient, tandis que les théoriciens non seulement n'ont rien préparé, mais n'ont même que

bien péniblement entrevu les avantages qu'ils allaient obtenir en se plaçant au nouveau point de vue.

Ce que les praticiens cherchaient, c'étaient des évaluations aisément perceptibles, et, de même que pour rendre saisissable l'expression en nombres d'une distance, on l'a naturellement évaluée d'abord en stades, puis l'excédent en pas, le nouvel excédent en palmes, le troisième en doigts, etc. ; de même on a évalué l'aire d'un champ rectangulaire en stades carrés, en stades-pas et en pas carrés ; en stades-palmes, en pas-palmes et en palmes carrées ; en stades-doigts, pas-doigts, palmes-doigts et doigts carrés, etc.

Or ce n'était pas du tout ce qui pouvait convenir aux géomètres : pour que les formules des mesures des surfaces et volumes leur fussent utiles, c'est-à-dire pour qu'elles leur facilitassent l'établissement des relations entre les éléments des figures, au moyen des équations des mesures distinctes, quant à la forme, des surfaces ou des volumes équivalents, il fallait que ces formules ne dépendissent que d'une seule unité : c'est-à-dire il fallait que les unités de surface et de volume fussent reliées à l'unité de longueur, et que celle-ci fût unique.

Mais les géomètres ne se firent pas sciemment cette méthode : ils ne devinèrent pas à l'avance que l'emploi des formules des mesures des surfaces et volumes pourrait faciliter leurs recherches théoriques : au contraire, ce n'est que peu à peu et à la suite d'expériences longtemps répétées, sur une multitude d'exemples, qu'ils s'élevèrent à la conception nette de la méthode dont nous parlons.

Si nous en jugeons autrement, ce ne peut être que par suite des habitudes d'esprit que nous tenons de notre éducation ; mais, pour peu qu'on y réfléchisse, on verra combien il était difficile

d'apercevoir à l'avance le but à atteindre, qui était de faciliter la découverte des relations entre les éléments linéaires des figures.

Ce qu'il y a de certain, c'est que les géomètres grecs, malgré la grande intelligence dont ils ont donné tant de preuves, ne s'en doutèrent même pas.

Il ne faudrait pas aujourd'hui à un enfant une bien grande finesse pour dire : en prenant une unité de longueur suffisamment petite, on obtiendra, avec une approximation aussi grande qu'on le voudra, les mesures de toutes les surfaces et de tous les volumes, pourvu qu'on sache tout ce qui concerne ces surfaces et volumes, considérés en eux-mêmes.

Mais cette idée ne résout pas encore complètement la question : il y a encore une grande distance de la formule pratique de l'aire d'un rectangle, exprimée en carrés d'un très petit côté, à la formule théorique

$$S = bh,$$

où b et h désignent les mesures *indéfiniment approchées* de la base et de la hauteur du rectangle.

Ce dernier pas ne pouvait être franchi que par un peuple en possession d'un système de numération assez parfait pour suggérer le sentiment de la possibilité d'exprimer exactement le rapport de deux grandeurs incommensurables, malgré l'inaccessibilité réelle de cette exactitude.

Or les Grecs étaient bien loin de posséder un système de numération capable de leur inspirer une pareille idée.

Les Hindous seuls ont eu anciennement un pareil système de numération, mais aussi l'invention de leur système de numération les a-t-elle naturellement conduits à celle des formules des mesures.

Ces deux inventions, inséparables l'une de l'autre, ont apparu en même temps et ont excité la même admiration chez les mêmes esprits. au moyen âge, où l'on voit tous les traités d'Arithmétique contenir la théorie géométrique des mesures des surfaces et des volumes et tous les traités de Géométrie contenir, de même, l'exposition du système décimal de numération, dans les chapitres relatifs aux mesures des surfaces et des volumes. Il y a même des ouvrages qui ne contiennent que l'une et l'autre théorie; tel est le suivant : *Liber in quo terrarum corporumque continentur mensurationes Ababuchri qui dicebatur Heus, translatus a magistro Girardo Cremonensi de arabico in latinum, in Toletis, abbreviatus*. Abrégé du livre d'Ababuchri, dit Heus, contenant les mesures des surfaces et volumes, traduit de l'arabe en latin par Gérard de Crémone; dont la Bibliothèque nationale possède plusieurs copies.

Je le répète, les deux inventions ne doivent pas être plus séparées dans l'histoire des idées qu'elles ne l'ont été dans l'histoire des faits.



Progrès de la Géométrie.

Ils sont presque entièrement dus à Pappus et se résument essentiellement dans le théorème relatif aux surfaces et volumes de révolution et dans quelques théorèmes qui ont depuis formé la base de la théorie des transversales.

La *Géodésie* de Héron le Jeune forme un ouvrage à part; elle prélude à la réforme que subiront toutes les formules de Géométrie, par suite du changement de point de vue, qui doit

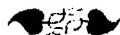
nire prévaloir la recherche de mesures directes des longueurs, surfaces et volumes comparés à des unités fixes, reliées entre elles, à la recherche plus indéterminée et, par suite, plus vague, des raisons entre grandeurs analogues, le terme de comparaison variant chaque fois avec la grandeur nouvelle à étudier.



Progres de l'Arithmétique.

Les Hindous imaginent le système de numération moderne. Avicenne donne la règle de la divisibilité d'un nombre par q et l'applique à la preuve de la multiplication.

Les Hindous somment les progressions par différence, et les suites des carrés et des cubes des nombres entiers, de 1 à n .



Progres de l'Algebre.

Les règles du calcul algébrique applicables aux quantités composées ne vont guère au delà de ce que fournit l'application des théorèmes de Géométrie relatifs aux surfaces de rectangles ou de carrés dont les côtés sont composés.

Mais l'Algèbre s'enrichit des méthodes de résolution des équations du premier et du second degré.



Progrès de la Mécanique.

La théorie du levier, d'Archimède, est étendue au treuil et aux moulins; en même temps les machines se perfectionnent.



Progrès de l'Astronomie.

Ils se réduisent essentiellement au perfectionnement des instruments d'observation, à la construction de tables trigonométriques plus complètes et plus approchées, enfin à des corrections peu importantes dans les valeurs des données astronomiques.

Cependant Albatégnius constate le mouvement de la ligne des apsides de l'orbite solaire.



Progrès de la Physique.

La force élastique des gaz comprimés commence à être connue, et les réfractions de la lumière sont mesurées plus exactement qu'elles ne l'avaient été par Ptolémée.



Progrès de la Chimie.

Géber décrit l'acide nitrique, l'eau régale, le sel alcali, le sel ammoniac, la pierre infernale, le sublimé corrosif et le précipité

De Diophante à Copernic.

per se; il avait sans doute découvert une partie de ces corps. Déjà il regardait les gaz comme matériels.

Arnaud de Villeneuve découvre, selon toute apparence, l'esprit-de-vin, l'huile de térébenthine et l'acide sulfurique.

Ripley découvre l'esprit pyroacétique.



Progres de la Géodésie et de la Géographie.

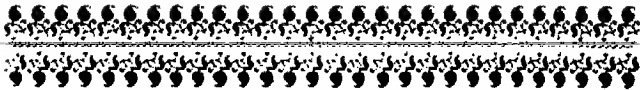
Christophe Colomb découvre l'Amérique.



Progres de l'Industrie et des Arts.

Gutenberg invente l'imprimerie.





BIOGRAPHIE

SAVANTS DE LA QUATRIÈME PÉRIODE

ANALYSE DE LEURS TRAVAUX.

DIOPHANTE.

Né en 120, mort en 180.

Il vécut 84 ans, comme nous l'apprend son épitaphe en forme d'énoncé d'un problème arithmétique. « Diophante passa un sixième du temps qu'il vécut dans l'enfance; un douzième dans l'adolescence; ensuite il se maria, et demeura dans cette union un septième de sa vie avant d'avoir un fils, auquel il survécut de quatre ans et qui n'atteignit que la moitié de l'âge auquel son père est parvenu. La solution du problème donne quatre-vingt-quatre ans, et c'est, du reste, tout ce qu'on sait sur la personne de Diophante.

Il avait laissé douze livres d'Arithmétique, dont les six premiers seulement sont parvenus jusqu'à nous, et un autre sur les *Nombres multangulaires*.

Son grand ouvrage roule principalement sur des questions indéterminées, dont il s'agit de trouver toutes les solutions

rationnelles. On y trouve aussi des problèmes déterminés du premier et du second degré.

Les ouvrages de Diophante ont formé le sujet des méditations, non seulement des Grecs, ses contemporains, mais des Arabes et, plus tard, des géomètres italiens, français et allemands de la Renaissance. Viète même, dans son œuvre capitale, se borne presque à reproduire ses propositions une à une, en substituant, il est vrai, des questions de Géométrie à résoudre par l'Algèbre, aux problèmes abstraits de son modèle.

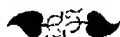
Les six livres qui nous restent de l'Algèbre arithmétique de Diophante sont les premiers, et comme les difficultés y croissent graduellement, il est probable que les six derniers nous donneraient de l'auteur une plus haute idée encore.

L'ouvrage de Diophante a été commenté au v^e siècle par le célèbre Hypathia; mais il ne nous reste rien de ce commentaire.

Le manuscrit des *Arithmétiques* fut découvert en 1570, par Regiomontanus, dans la bibliothèque du Vatican. Il fut publié pour la première fois par Xylander, l'achet en donna une meilleure édition (1621), qui fut améliorée encore par Fermat, fils du célèbre mathématicien, et enrichie de précieuses notes de son père (Toulouse, 1670). Simon Stevin et Albert Girard en ont donné une traduction française (Paris, 1625). Cette traduction, très libre, est reproduite dans l'édition des œuvres de Stevin, qu'avait préparée Albert Girard et que les Elzeviers publièrent, Leyde en 1684.

Le terme *diophantique* a été appliqué par quelques mathématiciens modernes, comme Gauss et Legendre, à une espèce particulière d'analyse employée dans les recherches relatives à la théorie des nombres.

Nous commencerons par une analyse rapide des deux ouvrages de Diophante. La traduction latine que nous avons sous les yeux est celle de Bachet de Méziriac.



CHAPITRE DES ARITHMÉTIQUES.

La lettre d'envoi de ce livre à un certain Denis ne contient rien d'intéressant, si ce n'est que Diophante dit, en passant, que la matière qu'il traite est neuve, ce qui sera évident d'après l'analyse que nous avons donnée de l'Arithmétique de Théon.

Définition I.

Tous les nombres étant formés de la réunion d'unités, ils peuvent croître indéfiniment. Parmi ces nombres, les uns sont carrés: les nombres qui, multipliés par eux-mêmes, les reproduisent, sont leurs *côtés*: les *cubes* sont formés de la multiplication des carrés par leurs côtés: les *quadrato-quadrati* sont les carrés des carrés; les *quadrato-cubi* sont les produits des carrés par les cubes de mêmes côtés; enfin les *cubo-cubi* sont les carrés des cubes (Diophante ne va pas au delà).

Définition II.

Un carré s'appelle *puissance* $\beta\alpha\chi\mu\alpha$, et il se note par le signe $\square$; le signe du cube est χ ; celui du quadrato-quadratus $\beta\beta$; celui du quadrato-cubus $\chi\beta$; et celui du cubo-cubus $\chi\chi$. Les nombres inconnus dans lesquels aucune des

qualités précédentes ne sont constatées s'appellent simplement *nombre*. L'unité est représentée par α .

Ces abréviations sont faciles à saisir : α signifie $\alpha\alpha\alpha\alpha$; α^2 signifie $\alpha\alpha\alpha$; cube et α^3 signifie $\alpha\alpha\alpha$; monade, unité.

Bachet de Méziriac fait sur cette définition la remarque que le mot *dynamis* vient d'une locution employée par Euclide, qui appelle souvent le carré d'une ligne *ce que pent cette ligne*; c'est ce que j'avais remarqué dans Apollonius. D'après M. Léon Rodet, la même expression était usitée dans l'Inde à la même époque.

Au lieu des signes proposés par Diophante, nous emploierons, à l'exemple de Bachet, les lettres N, Q, C, ... pour désigner le nombre, son carré, son cube, etc. Cette notation avait déjà été adoptée par Viète.

Définition III.

Il y est question des fractions ayant pour dénominateur le nombre, son carré, ou son cube, etc.

Diophante dit que les dénominations des nombres inconnus qualifiés, serviront à former les dénominations de ce que nous appellerions leurs inverses : $\frac{1}{N}$ s'appellera une *nombrième*.

$\frac{1}{Q}$ s'appellera un *quadratième*, etc.

Définition IV.

C'est une paraphrase de la définition II. Diophante y donne la règle pour trouver la dénomination comme puissance de



produit de deux quantités dénommées elles-mêmes puissances de l'inconnue. En d'autres termes, il s'agit de la règle des exposants, relative à la multiplication.

Définition V.

Un nombre quelconque multiplié par sa *fraction homonyme* son inverse fournit l'unité.

Par exemple :

$$N \times \frac{1}{N} = 1, \quad Q \times \frac{1}{Q} = 1, \quad C \times \frac{1}{C} = 1.$$

Définition VI.

Comme l'unité est non composée, toute chose multipliée par l'unité garde son espèce. Ainsi

$$N \times 2 = 2N; \quad Q \times 3 = 3Q; \quad C \times 4 = 4C.$$

Définition VII.

Mais les fractions dénommées, multipliées entre elles, forment des fractions autrement dénommées.

Ainsi deux fractions homonymes au nombre l'inconnue, multipliées entre elles, forment une fraction homonyme au carré.

$$\frac{1}{N} \times \frac{1}{N} = \frac{1}{Q},$$

littéralement : un *nombrième* par un *nombrième* forme un *quadratième*; une fraction homonyme au carré, multipliée par une

fraction homonyme au nombre, forme une fraction homonyme au cube,

$$\frac{1}{Q} \cdot \frac{1}{N} = \frac{1}{C},$$

etc.

Définition VIII.

De même, une fraction ayant pour dénominateur le côté ou le nombre, multipliée par le carré, forme le nombre, ou le côté :

$$\frac{1}{N} \cdot Q = N;$$

une fraction ayant pour dénominateur le nombre, multipliée par le cube, donne le carré :

$$\frac{1}{N} \cdot C = Q;$$

une fraction ayant pour dénominateur le carré, multipliée par le nombre, produit une fraction ayant pour dénominateur le nombre :

$$\frac{1}{Q} \cdot N = \frac{1}{N};$$

multipliée par le cube, elle produit le nombre :

$$\frac{1}{Q} \cdot C = N.$$

Ces dernières définitions forment, comme on voit, l'équivalent de nos conventions relatives aux exposants.

Définition IX.

La multiplication de deux quantités défilantes produit une quantité abondante; et la multiplication d'une quantité

détaillante par une quantité abondante produit une quantité détaillante.

Au reste, le signe d'une quantité détaillante est le *psi* ψ écourté et renversé, γ .

Il est à remarquer que Diophante se sert souvent du signe γ pour indiquer une soustraction et n'en a pas pour noter l'addition.

Il écrit à côté les unes des autres les quantités à ajouter sans les séparer par aucun signe. Ainsi il écrira

$$C. 3 \quad Q. 4 \quad N. 2 \quad M. 7.$$

ou l'équivalent, c'est-à-dire

$$\text{Cubes } 3, \text{ Carrés } 4, \text{ Nombres } 2, \text{ Unités } 7.$$

pour signifier

$$3 \text{ fois le cube } + 4 \text{ fois le carré } + 2 \text{ fois le nombre } + 7 \text{ unités}$$

Quant au principe même énoncé dans la définition, Diophante n'a jamais l'occasion de l'appliquer, parce qu'il n'effectue jamais d'opérations algébriques : il en donne les résultats, lorsqu'il y a lieu, mais il ne dit jamais comment il y arrive. Au reste, ces opérations se bornent à la formation du carré ou du cube d'une somme composée de deux parties ; il dira, par exemple :

Le carré de $2N$ plus 3 est $4Q$ plus $12N$ plus 9 .

Le carré de $2N \gamma 3$ est $4Q \gamma 12N$ plus 9 .

Le cube de $2N$ plus 3 est $8C$ plus $36Q$ plus $54N$ plus 27 ,
mais sans aucune explication.

Aussi je pense que Bachet de Méziriac aura attribué à son auteur ce qu'il pensait lui-même, ou ce qu'il croyait penser. Car

Diophante, certainement, n'a jamais considéré de quantités négatives isolées, comme Bachet semble le supposer.

Le principe ne peut tout au plus se rapporter qu'aux signes de termes dérivés de termes tous deux soustractifs, ou de termes l'un additif et l'autre soustractif, dans un produit de nombres composés. Mais alors il ne constitue qu'une remarque *a posteriori*, que Diophante n'avait pas même lieu de formuler.

Définition X.

C'est un simple conseil de ne pas confondre les quantités défailantes avec les quantités abondantes. Il faut ajouter entre elles les quantités abondantes, ajouter entre elles aussi les quantités défailantes, et retrancher les quantités défailantes des quantités abondantes, mais en tenant compte des espèces, c'est-à-dire n'opérer que sur les *semblables* : combiner les nombres entre eux ; aussi les carrés ; de même les cubes, etc.

Définition XI.

Si, dans une question à traiter une équation, il se trouve de part et d'autre dans les deux membres des espèces abondantes identiques, en multitudes différentes, il faut retrancher les semblables des semblables, jusqu'à ce qu'il ne reste qu'une seule multitude de chaque espèce.

De même, s'il y a de part et d'autre des espèces identiques, les unes abondantes et les autres défailantes, celles qui sont abondantes d'un même côté doivent être ajoutées, ainsi que celles qui sont défailantes d'un même côté ; ensuite on supprimera des deux côtés celles qui sont à la fois défailantes ou abondantes.

Enfin on s'efforcera de faire en sorte qu'il ne reste qu'une seule multitude d'une seule espèce.

Mais cette dernière observation se rapporte à la méthode Diophante veut dire par là qu'il faut tâcher d'arriver à des égalités où ne se trouve plus que le nombre, ou son carré, ou son cube.

C'est qu'en effet il ne résout pas les équations de la forme

$$aQ - bN = c,$$

mais ramène toujours les questions qu'il se propose aux équations

$$aN = b,$$

$$aQ = b,$$

$$aC = b.$$

Au reste, pour bien comprendre cette définition, il faut se rappeler que le *nombre* c'est l'inconnue, qui peut être mêlée à d'autres espèces, son carré et son cube.

Diophante n'appelle nombres ni les données, ni les coefficients; les coefficients sont des *multitudes* ou des fractions, selon qu'ils sont entiers ou fractionnaires. Quant aux données, ce sont des *multitudes d'unités*.

Question I.

Partager un nombre donné en deux parties qui aient entre elles une différence donnée.

Soient 100 le nombre et 40 la différence.

Que le moindre soit xN , le plus grand sera xN et 40 unités. La somme des deux sera donc $2xN$ et 40 unités, mais elle doit

être 100 unités; donc 100 unités sont égales à $2N$ et 40 unités. Je retranche les semblables des semblables, c'est-à-dire 40 unités de 100 unités, d'une part, et de $2N$ et 40 unités, de l'autre; il reste $2N$ égale 60 unités. Donc l'un des deux nombres est 30 unités et l'autre est 70 unités, et la démonstration est manifeste.

Nous devons à l'obligeance de M. Léon Rodet la traduction littérale de ce passage. Nous la reproduisons pour donner un exemple de la manière de parler et d'écrire de Diophante. U est l'initiale d'unité et remplace M, initiale de *monades*.

« Partager le nombre prescrit en deux nombres de différence donnée.

Soient le nombre 100 et la différence U 40, trouver les nombres. Soit posé le plus petit N 1, le plus grand sera donc N 1 U 40. Donc tous deux ensemble deviennent N 2 U 40; mais on donne U 100. Donc U 100 sont égales à N 2 U 40; alors, des semblables les semblables, je retranche des U 100, U 40, et, de même, des deux nombres et des 40 monades, semblablement, U 40, il reste N 2 égaux à U 60. Donc le nombre deviendra de U 30.

« En revenant aux hypothèses, le plus petit sera de U 30 et le plus grand de U 70, et la démonstration est évidente.

Cette démonstration est suivie d'un tableau qui équivaut au suivant :

Nombre, 100,	Différence, 40.
Plus petit, x ,	Plus grand, $x + 40$,
$2x + 40$	100,
$2x$	60,
x	30,
Plus petit, 30,	Plus grand, 70.

Question II.

Partager un nombre en deux parties qui aient une raison donnée.

Soient 60 la somme donnée et 3 la raison donnée.

Que le moindre des nombres cherchés soit $1N$, le plus grand sera $3N$; mais il faut qu'ensemble ils égalent 60 unités; donc $4N$ égalent 60 unités; par conséquent $1N$ égale 15 unités. Le plus petit nombre est donc 15 et le plus grand est 45.

Question XVII.

Trouver quatre nombres tels qu'ajoutés trois à trois ils produisent quatre nombres donnés. Il faut que le double de chacun des quatre soit moindre que la somme des trois autres.

Soient 20 la somme des trois premiers, 22 la somme des trois derniers, 24 la somme du troisième, du premier et du dernier, enfin 27 la somme des deux premiers et du dernier.

Faisons la somme des quatre nombres cherchés égale à $1N$; si de $1N$ je retranche la somme des trois premiers, c'est-à-dire 20, j'aurai le quatrième, $1N$ moins 20; de même le premier sera $1N$ moins 22, le second $1N$ moins 24 et le troisième $1N$ moins 27. La somme des quatre sera donc $4N$ moins 93; mais elle doit être $1N$, donc $3N$ égale 93 et $1N$ égale 31. Les nombres cherchés sont donc : le premier 9, le second 7, le troisième 4 et le quatrième 11.

La condition de possibilité du problème, que Diophante formule à la suite de l'énoncé, indique bien qu'il en sait plus long qu'il ne veut en avoir l'air.

En effet les équations du problème sont

$$\begin{array}{cccc} x & y & z & a \\ y & z & u & b \\ z & u & x & c \\ u & x & y & d, \end{array}$$

et l'on en tire, par exemple,

$$x = \frac{a + b + c + d}{2} - b,$$

ou

$$x = \frac{a + c + d}{2} - \frac{2b}{2};$$

d'où résulte que $a + c + d$ doit dépasser $2b$. Mais, pour trouver cette condition, il a bien fallu que Diophante fût, mentalement, le calcul sur des données quelconques, littérales, si l'on veut.

Question XXX.

Trouver deux nombres dont la somme et le produit soient des nombres donnés.

Supposons que la somme doive faire 20 et le produit 96. Soit $2N$ la différence des deux nombres; le plus grand sera 10 plus $1N$ et le plus petit 10 moins $1N$; le produit sera donc 100 moins $1Q$, qui doit égaler 96. Par conséquent $1Q$ égale 4, N égale 2, et les nombres sont 12 et 8.

On voit que Diophante évite de former l'équation du second degré dont la résolution fournirait les deux nombres cherchés. J'ai déjà dit que jamais il ne considère une équation entre le nombre, son carré et des unités.

Dans le texte, aussitôt après l'énoncé, Diophante ajoute : *mais il faut que le carré de la moitié de la somme des deux nombres a trouver surpasse leur produit d'un carré.*

C'est qu'en effet la solution qu'il donne conduit d'elle-même à notre formule usuelle : les nombres cherchés sont égaux à la moitié de la somme donnée, plus ou moins la racine carrée de la différence entre le carré de cette demi-somme et le produit donné.

En effet, dans l'exemple,

$$Q = 4,$$

d'où

$$N = \sqrt{4} = 2;$$

mais 4 provient de 100 moins 96 et 100 est le carré de 10 : la formule de Diophante est donc bien

$$x = \frac{2a}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{2a}{2}\right)^2 - pb},$$

et il prouve parfaitement qu'il le sait, quoiqu'il ne le dise pas, car autrement il n'aurait pas pu énoncer la condition qu'il indique.

On peut remarquer que cette condition est à la fois la condition générale de possibilité du problème et la condition de solubilité par des nombres exacts.

Diophante prépare toujours ses questions de façon que les nombres cherchés soient commensurables; il choisit d'abord les nombres qu'il proposera de chercher, et il forme en conséquence les seconds membres des conditions auxquelles ces nombres doivent satisfaire.

Nous remarquerons encore, à propos de ce problème, qu'il serait difficile de supposer que Diophante n'ait pas aperçu l'analogie qu'il présente avec la question de Géométrie qui consiste à partager une ligne donnée en deux parties dont le rectangle soit égal à un carré donné; or, dans cette hypothèse, la figure même lui aurait révélé notre formule de résolution

$$x = \frac{P}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{P}{2}\right)^2 - Q}.$$

Ainsi il est doublement impossible qu'il ait ignoré cette formule. Mais en la donnant naïvement, il se serait privé du plaisir de multiplier les questions.

Question XXVII.

Trouver deux nombres dont la somme soit un nombre donné et dont les carrés aient entre eux une différence donnée.

Soient 20 la somme donnée des deux nombres et 80 la différence donnée de leurs carrés. Représentons la différence des deux nombres par $2N$; le plus grand sera 10 et $1N$ et le plus petit 10 moins $1N$. La différence de leurs carrés doit être 80, mais elle est $48N$; donc $40N$ doit faire 80, par conséquent N égale 2, et les deux nombres cherchés sont 12 et 8.

Il est évident qu'ici encore Diophante a préparé sa question de façon que les nombres inconnus fussent rationnels.

Il a pensé deux nombres au hasard, 12 et 8, il en a fait la somme 20, il a fait leurs carrés 144 et 64, dont la différence est 80, et il propose de les retrouver d'après ces conditions.

Sa méthode n'en est pas moins générale, mais il est évident

que ce qui l'empêche de la présenter convenablement est la crainte que le premier venu devienne ensuite aussi habile que lui.

Remarquons encore que Diophante se borne à dire que la différence entre $10 + 1N^2$ et $10 - 1N^2$ est $40N$, sans aucune explication.

Je pense que cela tient à ce qu'il n'a pas les démonstrations abstraites des règles qu'il applique

$$10 + 1N^2 - 100 = 20N + Q,$$

et

$$10 - 1N^2 - 100 = 20N - Q;$$

on ne trouvera ces démonstrations que dans Viète. Diophante tire sans doute ces règles des théorèmes d'Euclide, et il n'en dit rien, parce que l'avoué serait un peu humiliant.

Question XXXIII.

Trouver deux nombres dont la différence et le produit fassent deux nombres donnés.

Soient 4 la différence donnée et 96 le produit donné: supposons que la somme des deux nombres soit $2N$, le plus grand sera $1N$ plus 2 et le plus petit $1N$ moins 2. Il faut maintenant que le produit soit 96, mais ce produit est $1Q$ moins 4; donc $1Q$ moins 4 doit faire 96; donc $1Q$ égale 100, d'où N égale 10; par suite les deux nombres sont 12 et 8.

Question XXXIV.

Trouver deux nombres ayant entre eux une raison donnée et tels que la somme de leurs carrés ait avec leur somme une autre raison donnée.

Chacun des deux nombres s'exprime au moyen de l'autre, puisque leur rapport est donné; il n'y a donc aucune difficulté.

Question XI.

Trouver deux nombres en raison donnée, et tels que le carré du plus petit soit en raison donnée avec la somme de ces deux nombres.

Supposons que le plus grand doive être triple de l'autre et que le carré du plus petit doive être double de la somme des deux. Soit $3N$ le plus grand des deux nombres, le plus petit sera N , et son carré sera N^2 ; quant à la somme des deux nombres, elle sera $4N$; il faut donc que N^2 soit double de $4N$, ou que N^2 égale $8N$; il en résulte que N égale 8 . Donc le plus petit des deux nombres est 8 et le plus grand 24 , et ils satisfont à la question.

CHAPRE II.

Question I.

Trouver deux nombres tels que leur somme ait une raison donnée avec la somme de leurs carrés.

La question est indéterminée, mais, dans le cours de la solution, Diophante ajoute la condition que les deux nombres cherchés aient entre eux une raison donnée.

Quant à la solution, elle est trop facile pour que nous la rapportions.

Question II.

Trouver deux nombres en raison donnée et tels que leur différence ait une raison donnée avec la différence de leurs carrés.

La raison de la différence des carrés des deux nombres à la différence de ces deux nombres est la somme des deux nombres; mais Diophante ne fait pas cette remarque, soit qu'elle ne se soit pas présentée à son esprit, ce qui serait étonnant, car le théorème lui était fourni par la Géométrie; soit qu'il n'ait pas voulu recourir à la Géométrie; quant au calcul algébrique, je crois qu'il ne le possède pas encore.

La même remarque s'applique à la question V, où l'on donne la raison de la différence des carrés de deux nombres à la somme de ces deux nombres.

Question III.

Trouver deux nombres en raison donnée, dont le produit ait une raison donnée avec leur somme ou avec leur différence.

Question IV.

Trouver deux nombres en raison donnée, dont la somme ait une raison donnée avec la somme de leurs carrés.

Question V.

Trouver deux nombres, connaissant leur différence et l'excès de la différence de leurs carrés sur la différence donnée.

Diophante pourrait trouver immédiatement la somme des deux nombres, mais il ne procède pas ainsi, nouvelle preuve qu'il ne manie pas facilement le calcul algébrique.

Question VI.

Trouver deux nombres tels que la différence de leurs carrés surpasse la différence des deux nombres d'un nombre donné, et ait avec cette différence une raison donnée.

La solution comporte encore la même remarque.

Questions VIII à XVII.

Dans ces différentes questions on propose de diviser un carré donné en deux carrés, ou de diviser une somme de deux carrés en deux autres carrés, ou de trouver un nombre, qui, ajouté ou retranché à deux nombres donnés, en fasse des carrés, ou dont les excès sur deux nombres donnés soient des carrés; ou de diviser un nombre en deux parties qui, ajoutées à un carré, donnent des carrés, ou telles que si l'on en retranche un carré on trouve des carrés; ou de trouver deux nombres, en raison donnée, qui, ajoutés à un carré donné, produisent des carrés.

Toutes ces questions se résolvent de la même manière. Prenons par exemple la première, et soit 16 le carré qu'il faut partager en deux carrés. Diophante suppose le premier carré représenté par 1Q, dont le côté est 1N, et il prend pour le côté du second carré un multiple arbitraire de N, diminué du côté 4 du carré 16. Le second carré est donc formé d'un certain nombre de Q, diminué d'un certain nombre de N et augmenté de 16, et il doit être égal à 16 moins 1Q; en réduisant, comme 16 disparaît, il reste une égalité telle que

$$mQ = nN,$$

ou

$$mN = n,$$

ce qui donne pour N une valeur rationnelle.

Bachet de Méziriac dirait que *c'est plaisant et délectable*; je ne veux ni le contredire ni enchérir sur lui.

Les autres questions du second livre diffèrent des précédentes

quant à la forme, mais le tout reste toujours le même et la méthode de solution se reproduit toujours.

LIVRE III.

Les questions sont les mêmes, seulement au lieu de deux carrés il en faut trois.

Exemple :

Question IX.

Trouver trois nombres en progression arithmétique tels que leurs sommes deux à deux soient des carrés.

LIVRE IV.

Dans ce livre, les questions portent sur des cubes seuls, ou sur des cubes mêlés à des carrés.

Exemples :

Question I.

Diviser un nombre en deux cubes dont les côtés fassent une somme donnée.

Il serait superflu de remarquer qu'il ne divise pas la somme des cubes par la somme des nombres.

Question II.

Trouver deux nombres ayant une différence donnée et dont les cubes aient aussi une différence donnée.

Ou bien les questions portent sur quatre carrés, ou plus.

Exemples :

Question XXII.

Trouver quatre nombres en progression par différence, tels que leurs différences deux à deux soient des carrés.

Question XXVI.

Trouver quatre carrés dont la somme ajoutée à celle de leurs côtés produise un nombre donné.

TABLEAU.

Question I.

Trouver trois nombres en progression géométrique et tels que, retranchés d'un même nombre donné, ils produisent des carrés.

Question X.

Étant donnés trois carrés, trouver trois nombres dont les produits deux à deux fassent ces carrés.

Le livre se termine par une foule de problèmes dont les énoncés sont on ne peut plus gracieux. Tel est le problème des oranges offertes aux neuf Muses par les trois Grâces.

TABLEAU.

La plupart des questions se rapportent à la détermination des côtés d'un triangle rectangle, sous des conditions diverses.

Exemples :

Question VIII.

Trouver un triangle rectangle dont l'aire ajoutée à la somme des côtés de l'angle droit fasse un nombre donné.

Question XII.

Trouver un triangle rectangle dont l'aire ajoutée à l'un ou l'autre des côtés de l'angle droit fasse un carré.

Il ne faudrait pas, de ces énoncés, tirer la conclusion que Diophante eût la notion des formules des mesures des surfaces et volumes. Les côtés de ses triangles sont exprimés par des nombres entiers et il ne sait, relativement à leurs aires, que ce que savaient tous les arpenteurs grecs, que si les côtés de l'angle droit d'un triangle rectangle sont, par exemple, cinq stades et huit stades, ce triangle contient vingt carrés d'un stade de côté.

CHAPITRE DES ÉNONCÉS DE LA QUESTION XII.

Le lecteur a en partie pour objet d'éclaircir ce que Théon de Smyrne avait laissé dans le vague, et de démontrer ce qu'il se bornait à énoncer; mais Diophante y a joint un certain nombre de questions dont nous nous bornerons à citer un exemple.

Proposition X.

Un nombre étant donné, trouver de combien de façons il peut être considéré comme polygonal.

On voit que Diophante n'avait pas le sens bien net des conditions dans lesquelles une théorie peut présenter de l'intérêt.



On voit clairement par cette analyse ce dont on est redevable à Diophante et ce qu'il a laissé à faire.

On ne peut pas dire que l'Algèbre, même élémentaire, soit

sortie constituée de ses mains, et cependant on ne peut nier qu'elle n'y ait pris un développement très remarquable.

Assurément Archimède et Apollonius avaient, lorsque l'occasion s'en était présentée à eux, effectué des combinaisons tout aussi ingénieuses et souvent plus compliquées que celles qu'on trouve dans Diophante; je vais même plus loin : il est évident qu'aucun géomètre grec, si médiocre qu'il fût, ayant à construire deux lignes A et B connaissant leur somme C et la différence de leurs carrés, égale au carré d'une ligne D , n'aurait manqué de construire d'abord la différence des lignes cherchées, égale à la troisième proportionnelle à C et à D ; et il se serait peu occupé de savoir si les cinq lignes seraient ou non commensurables entre elles. Mais dans Diophante ces transformations forment un trameau méthodique, elles constituent une doctrine, sinon dans l'intention de l'auteur, du moins en fait.

Car si Diophante avait bien vu le but auquel il tendait, au lieu d'un millier de problèmes, peut-être, car il nous manque six de ses livres, il aurait simplement traité ces deux questions, qu'il pouvait parfaitement résoudre :

Question I.

Trouver deux nombres N et N' , tels que

$$mN + nN' = p \text{ et } qN - rN' = s$$

Question II.

Trouver un nombre qui satisfasse à une condition telle que

$$mQ + nN = p.$$

Mais justement il évite toujours cette dernière question.



PAPPUS.

N. probablement à Alexandrie vers 340.

Pappus avait composé plusieurs ouvrages qui ne nous sont pas parvenus; ce sont : un *Commentaire sur l'Almageste*, un *Commentaire sur les Éléments d'Euclide*, un *Commentaire sur l'Analemme de Diodore*. Peut-être en avait-il écrit d'autres dont nous n'avons pas même les titres. Il ne nous reste de lui que ses *Collections mathématiques*, d'ailleurs incomplètes. La traduction latine des six derniers livres de cet ouvrage a été publiée en 1588 par Commandin, qui croyait les deux premiers totalement perdus. Mais une partie du second a été retrouvée depuis, elle a été publiée à Oxford par Wallis en 1688. Cette partie a trait aux inventions arithmétiques d'Apollonius; nous nous en sommes servis dans l'article consacré à ce géomètre. Enfin, M. Huitsch a donné dernièrement à Berlin, 1876-1878 une nouvelle édition du grand ouvrage de Pappus, en grec et en latin.

Les *Collections mathématiques* paraissent avoir été écrites par Pappus pour offrir aux géomètres de son temps une analyse succincte des ouvrages les plus difficiles des anciens, et surtout les commentaires qui pourraient être nécessaires pour les entendre. Malheureusement nous n'y pouvons naturellement trouver que des indications fort vagues sur ce qu'il nous importerait le plus de connaître, c'est-à-dire sur les ouvrages qui ne nous sont pas parvenus, parce que ce qu'en dit Pappus, qui pouvait être très clair pour les contemporains, qui avaient les ouvrages entre les mains, demeure au contraire fort obscur pour nous; d'ailleurs les préfaces de ses différents livres, qui contiennent ce qu'on pour-

rait appeler ses causeries historiques, sont précisément les parties qui ont le plus souffert : il y manque à chaque instant des mots, des phrases et peut-être des subdivisions entières. Ce qu'il disait des *Porismes* d'Euclide, notamment, est si défectueux qu'on peut à peine aujourd'hui savoir ce qu'étaient ces *Porismes*.

Au milieu de ses commentaires, Pappus établit en grand nombre des propositions fort intéressantes, dont voici quelques-unes : si un point mobile partant du pôle d'un hémisphère, parcourt d'un mouvement uniforme un quadrant perpendiculaire à la base, pendant que ce quadrant fait, d'un mouvement aussi uniforme, une révolution entière autour de l'axe, l'espace compris entre la circonférence de base et la spirale décrite, sera égal au carré du diamètre de la sphère. C'est le premier exemple que l'on ait eu d'une surface courbe exactement quarrable.

L'étude de la surface hélicoïde rampante lui suggère ces remarques curieuses : la section de cette surface par un plan passant par une génératrice se projette, sur un plan perpendiculaire à l'axe, suivant une quadratrice de Dinostrate, et la section faite par un cône de même axe se projette sur le même plan suivant une spirale d'Archimède.

La théorie des transversales lui doit plusieurs théorèmes remarquables :

1° Si quatre droites fixes issues d'un même point sont coupées par une transversale quelconque, en quatre points placés dans l'ordre a, b, c, d , le rapport du rectangle ayant pour côtés ad et bc au rectangle compris sous ac et bd sera constant. C'est le principe fondamental de la transformation des relations métriques dans les figures homographiques, ou corrélatives.

2° Si un point pris dans le plan d'un triangle étant joint aux trois sommets, on mène à travers les six droites une transversale quelconque, le parallélogramme rectangle construit sur trois segments de cette transversale, déterminés par ses intersections avec les six droites, et n'ayant pas d'extrémités communes, sera égal au parallélogramme rectangle construit sur les autres segments.

3° Quand un hexagone a ses sommets placés trois à trois sur deux droites, les points de concours de ses côtés opposés sont en ligne droite. C'est un cas particulier du théorème de Pascal sur l'hexagone inscrit à une conique.

4° Si a et a' , b et b' , c et c' sont les points où une transversale quelconque coupe les deux couples de côtés opposés d'un quadrilatère et le couple de ses diagonales, le parallélogramme rectangle construit sur trois segments de la transversale, n'ayant pas d'extrémités communes, est égal au parallélogramme rectangle construit sur les autres segments, ce que nous traduirions par l'une des équations équivalentes

$$\begin{aligned} ab \cdot b'c' \cdot c'a &= a'b' \cdot bc' \cdot c'a \\ ab \cdot bc' \cdot c'a &= ac' \cdot cb' \cdot ba \\ ab \cdot b'c' \cdot ca &= ac' \cdot cb' \cdot ba. \end{aligned}$$

C'est le début de la théorie de l'involution, que Desargues a beaucoup étendue : les six points a et a' , b et b' , c et c' , conjugués deux à deux, forment une involution.

Au reste Pappus ne se berne pas à démontrer les propositions que nous venons d'énoncer, il en fait au contraire de nombreuses applications. C'est ainsi, par exemple, qu'il établit la propriété

du quadrilatère complet, que chacune des diagonales est divisée harmoniquement par les deux autres.

C'est très certainement Pappus qui a découvert le théorème sur la constance du rapport des distances d'un point d'une conique à l'un de ses foyers et à la directrice correspondante. Il le démontre en effet avec des détails que n'eût pas comportés une simple citation.

Quant au théorème connu sous le nom de *Guldin*, il est énoncé dans les *Collections mathématiques*, comme nous le montrerons plus loin; et il y a lieu de l'attribuer à Pappus, quoiqu'il ne le démontre pas : d'abord parce qu'il ne se trouve dans aucun ouvrage antérieur, mais surtout parce que Pappus, dans le passage où il en parle, paraît inviter les géomètres à en chercher la démonstration, ce qui prouve que le théorème était nouveau. Peut-être Pappus n'en avait-il pas une démonstration assez satisfaisante pour pouvoir la publier.

Descartes faisait beaucoup de cas de Pappus. Voici le jugement qu'il en porte : « Je me persuade que certains germes primitifs des vérités que la nature a déposées dans l'intelligence humaine, et que nous étouffons en nous à force de lire et d'entendre tant d'erreurs diverses, avaient dans cette simple et naïve antiquité, tant de vigueur et de force que les hommes éclairés par cette lumière de raison qui leur faisait préférer la vertu au plaisir, l'honnête à l'utile, encore qu'ils ne sussent pas la raison de cette préférence, s'étaient fait des idées vraies de la Philosophie et des Mathématiques, quoiqu'ils ne pussent pas encore pousser les sciences jusqu'à la perfection. Or, je crois rencontrer quelques traces de ces mathématiques dans Pappus et Diophante. *Règles pour la direction de l'esprit.*

Nous allons maintenant donner une analyse rapide des *Collec-tions mathématiques*.

La traduction dont nous nous servons est celle de Commandin, rééditée en 1660, après sa mort, avec plus de soin que la première fois.

Cette édition ne contient encore que les six derniers livres; mais, comme nous l'avons déjà dit, nous avons, d'après Delambre, tiré de la partie du second livre, qui a été retrouvée depuis Commandin, ce qu'elle contenait d'intéressant, et nous n'y reven-drons pas.

LIVRE II.

Ce livre se compose de quatre petits traités distincts. Le premier a trait au problème de l'insertion de deux moyennes proportionnelles. Pappus rappelle les solutions proposées par Ératosthène, par Nicomède et par Héron, et en donne ensuite une de lui.

Le second se rapporte à la construction des trois moyennes arithmétique, géométrique et harmonique entre deux longueurs. Pappus s'ingénie à réunir dans une même figure les solutions des trois problèmes.

Dans le troisième, Pappus se livre, on ne sait trop pourquoi, à une amplification sur la proposition d'Euclide, que la somme des distances d'un point de l'intérieur d'un triangle aux extrémités d'un côté est moindre que la somme des deux autres côtés. Il trouve admirables, puis très admirables, et enfin beaucoup plus admirables des lemmes un peu enfantins, dont voici le plus remarquable : On peut trouver dans l'intérieur d'un triangle non isocèle des points tels que deux droites menées de l'un d'eux à

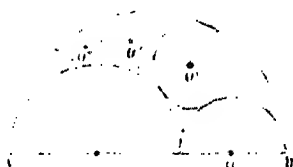
deux points de la base fassent une somme plus grande que celle des côtés qui les entourent.

Le quatrième a pour objet la construction des cinq polyèdres réguliers et leur inscription dans la sphère. La solution indiquée par Pappus diffère, quant à la méthode, de celle qui se trouve dans le treizième livre des *Éléments* d'Euclide.

LIVRE V.

Pappus s'y occupe d'abord du problème du cercle tangent à trois cercles tangents deux à deux extérieurement. A ce propos, il considère la figure nommée chez les anciens *arbelos serpe*, *serpette* dont Archimède s'était occupé dans ses lemmes, et qui se compose d'une suite indéfinie de circonférences tangentes à deux demi-circonférences et tangentes entre elles, comme l'indique la *fig. 1*.

FIG. 1.



La hauteur du centre O de la première circonférence, au-dessus de la base AB de l'arbelos, est zéro fois le diamètre de cette première circonférence; la hauteur du centre O' de la seconde circonférence, au-dessus de la même base, est double du diamètre de cette seconde circonférence: la hauteur de O'' est triple du diamètre de O''; ensuite, le rapport devient 4, 5, 6, . . .

Pappus revient ensuite sur les théories de la spirale d'Archimède, de la conchoïde de Nicomède et de la quadratrice de Dinostrate. Il développe les applications que l'on peut faire de ces courbes à la solution des problèmes de la rectification du cercle, de la trisection de l'angle, etc.

C'est dans ce livre que Pappus démontre les théorèmes que nous avons énoncés plus haut sur la spirale sphérique et sur la surface hélicoïde rampante, ou la surface de la vis à filet carré.

LIVRE V.

Pappus démontre d'abord que, de tous les polygones isopérimètres d'un même nombre de côtés, le plus grand est le polygone régulier, ce qui avait été fait par Zénodore; mais il étend les mêmes propositions aux solides.

Pour cela, il commence par refaire la théorie de la sphère, et il est remarquable que cette théorie est celle qui a prévalu dans l'enseignement moderne.

Il commence par évaluer la surface engendrée par un contour polygonal régulier tournant autour d'un diamètre du cercle circonscrit. Il trouve que cette surface est celle du cercle dont le rayon peut ce qui est contenu sous le diamètre du cercle inscrit au contour polygonal, et sous la projection de ce contour sur l'axe de révolution.

Il en conclut que la surface d'une zone sphérique est égale à celle du cercle dont le rayon peut ce qui est contenu sous le diamètre de la sphère et la hauteur de la zone.

Il démontre ensuite que le volume engendré par un triangle tournant autour d'un axe passant par un de ses sommets est égal à celui du cône qui aurait pour base un cercle égal à la surface

engendrée par l'un des côtés mobiles du triangle, et pour hauteur la hauteur du triangle correspondant à ce côté pris pour base.

Il en conclut, moyennant des théorèmes que nous n'énonçons pas, que le volume de la sphère est celui du cône qui aurait pour base un cercle égal à la surface de la sphère et pour hauteur le rayon de la sphère.

Il reprend alors la théorie des polyèdres réguliers, pour en comparer les éléments linéaires au rayon de la sphère circonscrite, et termine par faire voir que les volumes des cinq polyèdres réguliers inscrits dans une même sphère croissent avec le nombre de leurs faces.

LIVRE VI.

Ce livre se compose exclusivement de rectifications et d'additions aux *Sphériques* de Théodose, et de commentaires sur le *Traité des distances* d'Aristarque de Samos et sur le *Traité des phénomènes* d'Euclide.

LIVRE VII.

C'est dans la préface de ce livre que se trouvent les appréciations, malheureusement trop incomplètes, de Pappus, sur les traités des géomètres antérieurs, relatifs à la recherche des lieux : les *Données* et les *Porismes* d'Euclide, les traités d'Aristée, d'Apollonius et autres.

C'est aussi dans cette préface que, sous le titre : *Les huit livres d'Apollonius*, se trouve l'énoncé du fameux problème du lieu à trois, à quatre ou à un nombre quelconque de droites, problème qui avait été abordé par Euclide, sans trop de bonheur, à ce que disait Apollonius, à propos duquel celui-ci se montre très fier.

dit Pappus, et qui a donné à Descartes l'occasion d'imaginer son système de coordonnées et la Géométrie analytique.

Le problème, si l'on donnait trois droites, consistait à trouver le lieu des points tels que le rectangle des lignes menées de l'un d'eux, parallèlement à des directions données, aux deux premières droites, fût en raison donnée avec le rectangle d'une ligne constante et de la ligne menée du même point à la troisième droite, également sous une direction donnée; si l'on donnait quatre droites, il fallait que le rectangle des lignes menées d'un point du lieu aux deux premières droites fût en raison donnée avec le rectangle des lignes menées aux deux autres; si l'on donnait cinq ou six droites, il fallait que le parallélépipède rectangle construit sur les lignes menées aux trois premières droites, fût en raison donnée avec le parallélépipède rectangle construit sur les deux dernières lignes et une constante, ou sur les trois dernières lignes.

Si l'on donne plus de six droites, ajoute Pappus, *comme il n'existe pas de chose contenue sous plus de trois dimensions*, la condition sera que la raison composée des raisons qu'ont les lignes menées aux droites du premier groupe avec les lignes menées aux droites du second groupe, si les droites données sont en nombre pair, ou, dans le cas contraire, avec les lignes menées aux droites du second groupe et une ligne constante, soit égale à une raison donnée.

Cela montre d'abord que du temps de Pappus l'Arithmétique et la Géométrie n'avaient pas encore fait alliance. Mais cela prouve aussi, comme je l'ai déjà remarqué, que Pappus savait parfaitement que la raison composée de plusieurs raisons ne change pas lorsqu'on échange entre eux d'une manière quelconque les antécédents ou les conséquents des raisons composantes, sans quoi

il eût certainement pris soin de préciser l'ordre dans lequel on supposerait accouplées, pour former les raisons composantes, les lignes menées du point du lieu aux droites du premier et du second groupe. Car, autrement, le problème du lieu à $2n$ droites lui aurait paru devoir comporter bien des solutions.

Je ferai remarquer ici que ce principe de l'interversibilité entre deux des antécédents ou des conséquents des raisons qui peuvent concourir à former une raison composée, se présentait de lui-même avec évidence, pour les anciens, lorsqu'il ne s'agissait que de deux ou de trois raisons, parce qu'ils n'abandonnaient jamais le point de vue concret. En effet, Euclide démontre que la raison de deux parallélépipèdes rectangles est la raison composée des raisons des arêtes de l'un aux arêtes de l'autre; mais deux parallélépipèdes n'ont entre eux qu'une raison, tandis que à l'une des arêtes de l'un, considérée comme hauteur, par exemple, on peut adjoindre chacune des arêtes de l'autre, pour lui faire jouer le même rôle.

C'est là un exemple de l'éternel avantage que les considérations concrètes auront toujours sur les considérations abstraites, au point de vue du degré d'évidence dans les démonstrations.

Malheureusement, le domaine concret est borné, de sa nature, par exemple, aux trois dimensions, en Géométrie.

Comment Pappus se rendait-il compte de l'exactitude du même théorème dans le cas d'une raison composée de plus de trois raisons; je n'en sais rien; peut-être n'était-ce que par induction. Mais il est certain, et c'est la seule chose que j'aie voulu prouver, qu'il n'avait aucun doute au sujet de ce théorème.

Cette préface se termine par le passage célèbre où l'on voit, avec raison, un énoncé du théorème de Guldin.

Ce passage est extrêmement obscur, parce que quelques mots, peut-être quelques lignes ont été effacés si malheureusement, que les idées ne se suivent plus. Cependant on y trouve certainement le sens que donne Montucla : *Les figures décrites par une révolution complète ont une raison composée de celle de ces figures et de celle des lignes semblablement tirées de leurs centres de gravité sur l'axe, et la raison de celles décrites par une révolution incomplète est celle des figures tournantes et des arcs décrits par leurs centres de gravité.* (Montucla aurait dû dire, dans le dernier membre de phrase : *est la raison composée de celle des figures tournantes et de celle des arcs décrits par leurs centres de gravité.* Il a momentanément oublié qu'il prenait la parole au nom d'un ancien.)

Au reste, voici ce passage, d'après Commandin et d'après M. Hultsch :

a Persectorum utrorumque ordinum proportio composita est ex proportione amphismatum, et rectorum linearum similiter ad axes ductarum a punctis, quæ in ipsis gravitatis centra sunt. Impersectorum autem proportio composita est ex proportione amphismatum, et circumferentiarum, a punctis, quæ in ipsis sunt centra gravitatis. factarum. Harum circumferentiarum proportio dividitur in proportionem ductarum linearum. et earum, quas continent ipsarum extrema ad axes... angulorum.

Ce latin, quoique déjà moins mauvais que celui du moyen âge, brave encore tellement toutes les règles grammaticales, qu'il est absolument intraduisible : mais on y voit bien cependant à peu près le sens donné par Montucla.

M. Hultsch, dans sa traduction, ajoute quelques mots, placés entre parenthèses :

« Figuræ perfectâ rotatione genitæ proportionem habent compositam, et ex rotantibus et ex rectis similiter ad axes ductis a gravitatis centris, quæ in rotantibus sunt. (Figuræ imperfectæ rotatione genitæ proportionem habent compositam) ex rotantibus et ex arcubus quos centra in his gravitatis descripserunt. Sed horum arcuum proportionem apparet compositam esse et ex ductis ad axes, et ex angulis quos harum extremitates continent, si ad axes figurarum rotatione genitarum sint. »

Enfin, M. Léon Rodet a bien voulu nous communiquer sa traduction faite sur le grec :

« Le rapport des rotations complètes est composé à la fois de celui des figures tournantes, et de celui des droites semblablement menées sur les axes, de leurs centres de gravité. Celui des rotations) incomplètes est composé de celui des figures tournantes et de celui des arcs qu'ont décrit les centres de gravité de ces figures; et le rapport de ces arcs est évidemment composé de celui des droites menées, et des angles compris entre les extrémités de ces droites, quand bien même ces extrémités seraient tout auprès des axes de rotation. »

Nous avons déjà dit que nous admettons que Pappus ait le premier entrevu cette belle proposition; mais il est bien singulier qu'il n'ait pas pris la peine de la démontrer; d'autant qu'il en avait au moins deux occasions toutes naturelles : l'une dans son huitième livre, consacré à la Mécanique, et l'autre dans le cinquième, où il refait précisément la théorie des surfaces et volumes engendrés par des lignes ou des surfaces tournantes.

Le septième livre, dont nous venons d'analyser la préface, se compose de 238 lemmes relatifs :

Aux *Porismes* d'Euclide et aux *Lieux à la surface*, du même géomètre;

Au *Traité de la section déterminée*;

Au *Traité des lieux plans*;

Aux deux traités : *Des inclinaisons et Des contacts*;

Enfin, aux huit livres des *Coniques* d'Apollonius.

Les plus importants sont ceux, au nombre de 38, qui se rapportent aux *Porismes* d'Euclide. C'est parmi ces lemmes que se trouvent les propositions relatives à l'involution des six points de rencontre d'une transversale quelconque avec les côtés d'un quadrilatère et ses diagonales; à l'hexagone inscrit dans une conique réduite à deux droites; au rapport anharmonique; à la polaire d'un point par rapport à un cercle, considérée comme lieu des points conjugués harmoniques de ce point par rapport aux points de rencontre du cercle avec une transversale quelconque menée par ce pôle.

Nous avons vu qu'Apollonius considère sous le même point de vue la corde des contacts des tangentes menées d'un point extérieur à une conique quelconque. Pappus ne s'occupe ici que du cercle, quoique, évidemment, il connaisse parfaitement le théorème d'Apollonius. Cette circonstance semble indiquer que le théorème relatif au cercle se trouvait déjà dans Euclide.

Il convient de signaler encore dans la même partie du septième livre un théorème remarquable, qui suggère immédiatement une méthode de transformation des figures, analogue à celle que Poncelet a déduite de la considération des pôles et polaires par rapport à une conique. Voici ce théorème, qui constitue le lemme XVII sur les *Porismes* :

Soient deux droites qui se coupent, OX et OY , et deux points fixes, P et Q , arbitraires, mais tels que la droite PQ passe par le point O . Si l'on prend un point quelconque C dans le plan de la figure, qu'on joigne CP , qui rencontre OX en A , et CQ , qui rencontre OY en B ; enfin qu'on joigne AB , la droite AB sera liée au point C ; et, réciproquement, le point C sera lié à la droite AB , car si l'on se donnait AB , les droites PA et QB détermineraient le point C par leur intersection. Or, et c'est en cela que consiste le théorème, si l'on fait décrire au point C une droite UV , la droite AB pivotera autour d'un point fixe T , qui sera lié à UV absolument comme le point C l'est à AB , c'est-à-dire qu'on obtiendrait ce point T en marquant les points de rencontre U et V de UV avec OX et OY , et joignant PU et QV , qui concourraient en T ; d'où il résulte que, si T décrivait une ligne droite, UV passerait aussi par un point fixe.

Ainsi à une droite correspond un point, que l'on peut appeler son conjugué, et à un point correspond une droite, qui sera, si l'on veut, sa conjuguée. Alors le théorème s'énonce ainsi : Si une droite tourne autour d'un point fixe, son conjugué décrit une droite qui n'est autre que la conjuguée de ce point fixe.

Il est curieux de remarquer que Poncelet a retrouvé ce théorème de Pappus comme une conséquence de la *Théorie des transversales*. Il l'énonce comme nous venons de le faire, pages 232 et 233 du tome II de son *Traité des propriétés projectives des figures*. Il ignorait, au reste, que ce théorème se trouvât dans Pappus.

Il ajoute : Si l'on remplace la directrice linéaire du sommet O par une courbe quelconque du degré m , le côté AB enveloppera une autre ligne que la discussion apprend être généralement du

degré m et qui sera réciproquement le lieu des sommets C correspondant aux tangentes de la courbe proposée.

Il paraît fort inutile que nous nous appesantissions sur ce nouveau mode de transformation des figures, puisqu'il n'aurait, sur celui qu'offre la théorie des polaires réciproques, guère d'autres avantages que ceux qui peuvent résulter d'un peu plus de simplicité dans les constructions et l'exposition des principes. •

Ainsi, d'après Poncelet lui-même, le théorème de Pappus suggérerait immédiatement une méthode de transformation des figures, plus avantageuse que la méthode des polaires réciproques et entièrement analogue. Mais Pappus n'avait pas songé à l'application qu'on peut faire de son théorème. Ajoutons en terminant que cette méthode de transformation n'aurait pas aujourd'hui d'intérêt, parce qu'elle dépend, comme cas particulier, de la *Théorie générale des figures corrélatives*.

Ce curieux rapprochement nous a été indiqué par M. Rouché, à qui nous devons beaucoup d'autres observations que nous avons été heureux d'utiliser.

Nous passons aux lemmes relatifs aux traités *De la section déterminée* et *Des lieux plans* d'Apollonius. Ce sont des théorèmes où l'involution de six points se présente de nouveau dans des circonstances diverses et particulières. La proposition LXI et les suivantes ont pour objet la solution d'un problème de maximum, que Fermat a pris pour exemple dans l'exposition de sa méthode *De maximis et minimis*. Il s'agit de trouver, sur une droite contenant quatre points, a et a' , b et b' , un point m tel que la raison des rectangles $(am, a'm)$ et $(bm, b'm)$, soit une raison donnée, et d'examiner les cas où le problème devient impossible.

Nous remarquons parmi les lemmes relatifs au traité *De tactionibus* la proposition CXVII, où Pappus donne la solution du problème d'inscrire à un cercle un triangle dont les côtés passent respectivement par trois points donnés. Mais le cas qu'il examine est celui où les trois points donnés sont en ligne droite.

Enfin, parmi les lemmes relatifs au traité des *Lieux à la surface*, nous trouvons, proposition CCXXXVIII, la démonstration de la propriété des coniques d'être les lieux des points dont les distances à un point fixe et à une droite fixe sont dans un rapport constant, propriété qui avait échappé à Apollonius, au moins pour l'ellipse et l'hyperbole, car il la démontre pour la parabole.



CHAPITRE V.

Ce livre, comme nous l'avons déjà dit, se rapporte à la Mécanique. On lit dans la préface qu'Archimède avait écrit un livre sur l'art de construire des sphères matérielles; que Héron l'Ancien avait imaginé une horloge d'eau, etc.

Pappus débute par quelques propositions sur les centres de gravité; en voici une :

Si l'on partage les côtés d'un triangle en raison donnée, le triangle, qui a pour sommets les trois points de division, a même centre de gravité que le triangle primitif.

On trouve un peu plus loin un exemple singulier de confusion d'idées : Pappus se propose, *connaissant la force qui peut mouvoir un corps sur un plan horizontal, de trouver celle qui le mouvrait sur un plan incliné*. La démonstration, bien entendu, est inintelligible; voici le résultat auquel il parvient : S'il faut

40 hommes pour trainer un corps sur un plan horizontal, il en faudra 300 pour le trainer sur un plan faisant avec l'horizon les deux tiers d'un droit.

Il s'agit ensuite d'élever un poids donné avec une force donnée. Pappus résout la question au moyen d'un système de roues engrenant avec des pignons concentriques.

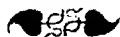
Il traite assez bien, à ce propos, la question de deux roues dentées engrenant l'une avec l'autre : il faut que les longueurs des circonférences, ou celles des diamètres soient proportionnelles aux nombres des dents des deux roues, et les vitesses de rotation de ces roues sont en raison réciproque de leurs nombres de dents. Mais il ne pose pas la question de la figure des profils des dents.

Une question incidente l'amène ensuite à se proposer de faire passer une ellipse par cinq points donnés et d'en construire les axes.

Un peu plus loin, il résout deux questions que l'on peut dire appartenir à la *Géométrie descriptive* : la première a pour objet de déterminer la trace sur un plan horizontal d'un plan défini par les projections de trois de ses points sur ce plan horizontal et par leurs hauteurs au-dessus de ce même plan horizontal : la seconde est de déterminer les points de rencontre d'une droite et d'une sphère. Il emploie pour cela une méthode entièrement identique à celle des plans cotés, sauf que les déterminations arithmétiques de quatrièmes proportionnelles sont naturellement remplacées par des constructions.

Le livre se termine par la description des machines au moyen desquelles un poids donné peut être élevé par une force donnée : ce sont : la vis engrenant avec une roue à dents obliques, *κλῆμα*, *cochlea*; le cric de Héron, *ἡρῶν*; le treuil, *επιτολῶν*, *axis in*

peritrochio, roue à manettes traversée par l'arbre horizontal sur lequel est enroulée la corde qui supporte le fardeau; le levier, *αγλήκ*, *vectis*; la moule, *πολύστακτος*, *polyspastus*; le coin, *αγγύς*, *cuneus*; le chariot, *χελών*, tortue; le cabestan, *ἐργάτης*; enfin une sorte de grue très compliquée à laquelle il ne donne pas de nom.



L'analyse que nous venons de faire de ses travaux justifie pleinement l'estime dans laquelle Pappus a été tenu par tous les géomètres modernes, depuis Descartes.

Le grand mérite dans les sciences est bien moins de résoudre les questions posées, ce qui n'est jamais bien difficile, que d'imaginer les questions utiles à résoudre, c'est-à-dire celles qui formeront plus tard des têtes de chapitres. Or, Pappus a eu ce mérite : il a ouvert un grand nombre de voies qui toutes ont été ensuite parcourues avec fruit.

Mais il doit m'être permis de dire mon sentiment à l'égard de ses découvertes : je n'en méconnais pas le mérite, mais je n'y vois pas ce caractère de grandeur qui me frappe dans les travaux d'un nombre assez considérable d'autres géomètres. Il me semble que ce que l'on nomme aujourd'hui, un peu pompeusement, *Méthodes en géométrie*, ne sont guère que des chemins conduisant à des oasis. Chacune de ces méthodes suggère bien une infinité de théorèmes spéciaux, quelquefois intéressants, mais tous compris dans une même série, et les différentes séries couvrent, dans le champ de la Science, des espaces qui ne se rejoignent pas, de sorte que, s'il se présente une question nouvelle, imposée par la théorie, il y a toujours beaucoup plus de chances pour qu'elle

n'appartienne à aucune des séries que pour qu'une des méthodes dont il s'agit puisse en faciliter la solution.

A quelque époque que l'on appartienne, il y a toujours quelque grande chose à faire et qu'il soit possible de faire : du temps de Pappus, il y avait à créer l'Algèbre, la Géométrie analytique et la Dynamique; or, on peut dire que ces trois sciences ont été fondées presque au lendemain de sa mort. car les douze cents ans qui séparent Pappus de Viète, de Descartes et de Galilée ne sont qu'une longue nuit. Non seulement ni Viète, ni Descartes, ni Galilée n'ont eu à leur disposition d'autres ressources que celles qu'avait Pappus, mais même ils se trouvaient dans un milieu bien moins favorable.



JULES L'AFRICAIN SEXTUS JULIUS AFRICANUS.

II. Sulfur.

Il avait laissé une chronologie dont on trouve quelques fragments dans Eusèbe et les Pères de l'Eglise, et un ouvrage sur l'art militaire intitulé *Cestes*, qui a été publié dans les *Mathematici veteres* et dont Guischart a donné une traduction française dans ses *Mémoires Critiques et Historiques*.

Voici, d'après Jules l'Africain, la composition du feu grégeois : prenez parties égales de soufre natif, de salpêtre, de pyrite kerdonnienne composé de soufre et d'antimoine¹. broyez le tout dans un mortier. Ajoutez-y du suc de sycomore noir et de l'asphalte liquide. mélangez de manière à obtenir une masse pâteuse; enfin ajoutez un peu de chaux vive, mettez ce mélange

dans des boîtes d'airain fermées et conservez-le à l'abri des rayons du soleil. »



HYPATHIA.

(Née à Alexandrie vers 370, morte en 415.)

Elle était fille de Théon d'Alexandrie, sous les yeux de qui elle étudia la Géométrie et l'Astronomie. Elle visita Athènes et y demeura quelque temps pour suivre les leçons des maîtres qui y enseignaient encore la philosophie de Platon.

De retour à Alexandrie, elle prit part à l'enseignement des Sciences au Muséum; elle enseignait les Mathématiques et leurs applications.

Elle était restée païenne ainsi que son père et son mari Isidore. Il paraît qu'elle soutenait de ses conseils le gouverneur de la ville, Oreste, dans sa lutte contre les tendances envahissantes de l'évêque Cyrille.

La mort violente et inexpiquée d'un nommé Hiérax, qui dirigeait une école chrétienne dans la ville, amena un soulèvement populaire que les ennemis d'Hypathia dirigèrent contre elle.

Arrêtée par la populace, au moment où elle rentrait chez elle, venant du Muséum, elle fut trainée devant une église et lapidée; son corps fut ignominieusement lacéré et les morceaux en furent traînés par la ville.

Hypathia avait écrit des commentaires sur les *Arithmétiques* de Diophante, sur les *Coniques* d'Apollonius et sur la *Syntaxe* de Ptolémée. Ces ouvrages ne nous sont pas parvenus.



PROCLUS.

Né à Constantinople au premier ou au 2^e s.

Il commença son éducation littéraire au lycée et alla l'achever à Alexandrie, où, après avoir entendu les leçons de divers professeurs, il s'attacha définitivement à la philosophie pythagoricienne, renouvelée dans l'école de Platon.

Il vint à Athènes avec un de ses professeurs, Syrianus, qui allait y prendre la direction de l'école de Platon et lui succéda peu de temps après dans cette fonction, qu'il exerça pendant trente-cinq ans.

Il a laissé un grand nombre d'ouvrages de philosophie et des commentaires sur les principaux géomètres grecs, commentaires qui n'ont servi qu'à fixer quelques faits et quelques dates. Ses commentaires sur le 1^{er} livre des Éléments d'Euclide ont été édités par Friedlein en 1873.

Persécuté par les chrétiens, il disait : Que m'importe le corps : c'est l'esprit que j'emporterai avec moi en mourant.



VICTORIN OU VICTORIUS D'AQUITAINE.

Autour du 2^e ou 3^e siècle.

Vers 465, le pape Hilaire recourut à lui pour rétablir l'ordre dans le Calendrier et fixer l'époque du jour de Pâques. Victorin combina le cycle lunaire de Méthon, de 19 ans, et le cycle solaire de 28 ans et forma une période de 532 ans (19 x 28), au bout de laquelle, suivant ses idées, la lune pascalle devait revenir au

même mois et au même jour de la semaine. Un abbé romain, Denys, fit adopter quelques changements à la proposition de Victorin et donna son nom à la nouvelle période, qui fut appelée dionysienne.

Victorius a écrit un petit traité d'Arithmétique intitulé : *Calculus*, dont M. Kinkelin a donné un compte rendu dans les *Actes de la Société des naturalistes de Bâle*.



CAPELLA (MACTIANUS).

Né à Tarente, vivait au commencement du 15^e siècle.

Son *Satyricon*, divisé en huit livres, dont les derniers se rapportent à la Géométrie, à l'Arithmétique, à l'Astronomie et à la Musique, a fourni en partie le fond de l'enseignement dans les écoles du moyen âge, jusqu'à la Renaissance.

Un chapitre du livre relatif à l'Astronomie est intitulé : *Quod Tellus non sit centrum omnibus planetis* : l'auteur y affirme que Vénus et Mercure tournent autour du Soleil et non autour de la Terre.

Copernic n'a pas dédaigné d'invoquer l'autorité de Capella pour faire accepter son système ; mais l'idée de Capella est simplement de faire passer par le Soleil les déferents de Vénus et de Mercure ; il n'a pas étendu son hypothèse aux autres planètes, ce qu'il eût pu faire sans contredire pour cela Ptolémée.

Le *Satyricon* a eu trois éditions depuis l'invention de l'imprimerie : la dernière a été donnée à Francfort en 1836.



BOËCE.

N. 1. Rome vers 476. mort en 526.

Il appartenait à l'une des plus illustres familles de l'aristocratie romaine. Après avoir achevé son éducation à Rome, il fut, dit-on, envoyé à Athènes pour y suivre les leçons des maîtres qui y enseignaient alors, et aurait notamment étudié sous Proclus.

A son retour, il fut nommé patrice et le Sénat le chargea de haranguer Théodoric, lors de son entrée dans Rome.

Boëce obtint d'abord la faveur de Théodoric et fut mis par lui aux postes les plus importants de l'État: mais il gouvernait sagement, comme un philosophe, et son impartialité ne pouvait être goûtée des barbares. Il fut accusé devant le roi de soutenir injustement la population soumise et de comploter avec l'empereur d'Orient la ruine de la domination des Ostrogoths en Italie.

Théodoric résista longtemps aux suggestions de ses compagnons d'armes, mais finit par céder et par livrer Boëce à ses ennemis: l'infortuné philosophe subit un supplice horrible.

Il avait traduit un grand nombre d'ouvrages d'Aristote, de Platon et d'autres philosophes grecs. Outre le livre *De la consolation*, il a laissé un traité d'*Arithmétique*, un traité de *Géométrie* et un traité de *Musique*.

Une édition de ses œuvres a été publiée à Venise en 1491.

M. Chasles lui a prêté l'invention ou au moins la connaissance de notre système de numération décimale: cette opinion a été hautement combattue par M. Libri.

D'après M. Chasles, Boëce se servait, sous le nom d'*apices*, de caractères nommés *igin*, *andras*, *ormis*, *arbas*, *quintas*, *calcis*, *tenis*, *temenias* et *celentis* correspondant à nos chiffres 1, 2, 3, 4,

5, 6, 7, 8, 9; quant à l'*abacus*, ce serait un tableau divisé par des lignes horizontales et verticales, formant des cases dans lesquelles devaient être inscrits ces caractères, de façon que les unités de même ordre des différents nombres sur lesquels devait porter l'opération à effectuer, se trouvassent dans une même colonne verticale; la case correspondant à un certain ordre d'unités devait être passée, lorsque le nombre manquait de cet ordre d'unités.

Les opérations, d'ailleurs, se seraient faites sur ce tableau, comme nous les faisons aujourd'hui.

D'après le même géomètre, le zéro n'aurait pas tardé à apparaître sous le nom de *sipos*, de sorte que les occidentaux auraient eu, longtemps avant leurs relations avec les Arabes, un système de numération écrite, entièrement identique à celui dont nous servons aujourd'hui.

D'après M. Libri, tout cela ne serait que chimères et visions. Notre système de numération, d'origine hindoue, nous serait venu des Arabes au *xiii*^e siècle; tous les écrivains de cette époque le disent; tous les traités d'Arithmétique le proclament; la question ne saurait donc être douteuse.

Cependant les preuves alléguées par M. Chasles sont tirées d'anciennes copies manuscrites de l'Arithmétique de Boèce, qu'il paraît avoir étudiées avec soin: et il serait difficile d'admettre que ce qu'il dit y avoir vu ne s'y trouve pas. Tout au plus pourrait-on prétendre que les manuscrits en question contiendraient des intercalations faites depuis Boèce. Mais cette hypothèse présente encore des difficultés parce que Boèce, d'après M. Chasles, attribuerait la connaissance de ce système aux Grecs (à quelques Grecs bien peu nombreux sans doute, car aucun ouvrage grec antérieur à Boèce, écrit à Athènes, à Alexandrie ou à Constanti-

nople n'en fait mention, et Eutocius même n'y fait pas allusion.

Que conclure? Je crois avec M. Libri que notre système de numération nous vient des Hindous et je pense que M. Chasles se trompe en lui donnant une origine grecque ou latine. Mais je ne vois pas pourquoi Boëce, qui avait voyagé en Orient, n'aurait pas pu être initié à l'Arithmétique des Hindous par un marchand grec de Constantinople, que ses voyages auraient conduit dans l'Inde.

On objecte, il est vrai, que Boëce est antérieur à Aryabhata; mais il n'est guère probable qu'Aryabhata ait découvert seul tout ce qui se trouve dans son ouvrage où, sans doute, se trouvent bien des choses connues avant l'auteur en Hindoustan.

Cependant, pourquoi la tradition ne ferait-elle remonter qu'au x^e siècle l'introduction du système décimal de numération parmi les nations occidentales? Pourquoi surtout cette introduction aurait-elle été regardée alors comme un événement tout nouveau, pourquoi aurait-elle fait époque? Cela s'expliquerait peut-être parce que, à partir de Boëce, les ténèbres n'avaient fait que s'épaissir sur toute l'Europe, jusqu'à l'invasion de l'Espagne par les Arabes, et que les connaissances qu'il avait pu acquérir en Grèce, n'ayant pas eu le temps de se répandre, avaient fini par ne plus laisser de traces.

M. Chasles, à l'appui de cette opinion, cite un *Traité de l'Abacus*, de Raoul évêque de Laon, mort en 1132, où il serait dit que ce système de numération était tombé dans l'oubli chez les nations occidentales, et que Gerbert et Hermann l'avaient remis en pratique.

Je ne vois d'in vraisemblable dans tout cela que l'idée de M. Chasles d'attribuer une origine grecque ou latine à notre

système de numération et de pousser l'exagération de son système jusqu'à se demander sérieusement, à propos de l'*Arenaire* si Archimède ne connaissait pas le système de l'Abacus.

Si M. Charles avait seulement voulu dire qu'Archimède connaissait l'Αβαξ comptoir, damier, buffet, qui est dénommé dans le premier vers du *jardin des racines grecques*, sorte de machine à calculer dont on a retrouvé des spécimens dans diverses contrées, notamment à Salamine, qui paraît avoir été employée à peu près partout dans l'antiquité, par les commerçants, et qui l'est encore en Chine, son hypothèse serait plus que probable. Mais je ne pense pas que ce soit ce qu'a voulu dire M. Charles, car alors il ne s'agirait plus d'un fait scientifique comparable à l'invention de la méthode qui permit d'écrire tous les nombres avec neuf caractères seulement et le zéro.

Il ne s'agit pas en effet de la numération parlée des Grecs, qui fut toujours décimale, il s'agit de leur numération écrite. Or que les Abax, dans les colonnes ou les rainures desquels on faisait mouvoir des cailloux ou des jetons portant des marques distinctives, rappelassent la numération parlée décimale, cela n'aurait même pas lieu d'étonner, mais ne prouverait rien pour la numération écrite.

Au reste, on voit quelquefois les nations perfectionner leurs méthodes, jamais on ne les voit en changer totalement les bases. Je suis assurément bien éloigné de vouloir faire aux Grecs, même à Pappus et à Eutocius, l'injure de croire qu'ils n'eussent pas été mille fois capables d'inventer le système décimal de numération, avec les neuf chiffres et le zéro, si leur manière d'être et de penser les eût davantage portés aux spéculations arithmétiques. Il ne faut pas pour cela beaucoup de génie et ils auraient pu en re-

vendre aux Latins de la décadence, aux Hindous, aux Arabes et à tous nos abacistes; ce qu'il fallait c'était une certaine disposition d'esprit, dépendant d'une certaine conformation cérébrale.

Si les Grecs avaient eu l'idée de réformer leur système de numération, ils n'auraient certainement pas imaginé des signes particuliers pour représenter les neuf premiers nombres. Ils auraient pour cela conservé leurs neuf premières lettres, dont l'usage était populaire, et les auraient simplement reproduites aux dizaines, au lieu de prendre les lettres suivantes, devenues inutiles, par l'invention du zéro. C'est toujours ainsi que se fait le progrès dans l'intérieur d'une même nation : car il faut nécessairement enter le nouveau sur l'ancien, pour le faire accepter; l'histoire des novateurs le dit assez : tous ceux qui n'ont pas suivi ce précepte ont été lapidés, pendus, brûlés, ou au moins torturés, physiquement ou moralement.

La partie mathématique des œuvres de Boèce a été publiée à Leipzig en 1867 par G. Friedlin.



ANTHEMIS.

(Né à Tralles en Lydie, mort à Constantinople en 517.)

Il fut appelé à Constantinople par l'empereur Justinien pour y construire l'église de Sainte-Sophie. On lui attribue une expérience sur la force élastique de la vapeur d'eau et le sifflement qu'elle produit en s'échappant par une petite ouverture. Il paraît avoir eu l'idée d'employer la propriété de la tangente à l'ellipse,

par rapport aux rayons vecteurs menés des foyers au point de contact, pour construire un réflecteur ellipsoïdal.

Il a laissé un ouvrage intitulé *Des engins merveilleux*.



ARYABHATA.

(Né en 476, mort vers 550.)

Il habitait la *Cité des fleurs*, Pataliputra, aujourd'hui Patna, où l'on suppose qu'il enseignait les Mathématiques. Pataliputra avait été la capitale d'un empire puissant fondé, peu après la mort d'Alexandre, par un Hindou nommé Candragupta : Σανδράγουτος d'après Justin qui rapporte le fait : et le roi d'Égypte avait envoyé à ce chef un ambassadeur nommé Mégasthène. Ces faits permettent de conclure à des relations plus ou moins suivies entre les Hindous et les Grecs d'Alexandrie.

L'ouvrage que nous a laissé Aryabhata est intitulé *Aryabhatihyam* ; il a été publié en sanscrit, sans traduction, à Leyde, en 1874, par le docteur Kern. Il est divisé en quatre parties intitulées *Harmonies célestes, Éléments de calcul, Du temps et de sa mesure, Les sphères*.

Cet ouvrage, écrit en vers, destinés sans doute à être appris par cœur dans les écoles par les élèves et commentés par les maîtres, ne se compose que d'énoncés souvent peu clairs, mais il nous est parvenu avec le commentaire d'un nommé Paramadigvara, et, quoique ce commentaire soit, à ce qu'il paraît, peu clair lui-même et quelquefois erroné, il a permis du moins de suppléer au laconisme d'Aryabhata.

La première et les deux dernières parties se rapportent, comme

l'indiquent leurs titres, à l'Astronomie et incidemment à la Trigonométrie; la seconde présente pour nous beaucoup plus d'intérêt, et heureusement M. Léon Rodet, ingénieur des manufactures de l'État, en a publié à Paris, en 1879, une traduction en français, fort bien faite, qui ne s' permettra d'en donner une analyse complète.

Ce Chapitre, dont M. Léon Rodet a joint le texte sanscrit à sa traduction, ne tient dans cette langue que trois pages et demie; il se compose de trente-trois énoncés de règles ou de théorèmes que nous ne reproduirons pas tous, parce qu'ils ne présentent pas tous de l'intérêt.

Les connaissances d'Aryabhata en Arithmétique et en Algèbre paraissent assez étendues et assez sûres; mais son ignorance en Géométrie est vraiment extraordinaire. Ainsi il donne pour mesure du volume de la pyramide *la moitié* du produit des mesures de la base et de la hauteur, et pour mesure du volume de la sphère, le produit de la mesure de la surface d'un grand cercle par la racine carrée de cette mesure, c'est-à-dire

$$= R \sqrt{\pi}.$$

Toutefois il donne une valeur remarquablement approchée du rapport de la circonférence au diamètre: « Ajoutez, dit-il, 4 à 100, multipliez par 8, ajoutez encore 62 000; voilà, pour un diamètre de deux myriades, la longueur approchée de la circonférence au diamètre. »

Ainsi il fait π égal à

$$\frac{62832}{20000} \quad \text{ou} \quad 3,1416.$$

M. Léon Rodet pense que cette valeur doit avoir une origine

grecque, parce que les Grecs seuls se sont servis de la myriade dans leur numération. Je ne vois pas à quel Grec on pourrait en attribuer le calcul, mais je vois que M. Léon Rodet croit comme moi qu'il aurait existé, même avant le v^e siècle, des relations entre les Grecs et les Hindous. Voici au reste les preuves qu'il veut bien m'en donner : 1^o Alexandre le Grand avait laissé en Bactriane et en Aryane (Afghanistan et Caboul actuels) des royaumes gouvernés par des Grecs et dans lesquels l'élément grec se développa ; 2^o les monnaies des premiers souverains du Penjab, du Guzerate et du Surashtra (Sourath des Anglais), datant du 1^{er} et du 3^e siècle, sont dues à des artistes grecs. Celles du 1^{er} et du 3^e siècle présentent même encore des vestiges d'inscriptions grecques ; 3^o la terminologie astronomique des Hindous emploie plusieurs mots grecs ou traduits du grec ; ainsi Varāha-Mihira, contemporain d'Aryabhata, astrologue du Mahārājā d'Ujjayini Oojin des Anglais, a intitulé son principal ouvrage *Brhat-Sanhitā*, traduction littérale de μεγάλη συνήτης.

M. Léon Rodet démontre très bien qu'Aryabhata savait résoudre l'équation complète du second degré à coefficients indéterminés.

Aryabhata énonce en effet la formule générale de résolution de cette équation à propos du calcul du nombre des termes d'une progression par différence dont on donne le premier terme, la raison et la somme des termes. Ce problème de kyrielles intéressait, à ce qu'il paraît, les Hindous, probablement pour l'observation des rites de leur religion.

L'équation à résoudre serait

$$S = n(a + \frac{n-1}{2}r).$$

et la valeur que l'on en tire pour n peut se mettre sous la forme

$$n = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{2a}{r} \sqrt{\frac{2a}{r} r^2 - 8Sr} \right);$$

or. Aryabhata dit, en traduisant la formule à rebours, suivant l'usage indien, mais, à la vérité, en un langage tel qu'il a fallu une certaine sagacité pour démêler le sens de la phrase :

« Multipliez la somme par huit fois la raison, ajoutez le carré de l'excès de deux fois le premier terme sur la raison, prenez la racine carrée, retranchez deux fois le premier terme, divisez par la raison, ajoutez 1 et prenez la moitié, voilà le nombre des termes. »

Il est probable que la résolution de l'équation du second degré avait été obtenue dès avant Aryabhata, mais je crois qu'on n'a pas encore trouvé de traces de la marche que les Hindous avaient suivie d'abord pour y arriver. Leur démonstration était sans doute celle que nous a transmise Mohammed ben Musa Al-Kharizmi et qui a été reproduite plus tard avec des modifications diverses, mais peu importantes, par Léonard de Pise et par Cardan. Ils l'auraient plus tard, paraît-il, dégagée de considérations géométriques.

Aryabhata donne ensuite la formule de la somme des carrés des n premiers nombres entiers, et celle de la somme de leurs cubes.

Le dernier terme, celui-ci plus un, celui-ci plus le nombre des termes : du produit de ces trois nombres prenez le sixième, c'est le volume de la pile des carrés. C'est bien notre formule

$$\sum_1^n n^2 = \frac{n(n+1)}{2} \cdot \frac{2n+1}{6}.$$

Le carré de la pile est le volume de la pile des cubes. C'est-à-dire

$$\sum_1^n n^2 = \left(\frac{n(n+1)}{2} \right)^2.$$

L'ouvrage se termine par la résolution en nombres entiers des équations indéterminées du premier degré.

On trouve, dans deux strophes qui précèdent celles que nous venons d'analyser, une méthode pour calculer une table des sinus de $3^\circ \frac{1}{4}$ en $3^\circ \frac{1}{4}$.

Pourquoi $3^\circ \frac{1}{4}$? Aryabhata dit : « Divisez le quart de la circonférence au moyen d'un triangle et d'un quadrilatère, vous aurez sur le rayon toutes les demi-cordes d'arcs que vous voudrez. » Cela, je crois, veut dire : Inscrivez dans le quadrant trois cordes égales, puis quatre; les premières sous-tendront 30° et les secondes $22^\circ \frac{1}{2}$; la distance des deux premiers points de division sera donc $7^\circ \frac{1}{2}$, dont la moitié est $3^\circ \frac{1}{4}$; ainsi la demi-corde de l'arc joignant les deux premiers points de division sera le sinus de $3^\circ \frac{1}{4}$.

Il serait facile de calculer le sinus de cet arc qui est

$$\frac{1}{2} \sqrt{2 - \sqrt{3} \sqrt{2 - \sqrt{2} - \sqrt{2}}} = \frac{1}{2} \sqrt{2 - \sqrt{3} \sqrt{2 - \sqrt{2} - \sqrt{2}}};$$

mais il faudrait pour cela employer la formule de bissection, qu'Aryabhata ne connaissait peut-être pas; il prend simplement l'arc de $3^\circ \frac{1}{4}$ pour son sinus. C'est-à-dire que, $3^\circ \frac{1}{4}$ valant $225'$, Aryabhata divise son rayon en minutes, comme les Grecs, et en compte 225 pour le sinus de $3^\circ \frac{1}{4}$. Nous verrons tout à l'heure qu'il suppose dans le rayon 3438 parties ou minutes.

Ainsi, ce n'est pas parce que le sinus de $3^\circ \frac{1}{2}$ peut être obtenu par le calcul qu'Aryabhata prend cet arc pour point de départ de sa table. Il est probable que c'est simplement parce que l'arc en question est facile à construire au moyen de la règle et du compas.

Il est curieux d'observer que l'Arabe espagnol Arzachel, qui vivait en 1100, s'est arrêté au même arc $3^\circ \frac{1}{2}$. On peut, je crois, voir dans ce fait la preuve que la Trigonométrie des Hindous s'était répandue à cette époque parmi les Arabes.

Nous n'avons pas l'ouvrage où Arzachel expliquait la construction de sa table de sinus, mais Purbach nous en a transmis une analyse et s'est appliqué à développer l'idée d'Arzachel; d'ailleurs, Régiomontanus, son disciple, est revenu sur la méthode de Purbach, et en a étendu l'usage, de sorte que nous la connaissons assez bien.

Arzachel n'avait pas parfaitement compris le procédé d'Aryabhata, qui, du reste, s'il le comprenait lui-même, n'en a pas laissé la preuve, pas plus que les Hindous, ses successeurs, qui l'ont tous adopté. Le procédé d'Arzachel nous raisonnons dans l'hypothèse ou il aurait voulu suivre les traces d'Aryabhata, ne vaut pas celui de son maître.

Nous avons dit qu'Aryabhata fait le sinus de $3^\circ \frac{1}{2}$ égal à 225: la règle qu'il donne pour former les sinus des multiples de $3^\circ \frac{1}{2}$ se traduit par la formule.

$$\sin m \quad + \quad a \quad \sin ma = \sin ma \quad \sin m \quad + \quad a \quad \frac{\sin ma}{\sin a},$$

a désignant $3^\circ \frac{1}{2}$, et tous les sinus étant, bien entendu, exprimés en parties du rayon, divisé comme nous l'avons dit et comme cela va être expliqué un peu plus clairement.

Cette règle, appliquée de proche en proche, donne de la manière la plus simple les moyens de construire la table suivante, que M. Léon Rodet a tirée du premier chapitre de l'*Aryabhatthiyam* c'est-à-dire des *Harmonies célestes*.

Ans.	Sin.	Différences
0	0	225
3 3/4	225	224
7 1/2	449	224
11 1/4	671	224
15	890	225
18 3/4	1105	219
22 1/2	1315	215
26 1/4	1520	212
30	1719	211
33 3/4	1910	185
37 1/2	2093	174
41 1/4	2267	164
45	2431	154
48 3/4	2585	147
52 1/2	2728	141
56 1/4	2859	136
60	2978	129
63 3/4	3084	125
67 1/2	3177	121
71 1/4	3259	115
75	3321	111
78 3/4	3372	107
82 1/2	3409	103
86 1/4	3431	100
90	3438	

On voit, par cette table, qu'Aryabhata ne tient pas énormément à obtenir une grande approximation pour les valeurs de ses sinus, car il ne prend pour valeur de chaque différence que la partie entière du quotient

$$\frac{\sin ma}{\sin a}$$

peut-être ne croyait-il pas beaucoup lui-même à l'exactitude de sa formule.

La table donne, comme on voit, pour la valeur du rayon, qui est le sinus de 90° ,

$$3438.$$

Ainsi, par une singularité vraiment hindoue, le nombre des divisions du rayon n'a pas été choisi à l'avance. C'est un résultat. Mais ce résultat est d'une exactitude tellement extraordinaire qu'elle va nous mettre forcément sur la voie des idées de l'auteur et nous faire connaître les recherches qu'il a dû faire pour préparer sa formule d'interpolation.

Si Aryabhata fait le sinus de $3^\circ \frac{1}{4}$ égal à 225, nombre de minutes contenues dans $3^\circ \frac{1}{4}$, c'est évidemment parce qu'il regarde le sinus comme égal à l'arc; il mesure donc les arcs par les nombres de minutes qu'il contiennent; par conséquent la demi-circonférence, pour lui, est représentée par

$$180 \times 60 = 10800;$$

en conséquence le rayon doit être

$$\frac{10800}{\pi}.$$

Or, en divisant 10800 par 3.1416, on trouve

$$3438,$$

à une demi-unité près.

Cette coïncidence ne peut pas être fortuite, et bien certainement la condition de tomber sur la valeur 3438 pour le sinus de 90° a été celle que s'est imposée avant tout Aryabhata dans la construction de sa formule d'interpolation.

Cela posé, il est facile de voir comment il a nécessairement du raisonner pour y parvenir :

Il est évident que, si l'on considère des arcs en progression arithmétique à partir de zéro, tandis que la différence de ces arcs reste constante, la différence des sinus correspondants diminue sans cesse ; par conséquent

$$\sin(m+1)a - \sin ma = \sin ma - \sin(m-1)a,$$

moins quelque chose.

Cette chose inconnue varie en même temps que $\sin ma$; il est donc naturel de la représenter par

$$K \sin ma ;$$

c'est la formule linéaire d'interpolation, c'est la formule de Mariotte, de Gay-Lussac, de tout le monde.

Mais les sinus d'Aryabhata ne sont pas les nôtres : ils sont essentiellement conventionnels, grands ou petits, suivant le nombre de divisions du rayon ; $\sin ma$ ne signifierait rien par lui-même, c'est $\frac{\sin ma}{\sin a}$ qui indique l'étendue du champ déjà parcouru.

Aryabhata a donc dû se dire qu'il valait mieux écrire

$$\sin(m+1)a - \sin ma = \sin ma - \sin(m-1)a + K \frac{\sin ma}{\sin a}.$$

Arrivé là, comme on pourrait sans peine faire dix fois le calcul de la table des 24 sinus en un jour, il a dû essayer quelques valeurs de K et il a trouvé sans difficulté que l'hypothèse $K = 1$ donnait

$$R = 3438.$$

Voilà ce qui est probable.

Cependant il est possible, à la rigueur, qu'Aryabhata ait été beaucoup plus malin. Il est vrai qu'il faudrait lui supposer alors une adresse bien extraordinaire pour son temps.

La formule d'interpolation d'Aryabhata, en effet, ne donne pas seulement d'une manière exacte, dans les limites, bien entendu, des approximations numériques, la valeur du sinus de $90'$; elle donne tout aussi exactement les valeurs des sinus de tous les arcs de la série! Elle est, théoriquement, d'une exactitude absolue! Aryabhata l'a-t-il su? Je l'ignore. Ce qu'il y a de certain, c'est que Purbach ni Régiomontanus ne s'en sont aperçus.

Peut-être Delambre le savait-il, car il dit, page xxxi de son *Introduction à l'Histoire de l'Astronomie du moyen âge* :

« Cette construction (de la table des sinus) qui suppose une formule inconnue aux Grecs et aux Arabes, est si nouvelle pour nous, que j'ai cru, pendant plus de dix ans, en être le premier auteur. Elle est accompagnée d'une théorie très incomplète, qui a fait que la table indienne ne procède que de $3^{\circ} \frac{1}{2}$ en $3^{\circ} \frac{1}{2}$. Si les Indiens avaient bien compris leur méthode différentielle, ne s'en seraient-ils pas servis pour avoir une table complète, ou, du moins, de degré en degré? Ils n'ont donc pas bien senti l'importance de la méthode. Ils n'ont pas su l'appliquer. »

Mais je n'ai trouvé dans Delambre d'autres traces de la méthode à laquelle il fait allusion dans le passage qui précède, que ce qu'il en dit dans l'article consacré à Purbach; or la méthode de Purbach n'est pas celle d'Aryabhata, ce qui me fait croire que Delambre n'avait pas sous les yeux la formule d'Aryabhata, qui, sans doute, n'avait pas encore été donnée exactement.

Quoi qu'il en soit, il est facile de démontrer, comme je l'ai dit

plus haut, que la formule d'interpolation hindoue donnerait des résultats rigoureusement exacts si les calculs numériques pouvaient être faits avec une approximation indéfinie.

En effet, remarquons d'abord que si l'on veut la traduire en langage moderne, comme le rayon peut être un nombre quelconque, il faudra l'écrire sous la forme

$$R \sin(m + a) = R \sin ma + R \sin ma + R \sin m + a \sin ma$$

R désignant le nombre des parties du rayon, et les sinus qu'elle contient étant, maintenant, ceux que nous appelons *sinus naturels*.

Cela posé, si on développe l'équation, $R \cos ma \sin a$ disparaît dans les deux membres et, en divisant tous les termes par $\sin ma$, on trouve

$$2R \sin \alpha' = \cos \alpha' = 1.$$

Ainsi pour que la formule donne des résultats absolument exacts, il suffit que R et α satisfassent à la condition

$$2R \sin \alpha = \cos \alpha + 1,$$

C'est-à-dire que, quel que soit le nombre de divisions que l'on forme dans le rayon, il y aura toujours un angle α , raison de la progression des angles, tel que la formule d'interpolation fournisse d'elle-même des valeurs rigoureusement exactes pour les sinus de tous les angles contenus dans cette progression.

Et, réciproquement, quelle que soit la raison de la progression des angles que l'on veut insérer dans la table, il y aura toujours pour le rayon un nombre de divisions tel que la formule d'interpolation donne des résultats rigoureusement exacts.

Si l'on se donnait le nombre de divisions du rayon, il faudrait, pour trouver $\sin a$ ou $\cos a$, résoudre une équation du troisième degré; tandis que, si l'on se donne l'angle, ou son sinus et son cosinus, on aura immédiatement

$$K = \frac{1}{2 \sin a + 1 - \cos a}.$$

Ce n'est pas ainsi que s'y prend Aryabhata, et c'est, je crois, une preuve non seulement que sa théorie n'était pas complète, mais qu'il n'a dû arriver à l'hypothèse $K = 1$ que par des tâtonnements, en cherchant à arranger la formule

$$\sin(m+1)a = \sin ma + \sin ma - \sin(m-1)a = K \frac{\sin ma}{\sin a},$$

de façon qu'avec $\sin a = 0.25$ pour point de départ, elle donnât en définitive

$$\sin 90^\circ = 3438,$$

3438 ayant été préalablement obtenu au moyen de la valeur de π .

Je ferai encore remarquer qu'en supposant à Aryabhata les connaissances nécessaires pour se rendre bien compte de sa méthode, on serait fort embarrassé pour expliquer comment, au lieu de tomber sur sa singulière formule, il ne serait pas parvenu, ce qui était plus facile, à celle de Simpson, qui revient à la sienne

$$\sin(m+1)a = \sin ma + \sin ma - \sin(m-1)a = K \sin ma,$$

dans laquelle

$$K = 2(1 - \cos a).$$

et qui convient à toutes les suites d'angles en progression par différence, sans aucune condition.

Quoi qu'il en soit, on est obligé d'accorder à Aryabhata soit des connaissances assez étendues en Trigonométrie, soit une sagacité bien extraordinaire et encore plus méritoire que la connaissance de quelques formules.

La condition

$$2R \sin a + \cos a = 1$$

peut s'écrire

$$4R \sin a \sin^2 \frac{1}{2} a = 1,$$

et, si l'angle a est assez petit, on peut y remplacer $\sin^2 \frac{1}{2} a$ par $\frac{1}{4} \sin^2 a$.

Elle devient alors

$$R \sin^2 a = 1.$$

Si l'on y substitue les nombres d'Aryabhata, c'est-à-dire $\frac{225}{5438}$ pour $\sin a$ et 3438 pour R , le premier membre se réduit à

$$\frac{225^2}{3438^2},$$

ou

$$\frac{11390625}{11819844}.$$

On voit que la condition n'est pas exactement remplie, mais qu'il s'en faut de bien peu.

Aryabhata était-il déjà en possession de la numération décimale écrite? On a longtemps mis en avant, dit M. Léon Rodet, deux preuves qui paraissaient résoudre la question négativement,

mais des découvertes plus récentes ont aujourd'hui pencher la balance vers l'affirmative.

Aryabhata, a-t-on dit, ne connaissait pas la numération décimale écrite, puisqu'il en a imaginé une autre. D'après M. Léon Rodet, cette nouvelle notation n'aurait été inventée que dans le but unique de faire entrer dans des strophes versifiées les tables des données numériques utiles à l'Astronomie, et l'explication donnée par Aryabhata lui-même de son système supposerait expressément les nombres préalablement écrits dans le système décimal; il serait encore plus explicite dans son exposition de la méthode pour l'extraction des racines carrées, où il parlerait d'ajouter, au *bes an*, deux zéros à la droite du nombre, déjà séparé en tranches de deux chiffres.

D'un autre côté, jusqu'à la fin du *v*^e siècle, les inscriptions trouvées dans l'Inde proprement dite, Hindoustan, Guzerate et Surâshtra sont datées en chiffres hiératiques, c'est-à-dire que les mêmes nombres d'unités, de dizaines, de centaines, etc., sont représentés par des caractères différents, sans zéro, par conséquent; et ce n'est que depuis le *viii*^e siècle qu'on voit apparaître, dans les mêmes contrées, les chiffres décimaux et le zéro. Mais on a trouvé, au Cambodge et à Java, des inscriptions datées en chiffres, avec le zéro, qui remontent jusqu'à 669.

En tout cas, de nombreuses inscriptions prouvent que les chiffres décimaux étaient d'un usage courant dans toute l'Inde, du temps où le khalife Al-Mamoun envoya plusieurs savants, de ses sujets, s'enquérir de l'état des connaissances scientifiques des Hindous. Or c'est là ce qu'il importait le plus de savoir.



EUTOCIUS D'ASCALON.

V. S. 1161.

Eutocius fut l'un des derniers successeurs de Platon à la tête de l'École d'Athènes. Il vivait sous le règne de Justinien.

Il a laissé des commentaires sur Apollonius de Perge et sur Archimède. Ses commentaires sur Apollonius ont été joints par Halley au texte de l'auteur des *Coniques*. Les commentaires sur Archimède ont été publiés à part (Bâle, 1544), et reproduits dans l'édition d'Oxford. On y trouve des notions exactes sur les procédés en usage dans l'école d'Alexandrie pour les calculs numériques. Eutocius explique longuement les règles relatives à la multiplication et à la division des nombres entiers joints à des fractions. Il traite aussi des racines carrées; nous avons vu que Théon d'Alexandrie avait donné la règle pour leur extraction.

La numération écrite d'Eutocius est celle des anciens Grecs; en sorte qu'il y a lieu de penser qu'il n'avait pas entendu parler de celle dont on attribue la connaissance à Boèce.



DIOPHÈS.

S. 1162.

Il inventa la cissoïde pour arriver à la solution du problème de l'insertion de deux moyennes proportionnelles entre deux longueurs données.



DIONYSIDORE.

N. 1. Colonne 1. et 2. et 3.

Il donna la première solution de ce problème qui avait occupé Archimède : Partager un hémisphère en parties proportionnelles à des nombres donnés, par un plan parallèle à la base; mais on ne sait quelles courbes il y employait.



BRAHMA-GUPTA.

N. 1. Texte sous le premier chapitre du 1. et 2.

M. Colebrooke a reconnu que deux chapitres, le XII^e et le XVIII^e, d'un ouvrage astronomique de Brahma-Gupta, intitulé *Brahma-Sphûta-Siddhânta*, Traité d'Astronomie de Brahma, corrigé, étaient l'un un traité d'Arithmétique, *Ganita*, et l'autre un traité d'Algèbre *Kuttakâ*; il en a publié une traduction en anglais en 1817.

On y trouve, en fait de Géométrie, les énoncés du théorème du carré de l'hypoténuse et du théorème, employé par Ptolémée, sur l'égalité entre la différence des carrés de deux côtés d'un triangle quelconque et la différence des carrés des segments du troisième côté, déterminés par la hauteur correspondante; la formule de la mesure de l'aire d'un triangle quelconque, ou d'un quadrilatère inscriptible, en fonction des mesures de ses côtés; une formule de l'aire du cercle, fondée sans doute sur cette remarque, qu'on sait d'ailleurs avoir été faite par les Hindous, que si l'on inscrit au cercle un polygone régulier d'un grand nombre pair de côtés, que l'on découpe tous les triangles composant ce

polygone, que l'on place séparément au bout les uns des autres et sur deux lignes droites les bases de la moitié des triangles et les bases de l'autre moitié, ce qui formera deux scies, enfin qu'on fasse pénétrer les deux scies l'une dans l'autre, on obtiendra un parallélogramme dont, à la limite, la surface sera égale à celle du cercle et qui aura pour base une droite égale à la demi-circonférence, avec une hauteur égale au rayon. Enfin Brahma-Gupta attribue au rapport de la circonférence au diamètre la valeur $\frac{16}{5}$, exactement, malgré l'une des propositions de l'*Ary-abhathiyam*.

Ce fragment de Géométrie est complété par les formules des mesures des surfaces et volumes usuels.

Nous extrayons quelques énoncés de la traduction que M. Léon Rodet a bien voulu faire pour nous de ce fragment.

« La différence des carrés de deux côtés (d'un triangle), divisée par la base, ajoutée et retranchée à la base; les moitiés sont les segments; du carré d'un côté retranche le carré du segment (adjacent de la base), la racine est la cathète (la hauteur) », c'est-à-dire: Si a, b, c sont les trois côtés d'un triangle, h la hauteur abaissée du sommet C sur le côté c , m et n les segments de ce côté c ,

$$m = \frac{1}{2} \left(\frac{a^2}{c} - \frac{b^2}{c} - c \right) \quad \text{et} \quad n = \frac{1}{2} \left(\frac{a^2}{c} - \frac{b^2}{c} + c \right);$$

d'ailleurs

$$h = \sqrt{a^2 - m^2}.$$

Ptolémée faisait bien les mêmes calculs, mais ne connaissait pas les formules correspondantes: quant à Diophante, j'ai déjà fait la remarque que, connaissant la somme $m + n$ de deux nombres et la différence $m^2 - n^2$ de leurs carrés, il ne lui vient pas à l'esprit de diviser $m^2 - n^2$ par $m + n$, pour avoir $m - n$.

On verra plus loin que les Arabes ni les Italiens de la Renaissance n'y songèrent pas non plus.

« Quatre fois la demi-somme des côtés diminuée de chaque côté successivement, produit, racine, c'est le *fruit* exact », c'est-à-dire la surface du quadrilatère); cet énoncé est suivi de plusieurs autres à peu près incompréhensibles et dont quelques-uns au moins sont faux. Mais Brahma-Gupta fait un tel mélange de formules de *fruits* usuels et de *fruits* exacts, qu'on ne sait jamais en quelle part il prend chacune de celles qu'il donne.

L'ensemble de ces énoncés présenterait, d'après M. Chasles, la solution des deux questions suivantes :

1° Un quadrilatère étant inscrit au cercle, déterminer en fonction de ses côtés, son aire, ses diagonales, les perpendiculaires abaissées des extrémités d'un côté sur le côté opposé, les segments déterminés par ces perpendiculaires sur le second côté et le diamètre du cercle.

2° Construire un quadrilatère inscriptible dont l'aire, les diagonales, les perpendiculaires, les segments et le diamètre du cercle soient exprimés en nombres rationnels.

Il semble que Brahma-Gupta, au lieu d'aborder des questions si difficiles, aurait mieux fait d'étendre un peu le champ de ses recherches.

L'énoncé suivant en a inspiré plusieurs analogues à Léonard de Pise : « Deux ascètes vivent au sommet d'une colline haute de h et distante de mh de la ville voisine; l'un, pour se rendre à cette ville, descend la montagne (supposée à pic), puis continue son chemin par la route; l'autre s'élève dans les airs à une hauteur x et, de là, pique droit sur la ville; s'ils ont fait le même chemin, à quelle hauteur s'est élevé le second ».

La formule de x est

$$x = \frac{mh}{m+2},$$

et Brahma-Gupta la trouve exactement.

Il traite ailleurs des règles d'intérêt simple et exprime successivement le capital accumulé, le temps, l'intérêt et le capital placé, connaissant les trois autres quantités; il passe ensuite aux progressions arithmétiques et exprime le dernier terme, la somme des termes et le nombre de ces termes, connaissant la raison et deux des trois autres quantités; il trouve, comme Aryabhata,

$$n = \frac{2d - r + \sqrt{2d - r + 8S}}{2r}.$$

Il s'occupe ensuite de résoudre, en nombres entiers, les équations indéterminées du premier degré, par la méthode du plus grand commun diviseur.

La partie de l'ouvrage qui se rapporte à la Trigonométrie contient la table des sinus de $\frac{1}{2}^\circ$ en $\frac{1}{2}^\circ$, telle qu'elle avait été donnée par Aryabhata.

Une autre partie se rapporte à la solution de cette question : Étant donné un nombre entier n , non carré, trouver tous les nombres carrés dont les produits par n , augmentés de 1, fournissent des carrés; en d'autres termes, trouver toutes les solutions rationnelles de l'équation indéterminée

$$nX^2 + 1 = Y^2.$$

Voici la solution de Brahma-Gupta : On prend pour x^2 un nombre de la forme

$$\frac{4\gamma^2}{\gamma^2 - n},$$

alors

$$nx^2 = 1 + \frac{4n^2}{7^2} + \frac{7^2}{7^2} = \frac{7^2}{7^2} + \frac{4n^2}{7^2} + 1 = \frac{7^2}{7^2} + \frac{4n^2}{7^2} + \frac{7^2}{7^2}$$

par conséquent $nx^2 + 1$ est un carré.

Mais on ne sait comment Brahma-Gupta a raisonné pour arriver à cette solution.

La question avait été posée par Fermat à Wallis et à lord Brouncker, bien longtemps avant qu'on connût même le nom de Brahma-Gupta en Europe. Lord Brouncker avait alors donné la formule même de Brahma-Gupta.

Il serait impossible de méconnaître la rare habileté des Hindous dans les recherches relatives soit aux propriétés des nombres, soit aux transformations algébriques; mais si l'on considère d'une part leur quasi-nullité en Géométrie, et de l'autre la futilité des questions qu'ils se posent, on ne peut s'empêcher de les mettre infiniment au-dessous des géomètres grecs.

Leur prédilection pour les solutions entières ou rationnelles des problèmes indéterminés est surtout caractéristique. Il est difficile de comprendre par quelle oblitération cérébrale tous les mathématiciens d'une nation ont été amenés à ne considérer comme dignes de remarque, dans l'accomplissement d'un phénomène continu, que les points particuliers où les variables ont des valeurs commensurables, sans s'occuper autrement de la loi elle-même.

Il est juste, toutefois, de compter à l'avoir de Brahma-Gupta la formule de l'aire d'un quadrilatère inscrit : *La demi-somme des côtés est écrite quatre fois, on en retranche séparément les côtés, on fait le produit des restes; la racine carrée de ce pro-*

duit est l'aire de la figure (version de M. Chasles). On ne peut pas dire qu'il ait pris cette formule aux Grecs, qui ne l'ont pas connue, tandis qu'on peut très bien admettre que les Grecs de la décadence et les Arabes aient trouvé chez lui celle de l'aire d'un triangle en fonction de ses côtés.

M. Chasles remarque que l'idée, assez originale et assez fine, il me semble, pour être exclusivement hindoue, de désigner sous le nom de *sommet* l'un des côtés d'un quadrilatère, par rapport au côté opposé, pris pour base, et de déterminer le quadrilatère par cette base, les segments qu'y forment les perpendiculaires abaissées des extrémités du *sommet* et ces hauteurs, a été reproduite par Gerbert vers 970 : et il n'admet pas que la numération décimale ait pu être communiquée aux occidentaux par les Hindous. Cela me paraît être une contradiction.



BÉDA.

(Né vers 850, mort en 925.)

Il a laissé deux petits traités sur les premières opérations d'Arithmétique et quelques autres relatifs à la Géométrie et à l'Astronomie : *De circulis*; *De sphæra et polo*; *De astrolabio*; *De horologio*; etc.

Ses œuvres ont été imprimées à Londres, par Giles, en 1845, sous le titre *Venerabilis Bedæ opera quæ supersunt omnia*.



HÉMOALDE.

Même usage du vin et celui d'écrire vers 680.

Il a laissé un écrit intitulé *De rebus mathematicis* et consigné quelques éclipses qui ont été utilisées pour la vérification des dates. C'est à lui que Bède adressa sa lettre *De ratione quadrantis anni et bissexto*.



HÉRON LE JEUNE.

Né probablement à Constantinople au troisième siècle.

Montucla le place au viii^e siècle. M. Cantor au x^e.

Nous avons suffisamment parlé de sa *Géodésie*, à propos de Héron l'Ancien, nous n'y reviendrons pas. Un autre de ses ouvrages, *Nomenclatura vocabulorum geometricorum* a été traduit et publié par Dasypodius en 1576; il ne contient que des définitions et éclaircissements. Un troisième ouvrage attribué à Héron le Jeune et intitulé *Traité des machines de guerre*, a été inséré dans la collection des *Mathematici veteres*, publiée à Paris en 1693; il pourrait bien être de Héron l'Ancien.

Montucla le dit être curieux et intéressant.

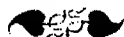
Enfin la Bibliothèque nationale possède en manuscrit un ouvrage intitulé *Les Géométries*, de l'un des Héron. Il serait bien à désirer que le Ministère de l'Instruction publique en fit publier une traduction.



ALCUIN.

Né à York, mort à Tours en 869.

Précepteur et ami de Charlemagne. Nommé à l'abbaye de Saint-Martin-de-Tours, il y établit une école célèbre. Ses œuvres ont été publiées à Ratishonne en 1777. On y trouve des *Propositiones arithmeticae ad acuendos juvenes*, dans le genre des propositions les plus simples de Diophante.



GEBER 'ABOU MOÏSSAH DIAFAH AL SOFI.

Né vers 1150, mort en 1240.

Roger Bacon l'appelle le maître des maîtres, et Cardan le place au nombre des douze plus subtils génies du monde.

La Bibliothèque nationale de Paris possède plusieurs ouvrages manuscrits de Geber : *Summa collectionis*; *Complementi secretorum naturæ summa perfectionis*; *Compendium*; *Testamentum*; *Fragmentum de triangulis sphaericis*; *Libri de rebus ad astronomiam pertinentibus*.

La bibliothèque de Leyde possède aussi de Geber : *Tractatus de inveniendâ arte auri et argenti*.

On voit par ses écrits qu'il connaissait l'acide nitrique et l'eau régale, le sel alcali, le sel ammoniac, le sel d'urine mélangé que Geber ne décomposait pas, le *crocus* de fer, la litharge, la pierre infernale, le sublimé corrosif et le précipité *per se*. Il connaissait l'art de purifier l'or et l'argent par la coupellation.

Déjà il regardait les gaz comme matériels et y voyait des agents importants dans la production des phénomènes chimiques.

Geber était alchimiste, c'est-à-dire croyait à la transmutation des métaux ; il explique sa croyance dans ces termes : « Prétendre à extraire un corps de celui qui ne le contient pas, c'est folie ; mais comme tous les métaux sont formés de mercure et de soufre, plus ou moins purs, on peut ajouter à ceux-ci ce qui est en défaut, ou leur ôter ce qui est en excès. Pour y parvenir, l'art emploie des moyens appropriés aux divers corps. Voici ceux que l'expérience nous a fait connaître : la calcination, la sublimation, la décantation, la solution, la distillation, la coagulation, la fixation et la procréation. Quant aux agents, ce sont les sels, les aluns, les vitriols, le verre, le borax, le vinaigre le plus fort et le feu. »

Une partie de ses ouvrages ont été imprimés à Leyde sous le titre *Gebri Arabis chimia*, etc.



ABDALLA AL-MAMOUN.

Calife de Bagdad, vers 811.

Fils d'Haroun Al-Raschid et petit-fils d'Abou Giafar Al-Mansor.

En accordant la paix à Michel III, empereur d'Orient, il stipula en sa faveur le droit de faire rechercher par toute la Grèce les ouvrages des philosophes et des savants. Il fit en effet traduire en arabe de nombreux ouvrages hébreux, syriaques et grecs, qu'il répandit parmi ses sujets.

Il chargea une commission de savants de vérifier la longueur attribuée par Ptolémée au degré du méridien ; mais cette commission, à son retour, n'apporta d'autre résultat que celui de Ptolémée. Al-Mamoun envoya ses astronomes recommencer les

operations, mais ils revinrent encore avec le même nombre.

Al-Mamoun, d'après Al-Fragan, aurait trouvé pour l'obliquité de l'écliptique $23^{\circ} 33'$; elle devait être alors de $23^{\circ} 36' 34''$. Il avait fait établir des gnomons et différents instruments près de Bagdad et près de Damas.



MUHAMMED-BEN-MUSA AL-KHARIZMI.

N. 2 de la province persane de Khwârizm, vers 793.

Son nom d'Al-Kharizmi, qu'on écrit aussi Al-Kwarizmi et Al-Kharezmi, lui vient de son lieu de naissance. Il avait été, jusqu'à ces derniers temps, confondu avec Mohammed-ben-Musa-ben-Schaker, et son *Traité d'Algèbre*, le premier qui ait été écrit chez les Arabes, et le premier aussi qui soit parvenu en Europe, avait toujours été attribué aux trois fils de Musa-ben-Schaker; une bibliographie arabe qu'on a déchiffrée naguère a fait reconnaître l'erreur, qui, du reste, avait peu d'importance. Al-Kharizmi se trouvant presque contemporain des fils de Musa-ben-Schaker.

Voici ce que dit à ce sujet M. Nesselmann, dans son *Algebra der Griechen* :

« M. Chasles ne semble pas avoir tiré parti avec assez d'attention des travaux de ses prédécesseurs; pour n'en citer qu'un exemple, il confond constamment deux mathématiciens arabes, appelés tous deux Mohammed-ben-Musa, dont le plus ancien est toujours nommé, par les Arabes, du nom de son pays, Al-Kharizmi, tandis que le plus jeune, pour le distinguer de l'autre, reçoit encore le nom de son grand-père et s'appelle Mohammed-ben-Musa-ben-Schaker. Je n'aurais pas parlé de cette erreur

s'il n'avait pas été facile à l'auteur de l'éviter, car déjà Cossali avertit de ne pas faire la confusion ».

Je le veux bien, mais l'erreur était consacrée par les témoignages de Léonard de Pise, de Lucas de Burgo, de Cardan, de beaucoup d'autres et enfin de Venturi et de Libri. Je ne voudrais assurément pas rabaisser le mérite de la découverte, mais je pense que les Allemands en auront beaucoup à faire de cette importance pour être dispensés de toute modestie.

Al-Kharezmi fut un des principaux savants qu'Al-Mamoun attira à sa cour et investit de missions scientifiques. Il paraît avoir été envoyé dans l'Inde pour en rapporter les connaissances scientifiques des Brahmes, mais on n'est pas certain qu'il ait dépassé l'Afghanistan. En tout cas, il n'aurait pas pris une connaissance bien exacte des travaux d'Aryabhata et de Brahma-Gupta, car il est certain qu'on ne trouve pas trace dans ces auteurs des méthodes géométriques qu'il emploie pour établir la formule de résolution de l'équation du second degré. C'est au reste une des preuves qu'il n'a pas visité les principaux centres intellectuels de l'Inde.

Outre son *Traité d'Algèbre*, dont une ancienne traduction latine a été publiée par M. Libri et dont M. Rosen a donné en 1831 une version anglaise avec le texte arabe, Al-Kharizmi a laissé un extrait d'un *Traité d'Astronomie*, d'après les Indiens, qu'il appelle *Sidhind* sans doute du mot Siddhanta et un *Traité d'Arithmétique*, dont M. Boncompagni pense avoir retrouvé, dans la Bibliothèque de Cambridge, une traduction intitulée *Algoritmi de numero Indorum*, qu'il a publiée en 1857.

C'est probablement du nom de notre auteur que s'est formé le mot *Algorithme*, qu'on trouve si fréquemment reproduit dans les

ouvrages du moyen-âge et de la Renaissance, mais défiguré sous toutes sortes de formes : *Alchoarismus*, *Alkauresmus*, *Alchocharithmus*, etc. M. Reinaud avait émis cette opinion en 1845, dans son *Mémoire sur l'Inde*, et tous les traités d'*Algorisme* découverts depuis cette époque ont confirmé cette hypothèse, mais surtout celui qu'a publié M. Boncompagni, où on lit presque à chaque alinéa : *dixit Algoritmi*.

D'un autre côté, c'est Al-Kharizmi qui a donné son nom à l'Algèbre.

« Le nom complet de la nouvelle Science, dit M. Rodet, est en arabe *Al-jèbr wa'l-muqâbala*; les Italiens l'ont traduit très exactement par *Scientia restorationis et oppositionis*, car 1° tous les Arabisants sont d'accord que *jabara* veut dire « *raccommoder un membre cassé, résoudre une fracture* » ce que prouve d'ailleurs le nom du chirurgien en espagnol, *Algebrista*; 2° tous les dictionnaires arabes et persans et Cossali lui-même disent qu'en mathématiques, *jabara* signifie « *rendre entière une fraction* ».

« Les Indiens commençaient toujours par chasser les dénominateurs de leurs équations; ainsi ils ramènent l'équation du second degré à la forme

$$ax^2 + bx + c = 0,$$

b et c pouvant être positifs ou négatifs, et c'est cette pratique qu'Al-Kharizmi a désignée par *Al-jèbr* (résolution de la fracture). Ensuite les Hindous soustraient de part et d'autre les quantités égales et c'est ce qu'Al-Kharizmi a rendu par *Al-muqâbala*, car *qâbala* veut dire « mettre en parallèle, en pendant ».

« Mais Diophante ne chasse pas les dénominateurs et dis-

M. Mamm. — *Histoire des Sciences*, II.

tingue en deux règles séparées, la *compensation des parties déficientes* et l'*ablation des parties additives*; et Al-Kharizmi, disciple à la fois des Hindous et de Diophante, fait souvent confusion, c'est-à-dire applique aux opérations indiquées par l'algébriste grec les mots *Al-jèbr* et *Al-muqābala*, traductions en arabe des mots employés par les Hindous pour désigner les deux opérations qu'ils effectuent.

Al-Kharizmi, pour les confondre, a pensé sans doute que « combler un déficit » ou « ajouter un manquant », c'était bien « raccommoder »; quoi qu'il en soit, c'est de cette erreur d'Al-Kharizmi que seraient nés la confusion qui a régné jusqu'ici dans l'interprétation des mots *Al-jèbr wa'l-muqābala*, ainsi que le désaccord qui séparait à cet égard les lexicographes des mathématiciens; du reste, la confusion était encore augmentée parce que l'on voyait Al-Kharizmi employer d'autres mots que *jabar* pour exprimer l'opération de rendre entière une fraction. »

Le *Traité d'Algèbre* d'Al-Kharizmi a été traduit en latin, on ne sait trop à quelle époque, sous le titre :

Verba filiorum Moysi filii Schaker, Mahumeti, Hameti. Haxen.

C'est sans doute ce qui a donné lieu à l'erreur qui a si longtemps duré sur le véritable auteur de ce traité. La copie manuscrite de cet ouvrage que M. Libri avait découverte à la Bibliothèque nationale, était bien intitulée :

Liber Maumeti filii Moysi AlCHOARISMI de Algebra et Almu-chabala.

Mais la différence des titres, à ce qu'il paraît, n'avait pas donné l'éveil.

C'est dans le premier volume de son *Histoire des Mathéma-*

tiques en Italie que M. Libri a inséré la traduction latine qui existait à la Bibliothèque Nationale.

Cet ouvrage est très important pour l'histoire, parce qu'il formera la base des travaux de Léonard de Pise, de Lucas de Burgo, de Tartaglia et de Cardan. Nous allons en donner l'analyse, en nous servant de la traduction publiée par M. Libri.

Cette traduction n'est, à ce qu'il paraît, pas complète, mais elle contient toute la méthode et nous suffira.

L'ouvrage se compose de quatre parties principales et d'une cinquième qui n'est qu'un recueil de problèmes dont nous extrairons seulement quelques énoncés.

Les quatre parties qui touchent à la méthode sont tellement disparates qu'elles ne paraissent pas avoir même origine.

La première contient sans démonstration les énoncés des règles de résolution des équations du second degré dans les six cas correspondants aux formules modernes :

$$x^2 = q,$$

$$x^2 = px,$$

$$x = q,$$

$$x^2 = px + q,$$

$$x^2 + q = px,$$

$$x^2 = px - q.$$

La troisième partie contient, avec tous les détails convenables, la théorie de la multiplication d'un binôme par un binôme, dans les quatre cas correspondants à nos formules modernes :

$$x + h \quad x + k,$$

$$x + h \quad x - k,$$

$$x - h \quad x + k,$$

$$x - h \quad x - k;$$

les démonstrations, il est vrai, n'y existent pas à proprement parler, mais elles sont remplacées par des explications à peu près suffisantes et telles que l'on peut imaginer que l'auteur se rend directement compte des règles qu'il énonce et non plus seulement par application des théorèmes d'Euclide sur la composition d'un rectangle dont les côtés sont des sommes ou des différences de lignes.

Il serait évidemment impossible d'hésiter à admettre que l'auteur eût été embarrassé par le cas où les deux facteurs multipliés entre eux auraient été égaux.

Il est par trop facile de passer des produits

$$x + h \quad x + k,$$

ou

$$x - h \quad x - k,$$

aux carrés

$$x + h^2,$$

et

$$x - h^2.$$

La première et la troisième partie, rapprochées l'une de l'autre, comprenaient donc toute la théorie des équations du second degré, la première fournissant les formules de résolution et la troisième les moyens de les vérifier, par la substitution.

On peut dire même qu'il ne restait pour ainsi dire rien à faire pour amener la théorie de la résolution des équations du second degré à son état actuel, dès qu'on était arrivé à la pleine possession des formules et des moyens de les vérifier. Il n'y avait tout au plus qu'un petit renversement à faire.

Mais cette première et cette troisième partie n'ont pas d'appli-

cation dans l'Algebre d'Al-Kharizmi. La résolution de l'équation du second degré complète, dans les trois cas qu'elle présente, en est absolument indépendante; elle s'obtient, dans la seconde partie, par des combinaisons de figures, de l'espèce des casse-têtes, qui n'ont plus rien de commun avec l'Algèbre proprement dite.

Quant à la quatrième partie, c'est un mélange bizarre de règles enfantines pour obtenir la somme ou la différence de deux expressions composées du carré de l'inconnue, de l'inconnue et d'un nombre, et d'une ébauche de la théorie des règles du calcul des radicaux du second degré.

Il paraît impossible d'admettre que les quatre parties aient pris naissance dans la même cervelle.

Je crois que la première, la troisième et la quatrième sont d'origine arabe, imaginées ou reproduites par Al-Kharizmi; mais que la deuxième a une origine bien plus ancienne; elle serait sans doute due aux Hindous, antérieurs à Aryabhata.

Quoi qu'il en soit, je vais d'abord reproduire cette deuxième partie avec les détails qu'elle mérite, en raison de son extrême originalité.

Nous passons les cas trop faciles où l'équation est incomplète, et nous nous bornons à l'examen des trois cas où l'équation est de l'une des formes

$$x^2 + px = q,$$

$$x^2 = q + px,$$

et

$$px = q + x^2;$$

le carré de l'inconnue s'appelle *census*, l'inconnue s'appelle *radix* ou *res*; quant au terme constant q , c'est toujours un nombre de

dragmes. ce qui n'indique pas des préoccupations géométriques bien exclusives.

PREMIER CAS.

L'équation à résoudre est de la forme

$$x^2 + px = q,$$

l'exemple proposé est que *census* et dix *radices* égalent trente-neuf dragmes. c'est-à-dire

$$x^2 + 10x = 39.$$

La méthode, dans les trois cas, consiste à supposer *census* connu et représenté par un carré; la question est de trouver *radix*, d'après les conditions du problème.

Le cas comporte deux méthodes.

Première méthode. — Supposons que *census* soit représenté par le carré ABCD *fig. 2*.

Fig. 2.



Chacun des côtés de ce carré sera donc *radix*. Prenons DE égal au quart du nombre 10 des *radices* et formons les quatre rectangles égaux DEFC, CGHB, BJKA, enfin ALMD, la figure entière représentera

Census et 10 radices,

qui doivent former 39. Mais si l'on y ajoute les quatre petits carrés marqués en pointillés aux quatre coins de la figure et qui valent

$$4 \text{ fois } 2\frac{1}{2} \text{ au carré,}$$

c'est-à-dire

$$4 \text{ fois } 6\frac{1}{4},$$

ou

$$25,$$

on obtiendra un nouveau carré valant

$$39 \text{ et } 25 \text{ ou } 64.$$

Le côté de ce carré vaudra donc

$$8,$$

c'est-à-dire que *radix* et 5 font

$$8$$

et que, par conséquent, *radix* est

$$3;$$

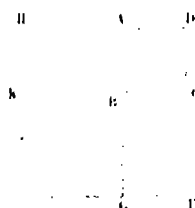
d'où l'on voit que

$$\text{radix} = \sqrt{39 + 25} = 8.$$

Seconde méthode. — *Census* est encore le carré ABCD, et *radix* est l'un de ses cotés (fig. 3);

On prend CF et AH égaux à la moitié seulement du nombre

Fig. 3.



10 des *radices* et on achève les deux rectangles $CFGB$ et $AHKB$; la figure entière représente

Census et 10 *radices*,

et doit valoir

$$39.$$

Si l'on y ajoute le carré marqué en pointillés, formé dans l'angle B , et qui vaut

$$25,$$

la figure vaudra alors

$$39 \text{ et } 25 \text{ ou } 64;$$

mais cette figure sera un nouveau carré dont le côté vaudra

$$8,$$

et comme il surpassera *radix* de 5, *radix* vaut donc 3 : etc.

SECOND CAS.

L'équation à résoudre est de la forme

$$x^2 + q = p \cdot x;$$

dans l'espèce, il s'agit de l'équation

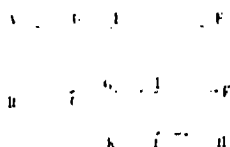
$$x^2 - 21 = 10x,$$

ou

census et 21 dragmes égalent 10 *radices*.

Supposons que *census* soit représenté par le carré ABCD (fig. 4), de sorte que *radix* le soit par AB, et supposons que

Fig. 4.



le rectangle DEFC, dont l'un des côtés est *radix* vaille 21, alors la figure entière, ou le rectangle AEFB, valant

$$\textit{census} \text{ et } 21,$$

vaudra aussi

$$10 \textit{ radices};$$

et, puisque l'un de ses côtés AB est *radix*, l'autre BF vaudra

$$10.$$

Prenons le milieu de ce côté BF en G et formons le carré IEHK, qui vaudra

$$25;$$

enfin prenons FJ égal à DC, et achevons le rectangle FJLH, qui sera égal à DIGC; le petit carré GJLK sera égal à

$$25 - 21 \text{ ou } 4;$$

donc son côté sera égal à

$$2.$$

Mais il est égal à CG, et BG vaut 5, donc

BC ou *radix* vaut 3:

et l'on voit que

$$\text{radix} = 3 \quad \sqrt{25} = 25.$$

Mais la question comportait une seconde solution

$$\text{radix} = 7.$$

que la chinoiserie précédente ne fournit pas et dont *Maumetus* ne parle pas, du moins dans cet endroit, car il la connaît bien et la dénonce clairement dans la première partie. ce qui me paraît confirmer mon hypothèse, que la démonstration par casse-têtes n'est pas de lui.

Il dit dans la première partie, pour ce cas, et pour la même équation :

« Que si tu veux, tu ajouteras cette même racine de 25 moins 21, à la moitié du nombre des *radices*, ce qui te fera

$$7$$

pour *radix*, et *census* sera

$$49.$$

« Lors donc que la question te conduira à ce capitule, tu verras si tu rencontres la vérité par l'addition. Autrement ce sera par la diminution.

« Au reste, des trois capitules, celui-là est le seul dans lequel il puisse y avoir doute.

« Et sache que, dans ce capitule, la question est impossible, si le carré de la moitié du nombre des *radices* fait moins que le nombre des dragmes qui sont avec *census*. »

Nous verrons que Cardan a refait la figure pour ce capitule et obtenu la seconde solution.

TROISIÈME CAS.

L'équation est de la forme

$$px + q = x^2,$$

et l'exemple choisi est

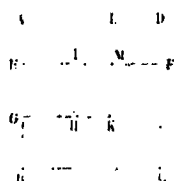
$$3x + 4 = x^2,$$

ou

3 *radices* et 4 dragmes égalent *census*.

Soit encore ABCD (fig. 5) le carré qui représente *census*, de sorte que AB soit *radix*;

Fig. 5.



prenons BE égal à 3, EFCB représentera 3 *radices*; par conséquent ADFE sera égal à 4, puisque

$$3 \text{ radices} + 4 = \text{census};$$

prenons le milieu G de EB et construisons le carré EGH1; il

vaudra

$$= 1\frac{1}{2} + 2 \text{ ou } 2\frac{1}{2};$$

construisons également le carré AGKL : le rectangle LDFM sera égal au rectangle IHKM, car LD sera égal à GB ou à EG ou à IH, et LM sera égal à IM comme étant tous deux égaux à AG — EG. Le carré ALKG sera donc équivalent à la somme du rectangle ADFE et du carré EIGH; il vaudra donc

$$4 + 2\frac{1}{2} = 6\frac{1}{2};$$

son côté AG vaudra donc

$$\sqrt{6\frac{1}{2}} \text{ ou } 2\frac{1}{2}.$$

AB lui-même, ou *radix*, vaudra donc

$$2\frac{1}{2} - 1\frac{1}{2} \text{ ou } 1.$$

Ainsi *radix* sera égal à

$$\frac{1}{2}3 = \sqrt{\left(\frac{1}{2}3\right)^2 + 4}.$$

Cette théorie est bien compliquée, et, à ce point de vue, elle ne vaut pas les nôtres; mais il me semble qu'elle dénote chez les inventeurs, quels qu'ils soient, des facultés de combinaison que nous ne possédons pas, ou que nous ne possédons plus, selon que l'on admettra que ces qualités ont appartenu à une race particulière ou que nos esprits façonnés sur un nouveau modèle, par l'usage exclusif de méthodes plus régulières, ont subi une sorte de paralysie partielle, faute d'exercice.

Il serait entièrement inutile de revenir sur les deux premières parties du traité que nous analysons; elles ne contiennent, comme

nous l'avons dit, la première, que les énoncés des règles de résolution des équations du second degré, et la seconde, que la règle pour la multiplication de deux binômes, tels que

res et un nombre,

ou

res diminué d'un nombre.

Nous remarquerons seulement que les signes des quatre termes qui composent le produit sont nettement indiqués, sans mélange d'aucune fausse métaphysique.

La quatrième partie contient les énoncés de nos règles

$$a \sqrt{b} \quad \sqrt{a^2 b}$$

et

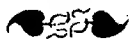
$$\sqrt{a} \sqrt{b} \quad \sqrt{ab}.$$

Enfin, voici quelques énoncés de problèmes résolus dans la cinquième partie.

Diviser 10 en deux parties telles, que la somme de leurs carrés fasse 58.

Diviser 10 en deux parties telles, que la différence de leurs carrés fasse 40.

Je remarquerai seulement, sur cette dernière question, que Maumetus n'a pas encore l'esprit de diviser 40 par 10 pour avoir la différence 4 des deux nombres cherchés. Mais il n'y a plus longtemps à attendre : 600 ans seulement.



MUSA OU MOUSA BEN SCHAKER.

Il vivait près de Bagdad au commencement du ix^e siècle et composa un grand ouvrage intitulé *Les Sources de l'Histoire*.

Il avait, dit M. Cantor, été brigand dans sa jeunesse, ce qui ne l'empêcha pas de prendre une situation importante à la cour du khalife Al-Mamoun et de gagner à ce point la faveur de son souverain, qu'à sa mort celui-ci se chargea de l'éducation des trois fils de son favori.

Ces trois fils Ahmed, Haçan et Mohammed sont restés célèbres.



MOHAMMED BEN MUSA BEN SCHAKER.

Né en 825. Mort en 873.

C'est le plus célèbre des trois frères; il fut un des astronomes chargés par Al-Mamoun de mesurer un degré du méridien dans la plaine de Sindjar.

Il a laissé un traité sur l'attraction, intitulé *Kab al Adscher*, des tables astronomiques, et un *Traité du mouvement des corps célestes*.

Il est, de plus, avec ses deux frères Ahmed et Haçan, l'auteur d'un traité de Géométrie qui a été traduit en latin, sous le même titre que l'Algèbre qui leur avait été attribuée :

Verba filiorum Moysi filii Schaker, Mahumeti, Hameti, Hasen.

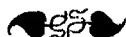
Cet ouvrage est malheureusement resté manuscrit ou du moins on n'en a publié que quelques fragments où l'on trouve, notam-

ment, la démonstration de la formule de l'aire d'un triangle en fonction des trois côtés.



AHMED BEN MUSA BEN SCHAKER.

Il écrivit à part un *Traité des machines* et un *Livre de Musique*.



HACAN OU HASEN BEN MUSA BEN SCHAKER.

Il a laissé un *Traité du cylindre* et un *Traité sur la trisection de l'angle*.

Il fut, avec son frère Mohammed, chargé par Al-Mamoun de rechercher tous les livres de sciences qu'on pourrait trouver en Asie Mineure, en Égypte et en Perse et de les traduire ou de les faire traduire.



THÉBIT BEN KORRAH BEN HAROUN.

Né à Hattan, Mésopotamie, au VIII^e ou au IX^e siècle.

Son vrai nom est Thabet. Il connaissait à fond le grec, le syriaque et l'arabe, et possédait des connaissances étendues en Mathématiques, en Astronomie et en Médecine.

Thébit composa environ cent cinquante ouvrages en arabe et seize en syriaque. Il a donné des traductions des *Éléments* d'Euclide, du *Traité de la Sphère* et du *Cylindre* d'Archimède.

mède, de l'*Almageste* de Ptolémée, des *Sections coniques* d'Apollonius de Perge.

Il appartenait à la secte des Sabbéens et jouissait cependant d'une grande faveur auprès du calife Motaded, qui l'admit dans son intimité comme astronome.

Il est connu par son système dit de la *trépidation*, qui fut accueilli d'abord par tous les astronomes et qui infecta, dit Delambre, les tables astronomiques jusqu'à Tycho. Ce système est développé dans un ouvrage resté inédit et dont il existe un exemplaire latin à la Bibliothèque Nationale sous le titre : *THÉBIT BEN CHORAU, De motu octavæ spheræ*. Pour rendre compte de la variation des points équinoxiaux, il imaginait une écliptique mobile accrochée à deux petits cercles centrés sur l'équateur, et glissant sur eux. Dans ce système, les points équinoxiaux avançaient et rétrogradaient alternativement de 10° sur l'équateur regardé comme fixe.



RHÂSËS MOHAMMED-ABOU-BEKAR-IBS-ZACHARIA .

Né à Râgès, dans le Kharâz, vers l'an 1000, mort en 1045.

Célèbre médecin arabe, il dirigea successivement les hôpitaux de Bagdad, de Joudisabar et de Râgès. On lui attribue la découverte de l'acide sulfurique qu'il obtenait par la distillation du sulfate de fer : il donna aussi une recette pour la fabrication de l'eau-de-vie.



AL-BATEGNIUS MOHAMMED BEN GERER ALBATANI).

N. Batan. Mémoires du S. A. M. (en 1201).

Il était prince et résidait à Aracte ou Racha en Mésopotamie. C'est l'un des meilleurs astronomes du moyen âge et le premier qui ait fait progresser la Science depuis Ptolémée.

Le principal de ses ouvrages a été traduit par Plato l'iburtinus, sous le titre : *Mahometis Albatanii de Scientia stellarum liber*. Cette traduction a été publiée à Bologne en 1645 par Régimontanus, avec des commentaires et additions, d'après un manuscrit qui existait à la bibliothèque du Vatican.

Albategnius suit Ptolémée pas à pas, mais il le corrige sur un assez grand nombre de points et généralement avec avantage. C'est pourquoi, sans attacher à son œuvre une trop grande importance, nous en rendrons cependant compte avec quelques détails.

Le premier service qu'Albategnius ait rendu à l'Astronomie a été d'introduire, en Trigonométrie, les sinus des arcs au lieu des moitiés des cordes des arcs doubles. Nous avons vu qu'Aryabhata avait eu la même idée; Albategnius ne paraît pas l'avoir empruntée aux Hindous.

Le diamètre, dit-il, qui divise un arc en deux parties égales, divise aussi la corde en deux parties égales. Or la corde est au diamètre comme la demi-corde est au rayon. Ainsi, quand on a un arc, au lieu de le doubler pour en chercher la corde, on peut s'en tenir à l'arc simple et considérer la demi-corde de l'arc double. C'est de ces demi-cordes que nous entendons nous servir dans nos calculs, où il est bien inutile de doubler les arcs. Ptolémée ne se servait des cordes entières que pour la facilité des

démonstrations; mais nous, nous avons pris les moitiés des cordes des arcs doubles dans toute l'étendue du quart de cercle, et nous avons écrit ces demi-cordes directement à côté de chacun des arcs, depuis 0° jusqu'à 90° , de demi-degré en demi-degré. Ainsi la moitié de la corde de 60° se trouve vis-à-vis l'arc de 30° , et ainsi des autres. En sorte que quand nous parlerons de corde dans tout ce Traité, il faudra entendre la demi-corde de l'arc double. »

On sait que Ptolémée donnait pour valeur à l'obliquité de l'écliptique sur l'équateur

$$23^{\circ}51'20''.$$

Albategnius voulut vérifier cette donnée essentielle et voici ce qu'il dit :

« Ptolémée, dans son livre, en citant Hipparque, insinue que l'intervalle entre les tropiques est de $47^{\circ}42'40''$; mais nous, avec une alidade et un côté, après avoir exécuté une division, la plus parfaite qu'il nous a été possible, et avoir vérifié l'instrument, nous avons observé la plus petite distance au zénith, de $12^{\circ}26'$, et la plus grande, de $59^{\circ}36'$, d'où il résulte que l'arc entre les tropiques est de $47^{\circ}10'$, que l'obliquité n'est que de $23^{\circ}35'$ et la hauteur du pôle à Aracte, de 36° . »

Albategnius croyait que la différence tenait seulement à ce qu'il avait mieux fait les observations, mais une erreur de $16'$ aurait dû le mettre sur la voie de la découverte de la diminution de l'obliquité de l'écliptique. Beaucoup d'astronomes trouveront encore pendant longtemps des nombres de moins en moins grands, sans soupçonner le fait. D'après Delambre, l'erreur commise par Albategnius ne serait guère que d'une minute.

On sait qu'Hipparque faisait l'année tropique de 365 $\frac{1}{4}$;
Albategnius trouva

$$365^{\circ} 5' 46'' 24''.$$

quantité trop faible de 2'' 20', mais plus exacte que celle donnée par Hipparque.

Albategnius corrigea aussi la valeur de l'excentricité de l'orbite solaire; il trouva

$$0,0173.$$

Il trouva d'ailleurs que le point apogée n'était plus à la place indiquée par Ptolémée.

Il faisait la précession des équinoxes de $\frac{1}{4}$ de degré par an.

Les anciens n'avaient, pour déterminer les dimensions de notre système planétaire, aucune méthode capable de donner de bons résultats, surtout avec des observations telles que leurs instruments pouvaient les fournir; il ne faut donc pas s'attendre à ce qu'Albategni ait avancé la question. Mais il peut être intéressant de savoir à quels nombres il s'était arrêté.

Il faisait varier le diamètre de la Lune entre 29' 30" et 38' 30". il donnait 1108 demi-diamètres terrestres à la distance moyenne du Soleil à la Terre, d'où résultait, pour le Soleil, une parallaxe de 3' environ. Au reste, Ptolémée avait donné le même nombre. Il faisait le diamètre du Soleil égal à cinq fois et demie celui de la Terre; des observations plus exactes que celles de Ptolémée l'avaient conduit à admettre la possibilité d'éclipses annulaires du Soleil.

Mais tout ce qui se rapporte aux planètes est absolument de pure fantaisie.

La distance périégée de Mercure est de 64 demi-diamètres ter-

restres et la distance apogée de 106. Les cercles de Mercure et de Vénus passent entre la Lune et le point où le Soleil est périégée; le volume de Mercure est $\frac{1}{1377}$ de celui de la Terre; les distances périégée et apogée de Vénus sont 100 demi-diamètres terrestres et 1070; le diamètre de Vénus est $\frac{1}{2}$ de celui du Soleil.

La distance apogée de Mars est sextuple de sa distance périégée; l'une est de 1176 demi-diamètres terrestres et l'autre de 8022; le diamètre de cette planète est une fois celui de la Terre et $\frac{1}{2}$.

Les distances périégée et apogée de Jupiter sont 8423 et 12420 demi-diamètres terrestres; son volume est 81 fois celui de la Terre.

Les distances de Saturne sont 6324 et 18094 demi-diamètres terrestres; son volume est 79 fois celui de la Terre.

Il y a douze étoiles de première grandeur qui sont à 19 000 demi-diamètres terrestres de nous et dont le volume est 102 fois celui de la Terre.

Il est juste, au reste, d'ajouter qu'Albategnius ne dit pas avoir trouvé ces nombres: il les donne comme connus et acceptés par tout le monde. Il se sert des expressions: on sait, personne ne met en doute, etc.

Albategnius ne s'était pas borné à substituer les sinus aux cordes, il avait refondu la Trigonométrie et découvert même la relation entre les trois côtés d'un triangle sphérique quelconque et un angle.

Il ne fait pas souvent usage des tangentes, mais il les connaissait sous le nom d'ombres; l'un des côtés de l'angle droit d'un triangle rectangle prenait le nom de *gnomon*, par rapport à l'autre, qui recevait celui d'ombre.

Nous devons malheureusement ajouter qu'Albategnius croyait aux sphères solides, mais transparentes, enchassées les unes

dans les autres, ayant chacune deux ou trois mouvements, et auxquelles étaient accrochés séparément tous les astres.

Tous les astronomes arabes ont partagé cette croyance qu'ils avaient sans doute puisée dans Aristote, dont ils étaient grands admirateurs. Ptolémée avait eu le bon esprit de se garder de cette folie.

Ils étaient aussi tous astrologues.

Quant aux autres savants, ils cherchaient, les uns la panacée universelle, et les autres la pierre philosophale.

Ils avaient, s'il est permis de le dire, l'imagination crédule.

C'est aujourd'hui la mode de crier bien haut qu'on a fait tort aux Hindous et aux Arabes.

On n'a pas encore, il est vrai, essayé de transformer Euclide, Archimède, Apollonius, Hipparque et Ptolémée en petits garçons, mais on ne serait pas éloigné de chercher à porter à leur hauteur quelques demi-grands hommes récemment découverts. La distance est un peu trop grande.

Delambre est particulièrement accusé d'avoir été injuste envers les deux peuples qui ont trouvé de si ardents avocats. Il a cependant assez glorifié l'invention du zéro et celle des sinus et tangentes ! J'avoue que je pense un peu comme Delambre, et que la résolution de l'équation du second degré, 700 ans après Euclide, ne me paraît même pas un trait de génie.

D'un autre côté, je remarque que les gens qui réclament le plus bruyamment en faveur des deux peuples dont il s'agit, nous offrent plus d'hypothèses que de réalités, sans compter les exclamations : Ah ! si leurs ouvrages nous étaient parvenus ! Si l'on n'avait pas ruiné la civilisation arabe ! etc.

Mais il me semble que lorsque les Maures ont été chassés

d'Espagne, ils étaient les plus nombreux et les plus riches, outre que les plus savants.

Enfin, si l'on compare ce qu'ont fait les Arabes et les Persans en cinq ou six cents ans, à ce que les Occidentaux ont fait depuis quatre siècles, il me semble qu'on trouvera que le rapport touche de bien près à zéro.

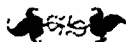
En admettant que nous devions 1 aux Arabes, nous devons bien 100 000 aux Grecs.



ALFRIGAN (MOHAMMED EBN COTHAÏR).

Ne : Fargana. Sogdiane vers 930.

A laissé des *Éléments d'Astronomie*, extraits des ouvrages de Ptolémée; un *Traité des horloges solaires* et une description de l'astrolabe.



ABOUL WEFA AL BUZGIANI.

Il vivait à Bagdad à la fin du x^e siècle.

La Bibliothèque Nationale possède une copie manuscrite de son *Almageste*. M. Sédillot en a donné une traduction. C'est le plus ancien ouvrage où les tangentes et cotangentes, les sécantes et cosécantes soient employées régulièrement dans le calcul trigonométrique. Aboul Wefa en avait joint de nouvelles tables à celles des sinus et cosinus. Il désignait la tangente sous le nom d'*ombre prime* de l'arc et la sécante sous celui de *diamètre de l'ombre*; la cotangente s'appelait *ombre droite*. Nous avons déjà dit l'origine de ce mot *ombre*.

MOHAMMED-BEN-YAHYA, BEN-ISMAIL.

Né à Bouzdjan-Khorasan ; mort en 998.

Il corrigea les observations astronomiques faites par ordre du calife Almamoun, et consigna le résultat de ses observations dans une table appelée *Alzdyje al Chamil* (Table générale).



MARCUS-GRÆCUS.

XV^e siècle.

On ne sait où il vivait. Il a laissé un ouvrage manuscrit intitulé : *Liber ignium ad comburendos hostes* où l'on trouve la composition du feu grégeois et de la poudre, ainsi que les moyens d'obtenir par distillation l'eau-de-vie et l'huile de térébenthine.

Voici la recette qu'il donne pour le feu grégeois : « prenez du soufre pur, du tartre, de la sarcocolle, de la poix, du salpêtre fondu, de l'huile de pétrole et de l'huile de gomme; faites bien bouillir tout cela ensemble; trempez-y ensuite de l'étoffe et mettez-y le feu; il se communiquera à toutes choses et ne pourra être éteint qu'avec de l'urine, du vinaigre ou du sable. » C'est à peu près la composition indiquée par Jules l'Africain.

Voici ce que dit Marcus-Græcus de la fabrication de la poudre : « prenez une partie de soufre pur, deux de charbon de vigne ou de saule et six de salpêtre; broyez de manière à obtenir une poudre très fine. »

Il obtenait l'eau-de-vie en distillant du vin dans lequel il versait du soufre en poudre, du tartre et du sel.



GERBERT.

N. et Nacché de Anagnino, 1171, mort à Rome en 1226.

Il fut élevé par charité, dit-on, à l'école attenante au monastère de Saint-Gerauld, à Aurillac. Il avait pris l'habit au sortir de l'enfance. Il fut emmené en Espagne par le comte de Barcelone, et y étudia sous des maîtres arabes. Il alla à Rome, et le pape Jean XIII, émerveillé de son savoir, lui donna l'abbaye de Bobbio, où il ouvrit une école qui fut bientôt célèbre, mais d'où l'ignorance et les préjugés le chassèrent; il s'enfuit en Allemagne à la cour d'Othon.

L'archevêque de Reims, Adalberon, l'appela près de lui, et Gerbert ouvrit dans cette ville une nouvelle école.

Arnould, fils naturel de Lothaire, avait remplacé Adalberon en 988; Gerbert le fit déposer et obtint sa place du roi Hugues-Capet, malgré l'opposition du pape Jean XV.

Cependant, Gerbert fut déposé en 996, sous le roi Robert. Il retourna alors en Allemagne près de l'empereur Othon III, dont il avait été autrefois le précepteur; celui-ci obtint pour lui, de Grégoire V, le siège archiépiscopal de Ravenne.

Enfin, il fut élu pape en 999, sous le nom de Sylvestre II. Son énergie et son habileté rétablirent en quatre ans la paix troublée à peu près par toute l'Europe.

Les œuvres de Gerbert ont été publiées en 1867 par M. Olleris, professeur à Clermont. Les ouvrages mathématiques que l'on y trouve sont : *Regula de abaco computi*, dont il se servait probablement dans son enseignement à Reims, et qui a pour but l'exposition des méthodes de calcul sur l'Abacus; *Libellus de numerorum divisione*; *Geometria*, qui contient les formules des

mesures souvent fausses, des surfaces, comme chez les Hindous, et où, dans un quadrilatère, on considère, encore comme chez les Hindous, un des côtés comme la base; le côté opposé, que les Indiens appelaient *sommet*, recevant le nom de *coraustus*.

Ces analogies semblent indiquer que les ouvrages hindous avaient déjà pénétré en Occident, car rien n'est moins prouvé que le voyage de Gerbert à Tolède, voyage que nous avons mentionné parce qu'il fait partie de la légende. Le comte de Barcelone, Borel, paraît lui-même assez légendaire. En tout cas, il semble assez peu probable qu'il eût des relations bien suivies avec les Arabes.



EBN JOUNIS.

Né vers 1010 et mort en 1070.

Il est regardé comme un des plus habiles astronomes arabes. L'ouvrage qu'on a de lui est intitulé : *Livre de la grande table Hakenite* (du nom du calife Hakem observée par le cheik, l'imam, le docte, etc., Aboul-Hassan, Ali Ebn Jounis. La Bibliothèque nationale, qui en possédait une copie très incomplète, en a fait prendre une autre en 1810 sur un manuscrit existant à la Bibliothèque de Leyde, mais celle-ci ne contenait encore que la moitié à peu près de l'ouvrage; M. Sédillot en a depuis retrouvé vingt-huit chapitres qui sont les plus intéressants.

Outre de nombreuses observations, on y trouve l'histoire de la mesure d'un degré du méridien sous Al-Mamoun par les Arabes Send ben Ali et Kaled ben Abdal-Malek; des corrections aux valeurs numériques assignées par Ptolémée à l'obliquité de l'éclip-

rique, qu'Ebn Jounis fait de 23'35", à la précession des équinoxes et à la parallaxe du Soleil, qu'il suppose encore de deux minutes.

On trouve aussi dans cet ouvrage les solutions presque modernes d'un grand nombre de problèmes de Trigonométrie rectiligne et sphérique; des tables de tangentes ou ombres, et le premier exemple de transformation d'un produit de sinus ou de cosinus en somme ou en différence. Mais on regrette d'y voir que le stationnement d'une planète a lieu lorsque cette planète se trouve au point de contact du rayon visuel mené tangentielllement à son épicycle. Cette idée est d'abord contraire aux observations, mais, de plus, comme le remarque Delambre, le mouvement apparent de la planète sur son épicycle étant nul en ce point de contact, il serait resté le mouvement du centre de l'épicycle, sur le déférent.



ALPÉTRAGE.

Nous avons dit qu'Eudoxe, Aristote et d'autres Grecs antérieurs à Hipparque, avaient cru à l'existence de sphères matérielles transparentes auxquelles étaient attachés les étoiles, les planètes, la Lune et le Soleil.

Rien n'autorise à penser qu'Hipparque ait partagé cette croyance absurde, et, quant à Ptolémée, il en aurait dit quelques mots, que ce ne serait pas une raison suffisante pour la lui attribuer, parce qu'elle n'apparaît en rien dans ses principales théories.

Mais les Arabes restaurèrent cette vieille idée et y ajoutèrent

une foi d'autant plus entière qu'ils croyaient peut-être plus encore à Aristote qu'à Ptolémée.

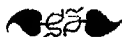
Albategni et Ebn Jounis reconnaissent sept sphères, et nous avons vu que Thabet en avait imaginé une huitième.

Alpétrage pensa qu'il en fallait au moins neuf, et l'on ne peut pas dire que ce fut trop pour tant de mouvements divers.

Le livre d'Alpétrage a été publié à Venise, en 1531, sous le titre :

Alpetragii Arabi planetarum theorica physiceis rationibus probata, nuperrime latinis litteris, ab hebraeo idiomate, translata a Calo Calonymos Hebræo Neapolitano.

On ne sait d'ailleurs rien de la vie d'Alpétrage : il était probablement né en Espagne.



VAIDJAN OU VIDJAN 'ABO. SAHL. MOHAMMED.

V. 988.

Il fut nommé en 988, par l'émir de Bagdad, directeur de l'Observatoire qui venait d'être établi dans cette ville. Il a écrit, entre autres ouvrages : *Commentaires sur les Éléments d'Euclide*; *De la construction et des usages de l'astrolabe*; *Addition au second livre d'Archimède sur les centres de gravité*.



ALHAZEN, HASSAN-BEN-HAÏTHEM.

(Né à Bassora vers 984; mort à Cassin en 1038.)

Il a laissé un commentaire de l'*Almageste* : un autre sur les *Définitions adoptées par Euclide* : un *Traité d'Optique* publié

par Rismer en 1572. sous le titre : *Alhazen Opticæ thesaurus*, à la suite de celui de Vitellon; un *Traité de perspective*; et un *Traité des crépuscules*, enfin un *Traité des connues géométriques*, que M. Sédillot a découvert en 1834 à la Bibliothèque nationale et dont il a donné une traduction.

Le *Traité des connues* est divisé en deux livres. Le premier, dit Hassan, comprend des choses tout à fait neuves et dont le genre même n'a pas été connu des anciens géomètres, et le second contient une suite de propositions analogues à celles qui ont été traitées dans le livre des *Data* d'Euclide, mais qui ne se trouvent pas dans cet ouvrage. »

Les propositions du premier livre roulent, en effet, sur des questions de lieux, tandis que celles que contenaient les *Data* d'Euclide se rapportaient à des figures invariables. Voici deux exemples des questions traitées par Hassan : « Si de deux points connus on mène des droites faisant entre elles un angle connu et que l'on prolonge l'une d'elles d'une quantité qui soit avec sa longueur primitive dans un rapport connu, l'extrémité du prolongement sera sur une circonférence connue de position. »

Il est difficile de croire que cette proposition eût paru nouvelle à Euclide.

Lorsque deux cercles connus sont tangents intérieurement, si l'on mène au plus petit une tangente terminée à la circonférence du grand et qu'on joigne l'extrémité de cette tangente au point de contact des deux cercles, le rapport de cette dernière ligne à la tangente sera connu.

Cet ouvrage, dit M. Chasles, est le seul, jusqu'à ce jour, qui nous ait présenté une apparence d'analogie avec le *Traité des Porismes* d'Euclide. Cette circonstance lui donna du prix à nos

yeux, et la découverte de cet opuscule, qui vient confirmer en quelque sorte l'opinion du savant Castillon, que le traité d'Euclide existait encore au XIII^e siècle en Orient, nous permet d'espérer qu'on pourra retrouver, parmi les nombreux manuscrits arabes restés jusqu'ici inconnus au fond des bibliothèques, quelques traces de cette doctrine des porismes.

Parmi les propositions du second livre, nous citerons les suivantes : « Lorsqu'on a un triangle dont les côtés et les angles sont connus, et que l'on mène une ligne du sommet à la base, si le rapport du carré de la ligne au rectangle formé des deux segments de la base est connu, la ligne menée sera connue de position. Lorsque, de deux points pris sur la circonférence d'un cercle, on mène deux droites qui se coupent en un autre point de cette circonférence, si le rectangle des deux droites est connu, chacune des droites sera connue de grandeur et de position.

Toutes ces choses, dit Hassan, sont d'une utilité majeure pour la résolution des questions géométriques, et n'ont été dites par aucun des anciens géomètres. »



ALFARABIUS.

Il ne nous est connu que par un ouvrage sur la numération des Arabes, traduit en latin par Gérard de Crémone, et dont M. Libri a découvert un exemplaire à la Bibliothèque nationale.



AVICENNE 'ABOU-ALI-AL-HOSSEIN .

Né en 980, près de Chiraz en Perse, mort à Hamadan en 1037.

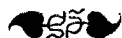
Son père était percepteur d'impôts dans le Khorassan. On dit qu'il savait, à dix ans, l'Arithmétique et l'Algèbre; qu'il étudia ensuite la Géométrie et la Médecine, et fit bientôt des cures extraordinaires.

Il commença à écrire à vingt et un ans.

D'abord favori de plusieurs princes, puis persécuté par d'autres, il se réfugia à Ispahan, où il fut comblé d'honneurs et de richesses. Il mourut dans une expédition où il avait accompagné son bienfaiteur.

Il a été surnommé par ses compatriotes le *Prince des médecins*. Il a laissé un grand nombre d'ouvrages : *Origo et resurrectio, observationes astronomicæ, Compendium de l'Almageste, Canon medicinæ, Collection encyclopédique, Exposition des racines du Calcul et de l'Arithmétique*, etc.

Il donne, dans son *Exposition des racines du Calcul et de l'Arithmétique*, les règles de la preuve par 9 d'une addition, d'une soustraction, d'une multiplication et d'une division. Il donne le nom de radical d'un nombre à l'excès de ce nombre sur le plus grand multiple de 9 qui y soit contenu, et indique parfaitement la méthode pour trouver ce radical.



AL-KARKHI.

Langensack et Bigladi vers 1910

Il a laissé deux ouvrages importants, un *Traité d'Arithmétique*, comprenant des notions de planimétrie et de stéréométrie,

traduit en allemand par M. Hochheim en 1878; et un *Traité d'Algèbre* analysé avec beaucoup de détails par M. Wœpcke en 1853.

D'après M. Wœpcke, Al-Karkhi procéderait plutôt des Grecs que des Hindous. Il ne se sert jamais d'aucun chiffre, il écrit toujours tous les nombres en toutes lettres. Cependant, lorsqu'il traite des opérations d'Arithmétique, il a soin de recommander de placer convenablement les résultats partiels, de façon que les unités de même ordre se trouvent dans une même colonne.

Son *Traité d'Algèbre* est en partie calqué sur celui de Mohamed-ben-Musa, toutefois il indique, pour la résolution de l'équation du second degré, la méthode qui consiste à rendre carré le membre qui contient l'inconnue; mais il attribue cette méthode à Diophante. Il y traite quelques cas de l'équation

$$x^2 = a + bx^2.$$



GEHER-MOHAMMED-BEN-APHLA.

(Astronome arabe né à Séville au commencement du VI^e siècle)

Gérard de Crémone a traduit en latin et publié à Nuremberg en 1533 les œuvres de Geber, sous le titre :

Gebri filii Affla Hispanensis, de Astronomia libri IX, in quibus Ptolemæum, alio qui doctissimum emendavit, alicubi industriâ superavit. Omnibus Astronomiæ studiosis haud dubie utilissimi futuri.

Geber critique beaucoup la méthode compliquée par laquelle

Ptolémée, d'après Ménélaüs, parvient aux formules de Trigonométrie sphérique. Au reste, il démontre deux formules importantes, dont l'une était certainement inconnue non seulement à Ptolémée, mais encore à Albategni et à Ebn Jounis, et dont l'autre, qui pouvait se déduire assez facilement de formules données par Ptolémée, n'avait cependant pas été expressément exprimée. La première est la relation entre les deux angles obliques d'un triangle rectangle et un côté de l'angle droit, et l'autre la proportion entre les sinus des angles d'un triangle sphérique quelconque et les sinus des angles opposés.

Geber cherche encore à Ptolémée beaucoup d'autres querelles, mais avec moins de bonheur.



ABEN-EZRA (ABRAHAM BEN MEÏR).

Né à Cordoue vers 1094, mort à Rome en 1167.

C'est un des rabbins juifs les plus célèbres. Il naquit entre 1093 et 1096 et demeura longtemps à Cordoue. Il fit ensuite de nombreux voyages. Ainsi le docteur Steinschneider le trouve à Béziers, en 1136; à Rome, en 1140; dans le nord de l'Afrique et en Palestine, de 1140 à 1145; à Lucques et à Mantoue, en 1145; à Verone, en 1146; à Béziers, en 1155; à Rodez, en 1156; à Londres, en 1158; à Narbonne, en 1160, et enfin à Rome, en 1167.

La tradition le faisait aussi voyager dans l'Inde, d'où il aurait rapporté différentes connaissances mathématiques qu'il donne comme empruntées aux Hindous, mais il paraît que ce voyage n'aurait pas eu lieu.

Il a laissé un *Traité d'Arithmétique* (mot à mot, *Livre du Nombre*) dont M. Terquem a donné, dans le *Journal de Mathématiques* de M. Liouville, une analyse insuffisante. Voici, d'après M. Rodet, les particularités les plus saillantes que présente cet ouvrage : « L'auteur y fait usage du système décimal à neuf chiffres, avec le zéro qu'il appelle une roue, un rond. Il se distingue donc entièrement des Abacistes et appartient franchement à l'école arabe. Il note la proportion a est à b comme c est à d sous la forme

a	b
c	d

Il ne parle pas de la règle de double fausse position. Il vérifie toujours ses calculs au moyen de la preuve par 9, qu'il appelle, comme les Arabes, *la balance*.

Il fait, à la fin de son *Arithmétique*, les réflexions suivantes sur la valeur de π :

« Les savants de la mesure disent que le fil entourant est 3 fois le diamètre plus $\frac{1}{2}$, ce qui est, en nombres, comme 22 à 7. Il s'ensuit que, si le diamètre est 1", le fil entourant sera 3" 8' 34" 17" 8". Or Archimède a fait voir que c'est moins que cela, car, dit-il, le nombre à ajouter est moindre que 10 divisé par 70,5 et alors ce qu'il faut ajouter à 3 entiers est 8' 24" 32". Les savants de l'Inde disent que, si le diamètre est 2000, le fil entourant sera 62838, en sorte que, si le diamètre est 1", le fil entourant sera 3" 8' 33" 42". »

Les autres ouvrages scientifiques d'Aben Ezra sont :

M. MARIE. — *Histoire des Sciences*, II.

Le Livre des Nativites, traité d'Astrologie qui a eu sa période de célébrité; *Réponse à deux questions chronologiques de David de Narbonne*; *Tables astronomiques*; *Traité du Calendrier des fêtes*; *Traité de l'Astrolabe* qu'il appelle instrument d'airain. C'est, je crois, la première fois qu'on voit mentionner les métaux dans la construction des appareils astronomiques.

Aben-Ezra a aussi laissé quelques traductions de l'arabe en hébreu.

L'exemple d'Aben-Ezra montre que les Juifs, au moyen âge, ont été de puissants auxiliaires, pour la vulgarisation des connaissances scientifiques, et qu'ils l'emportaient de beaucoup sur les chrétiens par leur savoir.



BHASKARA.

XI^e et XII^e s.

Il fut le sixième successeur de Brahma-Gupta à la tête du collège des astronomes d'Oujjein.

Son œuvre porte le titre de *Siddhānta Ciromani* (aigrette de pierres fines des Traités d'Astronomie). Trois chapitres seulement en ont été traduits, les deux premiers par M. Colebrooke, qui en a donné une version anglaise en 1817 : ce sont la *Lilamati* et la *Bija Ganita*, qui traitent de l'Arithmétique et de l'Algèbre, le troisième, dans la *Bibliotheca Indica*, en anglais également, par Lancelot, Wilkinson Esq. et Bāpu deva Shastri, professeur d'Astronomie à Bénarès. C'est un *Traité de la sphère*.

Bhaskara connaissait vraisemblablement les ouvrages d'Ar-

chimède, à qui il emprunte la valeur approchée $\frac{22}{7}$ du rapport de la circonférence au diamètre.

Son Arithmétique est l'Arithmétique décimale, fondée sur l'emploi des neuf chiffres et du zéro.

Son Algèbre ne va pas au delà de celles d'Aryabhata et de Brahmagupta. Bhāskara est le premier auteur indien qui fasse suivre d'explications en prose ses sentences versifiées.



GÉRARD DE CRÉMONE.

(Né en 1114 à Crémone - Lombardie - mort en 1187)

Il alla résider à Tolède pour y apprendre l'arabe et s'y familiariser avec les Sciences qui florissaient alors parmi les Maures d'Espagne. Il en rapporta un grand nombre de traductions d'ouvrages relatifs à toutes les Sciences, entre autres celles de l'*Almageste* de Ptolémée, du *Traité des crépuscules* et du *Traité de perspective* d'Alhazen, du livre *De Scientiis* d'Alfarabius, etc.

Un traité d'Arithmétique, *Algorismus magistri Gerardi in integris et minutis* (c'est-à-dire sur les nombres entiers et fractionnaires), qui se trouve dans la bibliothèque Bodléienne, paraît devoir être attribué à Gérard de Crémone.

Le livre d'Alfarabius a été découvert par M. Libri à la Bibliothèque nationale; il porte pour titre : *Liber Alfarabii, de Scientiis, translatus a magistro Gherardo Cremonensi, in Toloto de arabico in latinum*. C'est une exposition du système de numération des Arabes.



JEAN DE SÉVILLE (JOANNES HISPALENSIS).

Il était rabbin et s'appelait alors Aben-Dreath ; il se convertit au christianisme et prit le nom qu'on lui donne aujourd'hui. Il paraît s'être fixé alors à Tolède.

Il traduisit plusieurs ouvrages arabes en castillan, puis en latin.

Son *Traité d'Algorisme*, qui a été publié, en 1857, par M. Boncompagni, après avoir été signalé en manuscrit par M. Chasles, est remarquable à plus d'un titre : il contient des exemples de calculs de racines carrées avec parties décimales, ce qui, à mes yeux, paraît prouver que les Hindous prolongeaient leur numération décimale aussi bien en deça qu'au delà de l'unité, comme je le pensais, sans en avoir de preuves ; il contient aussi un chapitre intitulé : *Excerptiones de libro qui dicitur Gebra et Muchabala*, où se trouvent résolus les trois cas de l'équation du second degré, d'après la méthode de Mohammed-ben-Musa. Cette méthode fut importée en Italie, presque en même temps, par Léonard de Pise. Mais Léonard de Pise la répandit par la multiplication des copies de son ouvrage, ce dont M. Chasles n'a pas tenu compte dans sa discussion en faveur de Jean de Séville, avec M. Libri.



LÉONARD DE PISE (*filius Bonacci*, appelé aussi *Fibonacci*),

Né à Pise vers 1175, mort à une époque incertaine.

Il séjourna longtemps en Orient, et fit paraître, à son retour, un traité d'Arithmétique et d'Algèbre, l'un des plus anciens qu'on ait vus en Europe et qui a eu la plus grande influence sur le

progrès des Sciences dans le siècle suivant. Le fond de cet ouvrage, que Fibonacci intitule, d'après les Arabes, *Algebra et Almuchabala*, a été puisé dans l'Algèbre écrite vers le milieu du ix^e siècle par Mohammed ben Musa Al-Kharizmi, qui lui-même s'était peut-être instruit à l'école des Hindous.

L'Algèbre de Léonard de Pise commence par ces mots : *Incipit Liber Abbaci compositus a Leonardo filio Bonacci Pisano, in anno 1202. Novem figuræ Indorum hæc sunt 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1; cum his itaque novem figuris et cum hoc signo 0 quod arabice Zephirum appellatur, scribitur quilibet numerus*, etc.

Cet ouvrage va jusqu'à la résolution des équations du second degré et de celles qui s'y ramènent; mais ce qui le distingue des autres traités d'Algèbre, puisés dans les livres arabes, et le rend particulièrement remarquable, c'est l'application qui y est faite pour la première fois des moyens d'investigation que l'Algèbre peut offrir aux spéculations géométriques.

Les Arabes avaient puisé à deux sources entièrement distinctes; ils s'étaient instruits concurremment dans les ouvrages didactiques grecs, où non seulement l'idée de substituer des calculs sur les mesures des grandeurs aux combinaisons imaginées sur ces grandeurs n'est jamais entrevue, mais où même on ne trouve pas les formules des mesures des aires les plus simples, au moyen des mesures de leurs dimensions; et dans les ouvrages postérieurs des Hindous, où, au contraire, l'accord des deux méthodes paraît s'être établi dès le principe, conformément aux usages modernes.

Le traité de Léonard de Pise procède des ouvrages arabes d'origine hindoue. L'auteur y montre une intelligence très nette de la concordance nécessaire des résultats obtenus par l'une ou l'autre

voie : *Et quia, dit-il, Arithmetica et Geometria scientia sunt connexæ et suffragatoriæ sibi ad invicem, non potest de numero plena tradi doctrina nisi inserantur geometrica quædam, vel ad geometriam spectantia.* Fibonacci ajoute que souvent les règles de l'Algèbre tirent leur démonstration de constructions géométriques, et les exemples qu'il en donne ont, en effet, servi longtemps de modèles, comme on le voit presque à chaque page de l'*Ars magna* de Cardan.

Le second ouvrage de Fibonacci est intitulé : *Leonardi Pisani de filiis Bonacci practica geometriæ, composita anno 1220*; on y trouve, entre autres curiosités, la formule de la mesure de l'aire d'un triangle en fonction de ses trois côtés; l'auteur l'avait prise sans doute dans le traité de Géométrie des trois fils de Musabben-Schaker, Mahomet, Hamet et Hasen. Elle se trouvait déjà dans la *Géodésie* de Héron le Jeune, mais elle y était démontrée autrement; la démonstration de Léonard est probablement celle que les Arabes avaient trouvée dans les ouvrages de Brahmagupta, ou déduite de ses formules.

Léonard de Pise avait laissé un troisième ouvrage relatif à l'analyse indéterminée du premier et du second degré, que Lucas de Burgo, dans sa *Somma de Arithmetica*, et Cardan, dans son *Ars magna*, citent souvent sous le titre de *Traité des nombres carrés*.

Cet ouvrage paraissait perdu, depuis une soixantaine d'années; M. Boncompagni a été assez heureux pour en retrouver une copie manuscrite qu'il a publiée à Rome en 1857.

Léonard de Pise y résolvait l'équation $x^2 - y^2 = N$ par des considérations et des figures géométriques; il ramenait la question à exprimer les solutions de l'équation proposée en fonction

de valeurs particulières de x et de y formant une première solution, et donnait, pour cela, les formules

$$x = \frac{ar^2 - by}{c}$$

et

$$y = \frac{bx^2 - ay^2}{c}.$$

Or x et y forment une solution de l'équation proposée et ou a, b, c satisfont à la condition $a^2 + b^2 = c^2$; ces formules conviennent évidemment.

Nous venons de dire qu'il s'en fallut bien peu que le *Traité des nombres carrés* de Léonard de Pise ne fût totalement perdu.

Beaucoup d'autres ouvrages de la même époque ou antérieurs, tout aussi intéressants, se trouvent pareillement exposés à une perte d'autant plus probable que les exemplaires qui se trouvent dans quelques bibliothèques forment le point de mire des curieux bibliomanes.

« L'impression des manuscrits auxquels s'attache un intérêt scientifique et historique, dit M. Chasles à propos précisément de Léonard de Pise, serait, de la part des gouvernements, une digne et utile coopération, peu coûteuse du reste, aux travaux des hommes qui se vouent à l'étude.

« Une seconde mesure à prendre pour arrêter la destruction des raretés littéraires serait l'établissement d'une bibliothèque spéciale destinée aux Sciences, qui deviendrait un centre où chacun se ferait un devoir et un bonheur de porter ses petites propriétés particulières, qu'on laisse perdre aujourd'hui faute de savoir à quoi les réunir pour les rendre utiles et leur assurer une conservation durable. »

Qu'on nous permette d'exprimer ici le regret que le gouvernement ait laissé disperser la collection d'ouvrages scientifiques qu'avait rassemblée M. Chasles.

M. Libri a joint à son *Histoire des Mathématiques en Italie* l'introduction à l'*Abbacus* de Léonard de Pise, et le quinzième chapitre de cet *Abbacus*, lequel contient les solutions de quelques problèmes de Géométrie et la théorie des équations du second degré, avec des exemples; on trouve aussi dans l'*Histoire* de M. Libri l'introduction à la *Practica Geometriae*.

Voici la traduction des titres des quinze chapitres dont se compose l'*Abbacus* et dont le dernier seul nous est complètement connu.

I. Des neuf chiffres des Indiens et de la manière d'écrire tous les nombres par leur moyen.

II. De la multiplication des nombres entiers.

III. De l'addition des nombres entiers.

IV. De la soustraction des nombres entiers, les moindres des plus grands.

V. De la division des nombres entiers.

VI. De la multiplication des nombres entiers joints à des fractions, et des fractions entre elles.

VII. De l'addition, de la soustraction et de la division des nombres entiers joints à des fractions.

VIII. De l'achat et de la vente des choses vénales et semblables.

IX. De la baraterie des choses vénales et de quelques autres règles analogues.

X. De la règle de société.

XI. De l'échange des monnaies.

XII. De la règle de fausse position.

XIII. De la règle *Eleatagin*, par laquelle sont résolues presque toutes les questions qui dépendent de la fausse position.

XIV. De l'extraction des racines carrées et cubiques.

XV. Des règles et proportions relatives à la Géométrie et des questions d'Algèbre.

On voit par ces titres que les quatorze premiers chapitres, qui ont pu rendre de grands services aux contemporains de Léonard de Pise n'offriraient que bien peu d'intérêt pour nous. Ils contiennent la première exposition qui ait été publiée en Occident du système de numération des Hindous, adopté par les Arabes. C'est par là qu'il est principalement remarquable, quoique, peut-être, la théorie des règles d'Arithmétique y soit, comme on peut le présumer de la part de l'auteur, mieux présentée que dans les abaquas antérieurs.

Quant au quinzième chapitre, j'ai été fort heureux de le trouver dans l'*Histoire* de Libri; mais le résultat de la lecture que j'en ai faite est plutôt négatif que positif : ce quinzième chapitre n'est en effet, dans sa partie théorique, que la reproduction presque textuelle de l'Algèbre de Mohammed ben Musa Al Khārizmī, que j'ai analysée avec assez de détails pour n'avoir pas à y revenir.

Léonard y a seulement ajouté, au commencement, de longs développements sur les proportions, et à la fin, les solutions par l'Algèbre de problèmes de Géométrie de son invention.

Nous nous bornerons à quelques indications sur la nature de ces problèmes. Voici les énoncés de quelques-uns d'entre eux :

« Une lance de 20 pieds est placée devant une tour à une distance horizontale de 12 pieds; on l'abaisse de façon que son sommet vienne s'appuyer sur le mur de la tour; de combien de pieds ce sommet de la lance descendra-t-il?

Deux lances, l'une de 35 pieds et l'autre de 40, sont dressées à 12 pieds de distance; on abaisse la plus grande de façon que son sommet vienne se placer sur la plus petite; en quel point celle-ci sera-t-elle divisée par le point de contact? »

Deux tours élevées l'une de 30 pas et l'autre de 40, sont distantes de 50 pas; entre les deux se trouve une fontaine circulaire, sans doute vers le centre de laquelle deux oiseaux descendant des hauteurs des deux tours se dirigent du même vol et parviennent dans le même temps; quelles sont les distances du centre de la fontaine aux deux tours? »

M. Libri a certainement rendu service en publiant le texte de ce quinzième chapitre; malheureusement il l'a publié tel que le lui avait envoyé de Florence un copiste assez maladroit à ce qu'il paraît, car il est rempli de fautes, et les figures mêmes ne se rapportent pas toujours au texte.

Quant à l'introduction à la *Practica Geometria*, nous n'en donnons pas la traduction, parce que les énoncés qui s'y trouvent n'apprennent rien sur le contenu de l'ouvrage. Au reste, M. Boncompagni a publié l'ouvrage lui-même en 1862.



VINCENT DE BEAUVAIS.

Né vers 1180, près de Beaumont, mort en 1258.

Il appartenait à l'ordre des Dominicains, fondé en 1215, et fit partie de l'un des premiers établissements de cet ordre en France, le couvent de Saint-Jacques, à Paris. Saint Louis l'appela près de lui et le nomma son lecteur et son bibliothécaire.

Outre un traité de l'éducation, destiné aux fils de saint Louis

et dédié à la reine Marguerite sa femme, il a laissé une grande encyclopédie en dix gros volumes in-folio, qui a été publiée à Strasbourg en 1473 et réimprimée en 1624. C'est une compilation faite avec plus de jugement, peut-être, que celle de Pline, et, d'ailleurs, plus étendue, puisqu'elle comprend les travaux des Arabes, ou du moins de ceux entr'autres Avicenne, dont il avait pu se procurer les ouvrages; mais ce n'est encore qu'une compilation. Voici ce qu'en dit M. Littré : « Vincent de Beauvais n'a pas su user de tous ses avantages; il a trop pensé à l'antiquité et pas assez à sa propre époque; il est une foule de perfectionnements, connus des lors, dont il ne parle pas. La boussole commençant à guider les marins; le sucre remplaçait le miel; la cire abondait et déjà quelques essais annonçaient la transformation du feu grégeois en poudre à canon. »

Vincent fut chargé de faire le règlement de l'hospice de Beauvais; voici, d'après M. Dupont-White, un article de ce règlement : « Auparavant qu'aucun malade soit reçu en ladite maison, on aura soin de le faire confesser de ses péchés, et lui faire administrer le saint sacrement, si besoin est, et puis après sera mené au lit ou dores en avant sera traité comme seigneur de la maison; il sera chaque jour charitablement soigné avant que les frères ne mangent et lui sera donné, selon le pouvoir d'icelle maison, ce qu'il désirera, pourvu qu'il se puisse trouver et ne lui soit contraire, jusqu'à ce qu'il soit refait et se porte bien, et afin que celui qui sera guéri ne vienne à récidiver en se retirant trop tôt, il lui sera loisible d'y demeurer encore sept jours après, pendant lesquels il sera nourri et sustenté. »



SACRO-BOSCO JEAN DE HOLYWOOD.

(Moine anglais né à Holywood vers 1100.)

Il est l'auteur du premier ouvrage d'Astronomie qui ait été publié en Occident depuis la chute de l'Empire romain. Cet ouvrage, *De sphaera Mundi*, a été longtemps classique et a eu les honneurs de plusieurs commentaires: il a été imprimé à Ferrare en 1472. Ce n'est qu'un abrégé des notions les plus élémentaires de Cosmographie.

Outre son *Traité de la sphère*, la Bibliothèque nationale possède encore de Sacro-Bosco un livre sur le *Comput ecclésiastique*, un *Traité d'Arithmétique* et un dernier ouvrage intitulé: *De compositione quadrantis simplicis et compositi et utilitatibus utriusque*, où l'auteur expose une méthode pour déterminer l'heure par une observation du soleil.

Ces ouvrages manuscrits sont réunis en un volume qui a appartenu à Charles IX.

Sacro-Bosco connaissait les ouvrages d'Albategnius et d'Alfragan, auxquels il fait de nombreux emprunts.

Il a contribué à répandre en Europe la connaissance de la numération décimale des Hindous.



ABOU-EL-HASSAN-ALI (DE MAROC).

(Né vers 1200.)

Le principal ouvrage de cet astronome est intitulé: *Traité des instruments astronomiques des Arabes*. Il en existait une copie manuscrite en arabe à la Bibliothèque nationale; M. Sé-

dillot en a publié la traduction en français en 1810. La découverte de cet ouvrage a comblé une lacune importante dans nos connaissances, car on ignorait absolument la gnomonique des Arabes, que Montucla croyait perdue.

Le *Traité des instruments astronomiques* se compose de deux parties, dont la première traite des méthodes pour résoudre par le calcul les problèmes astronomiques, et la seconde, de la construction des instruments et de leurs usages.

Mais ces instruments se réduisent aux cadrans solaires, dont Aboul-Hhassan décrit une multitude. Il prend le style dans toutes les positions imaginables, excepté toutefois la meilleure, et pour tableaux tous les plans possibles, des cylindres, des sphères et des cônes.

On conçoit combien, en l'absence d'aucun autre moyen de mesurer le temps, les Arabes devaient apporter de soin à la construction des cadrans solaires; mais aussi est-on tout étonné de voir que l'idée si simple de prendre leur style parallèle à l'axe du monde ne leur soit venue dans aucun cas: ils ont beau varier le tableau de toutes les façons possibles, aucune combinaison nouvelle ne les met sur la voie; ils corrigent et améliorent les méthodes de calcul et de construction de Ptolémée, mais, pour le reste, ils le copient presque littéralement.

Ce résultat tout négatif est à peu près tout ce qu'on trouve d'intéressant dans le *Traité des instruments*. Il est devenu certain, depuis la publication de cet ouvrage par M. Sédillot, que le principe des cadrans solaires que l'on construit aujourd'hui, est entièrement dû aux Occidentaux, et que son introduction ne date que de la publication, en 1531, de l'*Horologiographia* de Munster.

On conçoit par ces divers motifs que nous ne puissions pas

faire à Aboul-Ihassan les honneurs d'une analyse bien détaillée de son ouvrage. Nous nous bornerons à la construction du cadran horizontal à style vertical.

Le rayon visuel mené du sommet du style, ou gnomon, au Soleil, décrit chaque jour un cône de révolution dont l'axe est l'axe du monde et dont le demi-angle au sommet est le complément de la déclinaison D du Soleil, ce jour-là. Le Soleil est sur la première nappe de ce cône, et l'ombre portée par la pointe du gnomon est sur la seconde. L'intersection de cette seconde nappe par le plan horizontal est la ligne tracée par l'ombre de la pointe du gnomon. Cette ligne est une hyperbole, car le plan horizontal coupe les deux nappes du cône : la première sur toutes celles de ses génératrices qui aboutissent aux points de l'arc décrit la nuit par le Soleil et la seconde sur celles de ses génératrices qui, prolongées, iraient passer par tous les points de l'arc diurne.

Le jour de l'équinoxe, le cône des rayons menés au Soleil se réduit à un plan et la ligne d'ombre est une droite.

D'ailleurs, si l'on considère les deux cônes qui correspondent à des jours où le Soleil a ses déclinaisons égales et de signes contraires, ces deux cônes n'en font qu'un : la première nappe du second est la seconde nappe du premier, par conséquent les lignes d'ombre, pour ces deux journées, sont les deux branches d'une même hyperbole.

Soient O *fig. 6*, le pied du gnomon sur le plan du cadran horizontal; NS la méridienne (nord-sud); λ la latitude du lieu, ou la hauteur du pôle : le jour de l'équinoxe, le Soleil se trouve dans le plan perpendiculaire à la méridienne qui fait l'angle $\frac{\pi}{2} - \lambda$ avec le plan horizontal; soit h la hauteur du gnomon, son ombre mène

ridienne est ce jour-là

k tang ;

on peut la construire ou la calculer; soit OY cette ombre, la

Fig. 9.

ligne d'ombre équinoxiale est FVQ.

Considérons le jour où le Soleil a une déclinaison boréale D : sa hauteur au-dessus de l'horizon à midi, ce jour-là, est

$$\begin{pmatrix} \pi \\ 2 \end{pmatrix} \in \mathbb{D} \bigg) ;$$

la longueur de l'ombre du gnomon est donc à ce moment

$$h \tan \lambda = D_1$$

soit OII cette ombre; la branche d'hyperbole parcourue durant ce jour par l'ombre de la pointe du style a pour sommet H et pour axe OS .

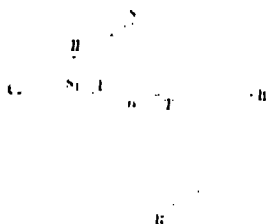
Prenons maintenant le jour où le Soleil a une déclinaison australe égale à D ; on trouvera le sommet de la seconde branche de l'hyperbole en portant OK égale à

$$h \tan(\lambda - D).$$

Cela posé, la théorie des coniques fournira une foule de moyens pour achever la construction de l'hyperbole, ou le calcul de ses éléments.

Soit *fig. 7*, ASO le complément de la déclinaison D , le cône

Fig. 7.



sur lequel se trouve l'hyperbole cherchée est ASB ; le plan sécant perpendiculaire au plan du triangle ASB , par exemple, fait avec l'axe SO un angle égal à la latitude λ , ou avec la génératrice SA un angle égal à $\frac{\pi}{2} - D - \lambda$; enfin il coupe cette génératrice SA à une distance du sommet S égale à la distance du sommet du gnomon au point H ou au point K , c'est-à-dire à

$$\frac{h}{\cos(\lambda - D)} \quad \text{ou à} \quad \frac{h}{\cos(\lambda + D)};$$

on peut donc construire la trace HK du plan sécant sur le plan

de la figure: on peut par suite déterminer complètement l'hyperbole, soit graphiquement, soit par le calcul. Si l'on veut connaître, par exemple, l'angle de ses asymptotes, il n'y a qu'à mener S_1I parallèle à HI , TR perpendiculaire à AB , et à construire ou à calculer le triangle rectangle S_1TR égal au triangle STR de l'espace. TS_1R est le demi-angle des asymptotes.

Or

$$\begin{aligned} \frac{TO}{SO} &= \sin \gamma, \\ \frac{AO}{SO} &= \cos D. \end{aligned}$$

$$\frac{TR}{SO} = \sqrt{\left(\frac{AO}{SO}\right)^2 + \left(\frac{TO}{SO}\right)^2} = \sqrt{\cos^2 D + \sin^2 \gamma},$$

d'où

$$\frac{TS}{SO} = \frac{TS_1}{SO} = \sec \gamma,$$

par conséquent le demi-angle des asymptotes de l'hyperbole en question a pour tangente

$$\frac{TR}{TS_1} = \frac{\sqrt{\cos^2 D + \sin^2 \gamma}}{\sec \gamma}.$$

Ainsi on pourra construire, par ce moyen ou par d'autres analogues, tant de lieux qu'on voudra de l'ombre portée dans une journée par le sommet du gnomon sur le plan horizontal. On construira principalement les lignes d'ombre correspondant aux époques des solstices, lesquelles seront encore les deux branches d'une même hyperbole.

Il reste maintenant à marquer sur chaque hyperbole les points

correspondants aux différentes heures après et avant le milieu du jour, lequel correspond toujours au sommet de l'une des branches de l'hyperbole.

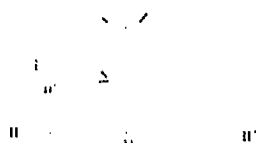
On peut y arriver, soit en calculant les longueurs de l'ombre du gnomon à ces différentes heures, soit en déterminant les azimuts de cette ombre.

Supposons qu'on veuille employer le premier moyen : l'ombre du gnomon est à chaque instant le produit de sa hauteur par la tangente de la distance zénithale du Soleil, il ne s'agit donc que de déterminer la distance zénithale du Soleil, lorsqu'il se trouve sur son cercle diurne, à une distance donnée du point de culmination.

Soient *fig. 8.*

O la sphère céleste,

Fig. 8.



HOH l'horizon du lieu,

Z le zénith,

ZHH le méridien,

POH la latitude,

POS le complément de la déclinaison du Soleil,

Σ une position particulière de cet astre.

II l'angle $SO\Sigma$.

Prenons pour unité le rayon de la sphère :

$$SO = \cos D.$$

$$\text{corde } S\Sigma = 2 SO \sin \frac{H}{2} = 2 \cos D \sin \frac{H}{2} = 2 \sin \frac{1}{2} SO\Sigma;$$

on peut donc avoir l'angle $SO\Sigma$.

Cela posé, dans le triangle sphérique isocèle $SP\Sigma$, on connaît les trois côtés, on peut donc calculer l'angle au sommet $\angle PS$.

Alors, dans le triangle sphérique $P\Sigma Z$, on connaît les deux côtés $P\Sigma$ et PZ , avec l'angle compris $\angle P\Sigma$; on peut donc calculer le troisième côté $Z\Sigma$, c'est-à-dire la distance zénithale cherchée.

Ayant ainsi la longueur de l'ombre du gnomon pour une heure donnée, on n'a pour obtenir le point correspondant à cette heure, sur l'hyperbole lieu de l'ombre pour le jour considéré, qu'à décrire du pied du gnomon un arc de cercle, avec cette longueur pour rayon.

On marque ainsi sur toutes les hyperboles construites les points correspondants à différentes heures déterminées, et l'on joint par un trait continu les points qui répondent à une même heure.

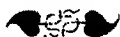
Si l'on avait voulu trouver l'azimut de l'ombre au lieu de sa longueur, cet azimut, par rapport à la méridienne, étant l'angle $PZ\Sigma$, on l'aurait obtenu en résolvant le même triangle $PZ\Sigma$, qui a fourni la distance zénithale $Z\Sigma$.

Tels sont les principes très-simples de la construction du cadran solaire horizontal à style vertical; mais je ne répondrais pas d'avoir

suivi de point en point Aboul-Hassan, car je crois qu'on pourrait délier qui que ce fût de lire son livre d'un bout à l'autre.

Supposez, en effet, le ton d'un rendeur d'oracles; supposez toutes les questions séparées de l'ensemble et traitées dans un ordre tel qu'on n'en voie jamais d'avance l'utilité; supposez l'abus le plus insupportable de mots ayant l'air bien savants et dont il faut sans cesse chercher le sens; supposez, au milieu des démonstrations, une foule de préceptes pour le praticien, et vous n'aurez pas encore une idée de la facture du *Traité des instruments des Arabes*.

Aboul-Hassan trouvait l'obliquité de l'écliptique égale à 23°33'. Il faisait l'année supérieure à 365 $\frac{1}{4}$ d'un centième de jour, comme les Indiens.



ALBERT LE GRAND.

(N. en 1200, en 1243 selon les uns, en 1245 selon M. Dureau,
mort V. G. 1262 ou 1270.)

Il appartenait à la famille des comtes de Bollstœdt.

Il étudia les Sciences à Padoue, entra dans l'ordre des Dominicains en 1222, enseigna la Théologie et la Philosophie à Ratisbonne, à Strasbourg, à Cologne et à Paris, où il séjourna trois ans (1245-1248) et dont une place a conservé son nom, la place Maubert ou de Maître Albert. Il fut élu provincial de son ordre en 1254 et nommé évêque de Ratisbonne en 1259. Saint Thomas d'Aquin fut un de ses disciples.

La Chimie lui doit d'importantes découvertes relativement au

cinabre qu'il savait être un composé de mercure et de soufre, au soufre, à la potasse et à l'acide nitrique.

Ses contemporains disaient de lui : *Magnus in Magia, major in Philosophia, maximus in Theologia*.

Il a laissé un grand nombre d'ouvrages : *De natura locorum*, qui a trait à la physique du globe; *De celo et mundo*; *De generatione et corruptione*; *De meteoribus*; *De mineralibus et rebus metallicis*; *De animalibus*, etc.

« Son traité *De mineralibus et rebus metallicis* offre, dit M. Dumas, plus de réserve et de sagesse qu'on n'en devrait attendre de l'époque : l'auteur y expose et y discute les opinions de Geber et des alchimistes de l'époque arabe; il admet leur façon de voir sur la nature des métaux; il partage leurs idées sur la génération de ces corps, mais il y ajoute des observations qui lui sont propres, et surtout de celles que l'habitude de voir des mines et des exploitations métallurgiques lui a permis de faire. »

Ses ouvrages n'ont été imprimés qu'en 1651 à Lyon et forment 21 volumes in-folio.



ROGER BACON.

(N. 1211, à Hellespont, mort en 1292.)

Étudia à Oxford, puis à l'Université de Paris, où il fut reçu docteur en Théologie. De retour en Angleterre en 1240, il entra dans l'ordre de Saint-François et se fixa à Oxford. Il se livra d'abord à l'étude des langues : le latin, le grec, l'hébreu et l'arabe; puis à celle des Mathématiques et de l'Astronomie; enfin à des recherches expérimentales de Physique et de Chimie.

« Après avoir, dit-il, longtemps travaillé à l'étude des langues et des livres, sentant la vanité de mon savoir, je voulus, négligeant Aristote, pénétrer plus entièrement dans le secret de la nature, en cherchant à me faire une idée sur toutes choses par ma propre expérience. »

Un de ses titres scientifiques est d'avoir, le premier, réclamé la réforme du Calendrier julien. Voici ce qu'il écrivait au pape Clément IV en 1270.

« Les défauts du Calendrier sont devenus intolérables au sage, et font horreur à l'astronome. Depuis le temps de Jules César, et malgré les corrections qu'ont essayées les conciles de Nicée, Eusèbe, Victorinus, Cyrillus, Bede, les erreurs n'ont fait que s'aggraver; elles ont leur origine dans l'évaluation de l'année que César estime être de trois cent soixante-cinq jours et un quart, ce qui, tous les quatre ans, amène l'intercalation d'un jour entier; mais cette évaluation est exagérée, et l'Astronomie nous donne le moyen de savoir que la longueur de l'année solaire est moindre de $\frac{1}{4}$ de jour environ onze minutes), de là vient qu'au bout de cent trente années, on a compté un jour de trop, et cette erreur se trouverait redressée si l'on retranchait un jour après cette période.... Une réforme est nécessaire: toutes les personnes instruites dans le Comput et l'Astronomie le savent et se raillent de l'ignorance des prélats qui maintiennent l'état actuel. Les philosophes infidèles, arabes et hébreux, les Grecs qui habitent parmi les chrétiens, comme en Espagne, en Égypte et dans les contrées de l'Orient, et ailleurs encore, ont horreur de la stupidité dont font preuve les chrétiens dans leur chronologie et la célébration de leurs solennités. Et cependant les chrétiens ont maintenant assez de connaissances astronomiques pour

s'appuyer sur une base certaine. Que Votre Révérence donne des ordres, et vous trouverez des hommes qui sauront remédier à ces défauts. Si cette œuvre glorieuse s'accomplissait du temps de Votre Sainteté, on verrait s'achever une des entreprises les plus grandes, les meilleures et les plus belles qui jamais aient été tentées dans l'Église de Dieu. » Il fallut encore attendre cette réforme durant 300 ans.

Du reste, Bacon ne bornait pas ses visées astronomiques à la réforme du Calendrier. Le système de Ptolémée lui paraissait infiniment éloigné de la simplicité que l'on doit supposer dans la nature.

Il dit des étoiles filantes : « Ces prétendues étoiles sont des corps relativement assez petits qui traversent notre atmosphère et s'enflamment par la rapidité de leur mouvement. »

Ses idées sur la réflexion et la réfraction de la lumière, sur le phénomène de l'arc-en-ciel, sur les fonctions de l'œil semblent si peu être de son temps, qu'on lui a presque attribué l'invention du microscope et du télescope. Voici du reste textuellement ce qu'il dit à cet égard : « Si un homme regarde des lettres ou autres menus objets à travers un cristal, un verre, ou tout autre objectif placé au-dessus de ces lettres, et que cet objectif ait la forme d'une portion de sphère dont la convexité soit tournée vers l'œil, l'œil étant dans l'air, cet homme verra beaucoup mieux les lettres et elles lui paraîtront plus grandes. Et, à cause de cela, cet instrument est utile aux vieillards et à ceux qui ont la vue faible, car ils peuvent ainsi voir d'une grandeur suffisante les plus petits caractères. »

Il ajoute, touchant la vision rompue : « Il est facile de conclure des règles établies plus haut que les plus grandes choses peuvent

paraître petites, et réciproquement, et que des objets très éloignés peuvent paraître très rapprochés, et réciproquement; car nous pouvons tailler des verres de telle sorte et les disposer de telle manière, à l'égard de notre vue et des objets extérieurs, que les rayons soient brisés et réfractés dans la direction que nous voudrons, de manière que nous verrons un objet proche ou éloigné sous tel angle que nous voudrons; et ainsi, à la plus incroyable distance, nous lirons les lettres les plus menues, nous comprenons les grains de sable et de poussière, à cause de la grandeur de l'angle sous lequel nous les verrions; car la distance ne fait rien directement par elle-même, mais seulement par la grandeur de l'angle.

On lui a attribué l'invention de la poudre. Il est certain que la formule s'en trouve dans ses écrits, mais peut-être l'avait-il empruntée des Arabes. Quoi qu'il en soit, voici ce qu'il en dit :

« On peut produire à volonté des détonations semblables à la poudre : il ne faut pour cela que les matières les plus communes; quand on sait les mêler dans une certaine proportion, on prend de cette composition gros comme le pouce, et l'on fait plus de bruit et d'éclat lumineux qu'un coup de tonnerre.... On ferait merveille si l'on savait s'en servir convenablement. »

Bacon, si l'on veut, était alchimiste, en ce sens qu'il croyait à l'unité de composition des métaux et à la possibilité de leur transmutation les uns dans les autres; mais il ne joignait à cette croyance aucune superstition métaphysique, aucune visée surnaturelle.

Sans méconnaître le génie d'Aristote, il n'en voulait pas subir le joug. « Au lieu d'étudier la nature, on perd, dit-il, vingt ans à lire les raisonnements d'un ancien. Pour moi, s'il m'était donné

de disposer des livres d'Aristote. je les terais tous brüler; car cette étude ne peut que faire perdre le temps, engendrer l'erreur et propager l'ignorance au delà de tout ce qu'on peut imaginer. »

Et ailleurs :

« On ne doit pas oublier que les anciens furent hommes; ils ont même commis d'autant plus d'erreurs qu'ils sont plus anciens. car les plus jeunes sont en réalité les plus vieux : les générations modernes doivent surpasser en lumières celles d'autrefois, puisqu'elles héritent de tous les travaux du passé. »

Parlant de la méthode expérimentale, il dit : « La science expérimentale ne reçoit pas la vérité des mains de sciences supérieures; c'est elle qui est la maîtresse, et les autres sciences sont ses servantes. Elle a le droit, en effet, de commander à toutes les sciences, puisqu'elle seule certifie et consacre leurs résultats. La science expérimentale est donc la reine des sciences et le terme de toute spéculation. »

Et il ajoute :

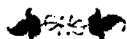
« Il y a une expérience naturelle et imparfaite, qui n'a pas conscience de sa puissance, qui ne se rend pas compte de ses procédés, qui est à l'usage des artisans et non des savants. Au-dessus d'elle, il y a l'art de faire des expériences qui ne soient pas débilés et incomplètes.... Pour faire de telles expériences, il faut appeler à son secours le pouvoir des Mathématiques, sans lesquelles l'observation languit et n'est capable d'aucune précision, d'aucune certitude. »

Avec une telle indépendance, Bacon ne pouvait manquer de s'attirer des persécutions. Elles ne lui manquèrent pas. Ses supérieurs commencèrent par lui faire défense de communiquer à personne aucun de ses écrits, sous peine du jeûne au pain et à

l'eau. Il fut aussi accusé de magie et de relations avec le démon. Clément IV le prit sous sa protection pendant son pontificat; mais, à sa mort, le supérieur des Franciscains, Jérôme d'Ascoli, nommé depuis pape sous le nom de Nicolas IV, le fit comparaître à Paris, à l'âge de soixante-six ans, devant la juridiction de son ordre, et il fut condamné à une prison perpétuelle. Il recouvra cependant la liberté en 1292, mais il mourut peu de temps après à quatre-vingts ans.

Les principaux ouvrages de Bacon sont : *Speculum Alchimiæ* (le Miroir de l'Alchimie); c'est un opuscule d'une douzaine de pages, imprimé d'abord à Nuremberg en 1581; — *De secretis operibus artis et naturæ, et de nullitate magiæ* Des œuvres secrètes de la Nature et de l'Art, et de la nullité de la magie : ce traité, un peu plus étendu que le précédent, fut d'abord imprimé à Paris en 1542; — *De retardandis senectutis accidentibus et sensibus conservandis* Des moyens de retarder les inirmités de la vieillesse et de conserver nos sens; ce traité fut imprimé à Oxford en 1550; Roger Bacon l'avait envoyé, pendant sa captivité, au pape Nicolas IV, pour essayer de le fléchir en lui montrant l'innocence et l'utilité de ses travaux; — *Specula mathematica* Miroir de Mathématiques, édité pour la première fois par Jean Combachius, à Francfort, en 1614; — *Perspectiva* (Traité de Perspective ou d'Optique, publié, comme le précédent, en 1614 par Combachius; — *Opus majus ad Clementem pontificem romanum* Grand Œuvre adressé au pape Clément; c'est le grand ouvrage de Roger Bacon; le Miroir de Mathématiques (*Specula mathematica*) et l'optique (*Perspectiva*) s'y retrouvent en entier, mais ne sont plus ici que des chapitres de l'ouvrage total: il fut publié à Londres en 1733, par Samuel Jebb, en un volume

in-folio, d'après un manuscrit trouvé à Dublin; — *Opus minus* Petit Œuvre, abrégé et complément de l'*Opus majus*, resté inédit jusqu'à nos jours; — *Opus tertium*, resté inédit jusqu'à nos jours, comme le précédent; le manuscrit en a été trouvé par M. Cousin à la bibliothèque de Douai en 1848.



NASSIR-ED-DIN.

Né à Thous, vers 1225, mort à Bagdad en 1271.

Pris en affection et comblé de biens par le petit-fils de Gengis-Khan, qui venait de détrôner le sultan Mostasem, il fut chargé par ce prince de construire à Maragha, ville voisine de Tauris, un observatoire dont la direction lui fut confiée avec la présidence d'une sorte d'Académie composée des plus habiles astronomes du temps.

Nassir-ed-Din composa, entre autres ouvrages, une théorie des mouvements célestes et un traité de l'astrolabe. Ses tables, dites *tables Ilkhaniennes*, fruit de douze années d'observations, ont eu longtemps en Orient une grande célébrité. Il en existe une édition latine imprimée à Londres en 1652 sous le nom de *Tables des longitudes et des latitudes* et reproduite dans le Tome III des *Petits Géographes*.

Ptolémée, qui, d'après Delambre, n'observait guère, nous a laissé fort peu d'indications sur les instruments en usage chez les Grecs; Albatégnius n'a guère mieux fait connaître ceux dont il se servait; quant à H Hassan Ali, de Maroc, il ne nous a transmis que la théorie des cadrans solaires; mais on a heureusement une

description assez détaillée des instruments dont Nassir-ed-Din avait garni l'observatoire de Maraghia.

Ils avaient été construits par un de ses amis, associé à tous ses travaux, mais dont le nom n'a pas survécu. La notice qui en contient le détail a été traduite par M. Jourdain. L'extrait que nous en donnons est tiré de l'histoire de Delambre.

L'observatoire fut disposé de manière que les rayons du Soleil, pénétrant par une ouverture pratiquée dans le dôme, se projetaient sur le mur, en sorte que l'on pouvait connaître les degrés et les minutes du mouvement du Soleil, les hauteurs solsticiales et équinoxiales et les heures de la journée.

Pour tracer la méridienne, l'auteur recommande l'emploi du *cercle indien*. C'est un marbre bien plan et bien horizontal, sur lequel on décrit plusieurs cercles concentriques; au centre commun est placé un style droit, de cuivre, terminé en pointe.

Parmi les instruments, nous remarquons : le quart de cercle, ou mural de Ptolémée; il était construit de bois de sedge, le limbe était de cuivre et les degrés y étaient marqués de cinq en cinq, puis divisés de façon à donner les minutes. Au centre était un cylindre d'acier autour duquel tournait une alidade garnie de deux dioptries; l'alidade était terminée en pointe, pour qu'on pût observer plus exactement la hauteur de l'astre, et se mouvait au moyen d'une corde et d'une poulie attachée au haut du mur. Le rayon du cercle était de deux toises environ. Il est indiqué en coudées arabes.)

Une sphère armillaire composée de cinq cercles : le zodiaque, le colure, le grand cercle de latitude, le méridien et le petit cercle de latitude. Les divisions fournissaient de même les minutes, en partie au jugé, sans doute. Les alidades portaient un tube, placé

entre les dioptres, et dont l'ouverture oculaire était garnie d'une plaque pour protéger l'œil. Cette sphere armillaire n'est autre que l'astrolabe.

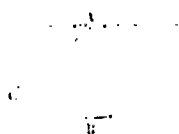
Une armille solsticielle, ou méridienne, dont le diamètre était également de deux toises, garnie aussi d'une alidade et destinée à fournir les hauteurs méridiennes, principalement pour la détermination de l'obliquité de l'écliptique et de la hauteur du pôle.

Une armille, équatoriale, pour observer les équinoxes.

Un instrument dit à pinnules mouvantes, destiné à la mesure du diamètre apparent de la Lune. C'était une dioptre à deux pinnules, dont l'alidade avait un peu moins de deux toises. La pinnule oculaire était percée d'un petit trou rond et la pinnule objective d'un trou plus grand. Cette dernière était mobile et on la faisait avancer ou reculer de manière que le diamètre de la Lune parût remplir exactement l'ouverture. Les divisions de la règle faisaient connaître la distance des deux pinnules et une proportion donnait le diamètre cherché.

L'instrument aux deux piliers ou colonnes: il se composait d'une traverse, portée sur deux piliers en maçonnerie, au milieu de laquelle était adapté un cylindre ou axe A autour duquel pouvait tourner dans le plan méridien une règle de bois de saide d'un

Fig. 9.



peu plus de deux toises. Un point C marqué sur cette règle (fig. 9) décrivait un cercle de rayon connu. La règle portait

deux pinnules percées de petits trous, et, pour observer la hauteur du soleil à son passage au méridien, on l'inclinait de façon qu'un même rayon lumineux traversât les deux petits trous. Il restait à connaître l'inclinaison de la règle. Pour cela on se servait d'une autre règle divisée, plus longue, et pouvant tourner dans le même plan, autour du point B le plus bas du cercle décrit par l'extrémité de la première règle. On élevait cette seconde règle de façon à la faire passer par l'extrémité C de la première. Alors dans le triangle isocèle CAB on connaissait les deux côtés égaux ainsi que la base, on pouvait donc trouver l'angle au sommet, mais les divisions de BC fournissaient directement cet angle.

Un autre instrument servait à donner en même temps les hauteurs de deux astres et leurs azimuts. Il se composait d'un cercle horizontal divisé fixe, et de deux cercles verticaux mobiles autour d'un axe vertical fixé au centre du premier.



CAMPANUS.

(1111-1186.)

Géomètre italien. Il a donné des *Éléments* d'Euclide la première traduction qu'on ait eue en Europe et qu'il fit sur un texte arabe. Les commentaires qu'il avait laissés sur la Géométrie d'Euclide ont été imprimés pour la première fois en 1482; d'où l'on avait conclu que Campanus appartenait au quinzième siècle, ce qui est une erreur.

On trouve dans ces commentaires une théorie du pentagone étoilé qui, comme on sait, ne faisait pas partie des *Éléments* d'Eu-

clide; cette théorie a suggéré, dans le siècle suivant, à Bradwardine l'idée de ses polygones égrédients. On y remarque aussi des réflexions intéressantes sur le problème de la division d'une droite en moyenne et extrême raison. Enfin Campanus a donné des solutions remarquables, par leur simplicité, des deux problèmes de la trisection de l'angle et de l'inscription du nonagone régulier. Voici comment il opère la trisection : Du sommet de l'angle, comme centre, avec un rayon arbitraire, on décrira une circonférence de cercle, qui rencontrera les deux côtés en des points a et b ; on mènera un demi-diamètre perpendiculaire au premier côté, et par le point b on tracera une droite, de manière que la partie comprise entre le demi-diamètre et la circonférence du cercle soit égale au rayon; enfin, par le sommet de l'angle, on tirera une parallèle à cette droite; cette parallèle divisera l'angle en son tiers et en ses deux tiers. Campanus ne dit pas comment on déterminera la direction de la droite menée du point b sous la condition énoncée; mais le problème se résout par le moyen de la conchoïde de Nicomède.

La proposition est exacte. En effet soient aob *z* *fig. 10*

Fig. 10.



l'angle considéré, et oe perpendiculaire à ob : supposons qu'on ait

pu mener la ligne *bed*, de manière que le triangle *ode* soit isoscèle, et appelons *x* l'angle *obe* = *ode* :

$$obe = x$$

$$bec = 90^\circ - x :$$

donc

$$ocb = 180^\circ - x - 90^\circ - x = 90^\circ - 2x :$$

par suite

$$ocd = 180^\circ - 90^\circ - 2x - x = 90^\circ - 3x :$$

mais, dans le triangle isoscèle *ode*,

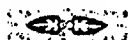
$$oed = 90^\circ - \frac{ode}{2} = 90^\circ - \frac{obe}{2} = 90^\circ - \frac{x}{2} ;$$

d'où

$$90^\circ - x - 2x = 90^\circ - \frac{x}{2} ;$$

d'où

$$\frac{1}{2}x = 2x, \quad x = \frac{2}{3}x.$$



SAINT THOMAS D'AQUIN.

N. à Aquino (Terre de Labori), en 1225, mort à l'abbaye de Fossanova, près de Terracina, en 1274.

Il appartenait à l'une des plus anciennes et des plus nobles familles du royaume de Naples. Il fut élevé au monastère du mont Cassin, dont un de ses parents était alors supérieur, suivit encore très jeune, les cours de l'Université de Naples et entra dans l'ordre des dominicains, à 17 ans, sans consulter son père, ni sa mère qui le fit enlever aussitôt et le garda prisonnier dans son château.

durant un an ou deux, pensant obtenir de lui une renonciation à ses vœux. Ne pouvant vaincre sa douce obstination, elle le rendit à des frères de son ordre, d'une fenêtre de la tour où il était enfermé; on le descendit dans une corbeille d'osier que ses sœurs retenaient par des cordons.

Les dominicains chargèrent de son éducation Albert le Grand qui l'emmena à Paris où il fut bientôt appelé à une chaire au collège Saint-Jacques, qui appartenait à son ordre. Saint Louis l'aimait beaucoup et le retenait souvent près de lui.

Il retourna en 1772 à Naples, où ses supérieurs l'envoyèrent enseigner la théologie. Grégoire X l'invita deux ans après à se rendre au concile de Lyon, où devaient se traiter les conditions de la réunion des Églises grecque et romaine, mais il n'y parvint pas. On a dit qu'il avait été empoisonné par les ordres de Charles II de Valois.

Ses œuvres imprimées forment dix-sept volumes in-folio.

Saint Thomas d'Aquin était un peu alchimiste, comme Albert le Grand, mais d'une façon tout aussi désintéressée. On trouve dans un de ses traités le passage suivant sur la fabrication des pierres précieuses et des vitraux colorés: « Il y a des pierres qui, bien qu'obtenues artificiellement, ressemblent entièrement aux pierres précieuses naturelles. On imite parfaitement l'hyacinthe et le saphir: l'émeraude se fait avec de la poudre verte d'airain vert-de-gris, la couleur du rubis s'obtient avec le safran de fer. Les vitraux sont colorés avec des substances métalliques, fondues dans la substance du verre. »

Il dénonce la fausse manœuvre des alchimistes de son temps, qui prétendaient changer le cuivre en argent en y joignant de l'arsenic blanc sublimé.

ALPHONSE, ROI DE CASTILLE.

Né en 1221. — Mort en 1268.

Les Tables d'Albategnius ni, à plus forte raison, celles de Ptolémée ne s'accordaient plus avec les observations. Alphonse qui disait qu'il aurait donné à Dieu de bons avis, s'il l'avait consulté au moment de la création, ne pouvant toutefois réformer le système du monde, voulut au moins que ce système bizarre fût mieux connu et plus exactement décrit.

Son père occupait encore le trône lorsque Alphonse réunit à Tolède les astronomes les plus célèbres de son temps, chrétiens, juifs ou maures, et les invita à construire de nouvelles tables : elles parurent manuscrites en 1252 sous le nom de *Tables Alphonsines*, le jour même où Alphonse succédait à son père.

Elles furent imprimées pour la première fois à Venise, en 1483, sous le titre :

Alphonsi regis Castellæ, celestium motuum Tabulæ, nec non Stellarum fixarum longitudines ac latitudines Alphonsi tempore ad motus veritatem reductæ, præmissis Joannis Saxoniensis in has tabulas canonice

Elles ont eu depuis cinq autres éditions, dont la dernière, de 1553, a été donnée à Paris par Hamel, professeur au Collège Royal.

Les astronomes d'Alphonse avaient ajouté aux enchevêtrements de Ptolémée la complication introduite par Thébith ben Corrah, sous le nom de *trépidation*.

La théorie alphonsine de la lune, dit Delambre, ne diffère de celle de Ptolémée que par quelques corrections légères, faites aux

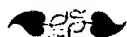
moyens mouvements, aux époques et aux constantes. Il en est de même pour les Planètes.

La durée attribuée à l'année par les Alphonsins est de

$$365\ 5^h\ 48^m\ 10^s$$

elle est, comme on voit, très approchée.

Les tables alphonsines ont remplacé avec avantage celles de Ptolémée; elles ont joui pendant assez longtemps d'une grande réputation.



GÉRARD DE SABBIONETTA.

N. à Sabbionetta près de Crémone au commencement du 15^e s.

A été souvent confondu avec Gérard de Crémone, dont il était peut-être le fils. Il a laissé un ouvrage resté manuscrit, intitulé : *Judicia magistri Gerardi Sabbionetta Cremonensis, super multis questionibus naturalibus ac annorum mundi revolutionibus*; une *Théorie des Planètes*, souvent rééditée de puis; une *Géomanie astronomique pour savoir les choses passées, présentes et futures*, imprimée d'abord à Lyon, en latin, et réimprimée à Paris, puis traduite en français en 1615.

Il a laissé en outre plusieurs traductions, entre autres celle du *Canon* d'Avicenne.



JEAN DE DOL.

A laissé sous le titre de *Planisphère* un traité qui a été compris dans la collection publiée à Toulouse en 1536, sous le titre

Sphæræ atque astrorum cælestium natura et motus. Ce traité est le plus ancien où l'on trouve, sous une forme générale, l'énoncé du théorème fondamental de la théorie des projections stéréographiques, que tout cercle de la sphère se projette dans ce système suivant un cercle.

Mais Jordanus, au lieu de projeter la sphère sur l'équateur, la projetait sur le plan tangent au pôle boréal, le point de vue étant au pôle austral. Les deux plans de projection étant parallèles et le point de vue étant le même, les projections sont semblables.



JORDAN NEMORARIUS.

VIII. — 1522.

Il est peut-être le même que Jordanus. Il a laissé : *Arithmeticon libri X*, imprimé à Paris par Lefèvre d'Étaples en 1496 ; *De ponderibus*, publié à Nuremberg en 1523, et un traité d'Algèbre, intitulé *De numeris datis*, qui existe en manuscrit à la Bibliothèque nationale et à la Bibliothèque Mazarine. Cet ouvrage est divisé en quatre livres et contient la solution de 115 questions du premier et du second degré. Regiomontanus et Maurolycus s'étaient proposé de l'éditer. « La méthode de l'auteur, dit M. Chasles, est très remarquable ; il fait tous ses raisonnements sur des lettres, méthode qu'il a suivie aussi dans son traité d'Algerisme. »



ARNAUD DE VILLENEUVE.

N. 111. 12^e édition en 1513.

Enseigna la Médecine et l'Alchimie à Paris, à Barcelone et à Montpellier. On ne sait s'il a découvert de nouveau l'esprit-de-vin, l'huile de térébenthine et l'acide sulfurique, ou s'il a seulement décrit, d'après ses devanciers, les moyens de les préparer. La seconde hypothèse est plus probable, au moins pour l'alcool. Ses œuvres ont été réunies et publiées à Lyon en 1564.

« Ses ouvrages, dit M. Damas, indiquent des notions saines de Médecine, une pharmacologie aussi avancée qu'on peut l'attendre de cette époque, et des connaissances en Chimie qui non seulement ne sont généralement pas sans intérêt, mais qui même en présentent quelquefois beaucoup. »

Mais il possédait, comme les autres, l'art de faire de l'or.



RAYMOND LULLE.

N. 112. 11^e édition en 1513. 12^e édition en 1515.

Son père, originaire de Belgique, avait aidé en 1231, Jacques I^{er}, roi d'Aragon, à enlever aux Sarrazins les îles de Majorque et de Minorque, et y avait obtenu, après la victoire, des seigneuries importantes.

Raymond Lulle fut d'abord page, puis grand sénéchal du roi d'Aragon. Il se maria très jeune et fut bientôt père de trois enfants; mais il abandonna presque aussitôt sa jeune femme et ses enfants, pour se lancer dans une vie d'aventures presque tabuleuses, à la suite d'un chagrin amoureux, déjà fort bizarre.

Il laisse la moitié de son bien à sa femme, donne le reste aux pauvres et va vivre dans la montagne en ermite. Là il apprend les langues anciennes, et surtout l'arabe, dévore tous les livres de science qu'il peut se procurer : puis, un beau jour, descend de sa montagne pour prêcher une nouvelle philosophie et pour convertir les infidèles.

Il ne rêve pas une nouvelle croisade à main armée, mais il veut que pape et princes se liquent pour répandre et propager l'enseignement de l'arabe et des Sciences arabes, afin de pouvoir adresser aux infidèles une foule imposante de docteurs capables de leur montrer leur erreur et de les gagner à la foi.

Il fait dans cette vue cinquante voyages à Paris, à Rome, à Londres, et, éconduit à peu près partout, il s'en va seul prêcher les infidèles et disputer avec leurs docteurs ; on l'insulte, on le bat, on l'emprisonne, on le classe : il revient à Rome ou à Paris raconter les avantages qu'il a obtenus, retourne en Afrique, se fait de nouveau condamner, s'évade, etc. Enfin il parvint à quatre-vingts ans à se faire lapider à Bougie, et encore pas tout à fait, car des marchands génois ayant reconnu son cadavre, l'emportèrent sur leur vaisseau où il revint d'abord à lui, pour mourir, il est vrai, deux jours après, avant d'atteindre Majorque, où son tombeau existe encore et où il est regardé comme un saint.

Ses innombrables voyages le mirent deux fois en présence d'Arnauld de Villeneuve, à Montpellier d'abord, puis à Naples. Il se lia avec notre chimiste, en suivit les leçons avec l'enthousiasme qu'il apportait à toutes choses et voulut devenir maître en cette Science.

« D'après l'exposé de ses aventures, on croirait impossible, dit M. Dumas, que Raymond Lulle ait pu laisser, sur la Chimie

surtout, des ouvrages dignes de quelque attention. Comment imaginer, en effet, qu'une vie si agitée lui ait permis de méditer des idées profondes et de se livrer à des travaux importants.

« Mais tout en voyageant sans cesse, il trouvait le moyen d'écrire dans presque tous les pays sur la Chimie, la Physique, la Médecine et la Théologie.

« Dégagez de ses ouvrages l'élément alchimique, et vous serez surpris d'y observer une méthode et des détails qui maintenant nous étonnent.

Parmi les alchimistes, Raymond Lulle a fait école, et l'on peut dire qu'il a donné une direction utile. En effet, c'est lui qui, cherchant la pierre philosophale par la voie humide, et qui, employant la distillation comme moyen, a fixé l'attention sur les produits volatiles de la décomposition des corps. »

Sa recette pour la pierre philosophale paraît consister dans la préparation de l'acide nitrique, qu'il obtenait en distillant un mélange de nitre et de sulfate de mercure.

Cet acide dissolvait l'argent, et, additionné d'un *mercure végétal* qu'on croit être de l'esprit pyro-acétique, il dissolvait l'or : il pouvait donc engendrer ces métaux précieux. Nous supposons du moins que c'était l'idée de Raymond, car, naturellement, la conclusion manque, c'est-à-dire l'or.



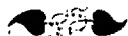
DES PROPRIÉTÉS DU RAS.

N. 1212, 1213, 1214, 1215.

Mathématicien israélite qui a joui d'une certaine célébrité parmi ses coreligionnaires. Il enseignait les Mathématiques en Italie.

Outre quelques ouvrages théologiques et des commentaires sur les Traités d'Aben-Ezra, il a laissé des observations astronomiques assez nombreuses, des notes sur le résumé de l'*Almageste* par Averroës, une dissertation sur la durée du jour astronomique et un grand nombre de traductions d'ouvrages arabes relatifs à l'Astronomie.

Il serait à souhaiter que les mathématiciens israélites qui connaissent l'hébreu compulsassent les traductions laissées par les juifs du moyen âge. On y retrouverait probablement des versions d'ouvrages arabes et même italiens, aujourd'hui perdus.



IBN AL-BANNA.

Né à MARRAKECH en 1213.

Architecte, puis professeur de Mathématiques. Il avait composé sur cette Science un grand ouvrage que les biographes de sa nation vantent beaucoup, mais qui ne nous est pas parvenu. Nous n'en avons qu'un abrégé qui a été analysé par M. Weepke et dont M. Aristide Marre a donné une traduction française dans les collections du prince Boncompagni.

Il formulait les équations à résoudre au moyen de quelques signes : la lettre appelée *lam* servait à indiquer l'égalité; pour noter un certain nombre de fois une puissance de l'inconnue, il faisait surmonter la formule de ce nombre de l'initiale de la puissance, comme si, pour noter $3x^2$, nous écrivions 3^2 , enfin il indiquait une extraction de racine carrée par l'initiale du mot racine, *jehhr*, comme ont fait depuis les Occidentaux.

VITELLIO, VITELLIO OU VITELLO.

(Mathématicien; dans le dixième siècle.)

Il appartenait à la famille noble des Giolek. Il a laissé un curieux traité d'Optique, publié longtemps après sa mort, sous le titre : *Vitellionis perspectivæ libri decem* Nuremberg, 1553, qui a été réédité deux fois depuis, la première en 1551 et la seconde en 1572.

Cet ouvrage est le premier parmi les modernes où il soit question de la réfraction.

Il est probable que Vitellio ne connaissait ni le *Traité d'Optique* de Ptolémée, qui contient, pour les passages de la lumière de l'air dans l'eau ou dans le verre, les tables de réfraction sous les incidences de 10 en 10 degrés; ni le *Thesaurus Opticæ* d'Alhasen, qui a été joint à ses dix livres dans l'édition de 1572.

Quoi qu'il en soit, les tables de Vitellio sont beaucoup plus exactes que celles de Ptolémée; elles se rapportent, du reste, aux mêmes milieux.

Quant à la réfraction astronomique, que Ptolémée et Alhasen avaient signalée comme une cause d'erreur dans l'observation des positions des astres, Vitellio n'en parle pas.



JEAN DE MURIS.

Né vers 1270.

Il était chanoine et habitait Paris. Il a laissé un traité d'Algèbre intitulé *Quadripartitum numerorum*; un *Traité de Géométrie*; un *Canon Tabularum Tabularum* et différents autres

ouvrages sur l'Arithmétique, la Musique et l'Astronomie. Tous ces ouvrages, qui sont restés manuscrits, se trouvent à la Bibliothèque nationale. Regiomontanus applique à l'Algèbre de Jean de Muris la qualification d'*opus insigne*.



PLATON DE MAXIME.

N. 115-116.

Moine grec. Il fut envoyé en 1327 à Venise, par Andronic II. comme ambassadeur. Il donna des deux premiers livres de Dio- phante un commentaire que Xylander a joint à son édition de l'algébriste grec. Son *Arithmétique selon les Indiens* a été publiée par M. Gerhardt, à Halle, en 1865. Un petit traité de lui sur les proportions se trouve en manuscrit à la Bibliothèque nationale.

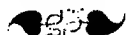


BARLAAM.

N. 117-118.

Il était religieux de Saint-Basile, et fut envoyé par Andronic le jeune à Avignon pour y négocier la réunion des Eglises grecque et latine. Il a laissé, sur l'Arithmétique et l'Algèbre, un ouvrage intitulé *Αριθμητική* qui a été publié en grec et en latin à Strasbourg, en 1578.

Les méthodes de calcul arithmétique paraissent y être les mêmes que celles qu'employait Théon d'Alexandrie.



ALGÈBRE.

Moine grec. Il a laissé un assez grand nombre d'ouvrages dont un seul a été publié; ce sont : *Traité sur le canon pascal*, écrit en 1373 et publié en 1611, par Christmann; *Apparatus astro-labii* Bibliothèque du Vatican; *De reducendis triangulis non rectis ad rectos* Bibliothèque d'Oxford; *De reducendo calculo astronomicorum canonum Ptolemæi ab annis ægyptiacis et ab alexandrino meridiano, ad annos romanos et ad meridianum constantinopoleos* Bibliothèque de Vienne; *Methodus Geodesiæ* Bibliothèque de l'Escurial; *Methodus solarium et lunarium cyclorum* Bibliothèque de Leyde; *Geometrica aliquot problemata* Bibliothèque nationale de Paris.



FLUGH-BEIGH.

N. 1. Samarcande en 1522, mort en 1537.

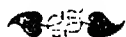
Il était petit-fils de Tamerlan; il dit qu'il s'appliqua à l'étude des Mathématiques dans le dessein qu'à son nom de prince on put ajouter celui de savant, et dans l'espoir que les monuments qu'il laisserait pourraient le recommander à la postérité. Il fit construire à Samarcande un gymnase qu'il enrichit d'un grand nombre d'instruments d'Astronomie.

Il a laissé un livre *Des Époques des nations orientales* et une *Table géographique*, qui ont été traduits par Jean Gravins et publiés à Oxford; une *Table des longitudes et latitudes des étoiles*, dont on se servit longtemps, et dont Th. Hyde a donné

une traduction; enfin des tables astronomiques très bonnes, surtout en ce qui concerne le Soleil.

Ulugh Beigh, vaincu par son fils aîné, qui s'était révolté contre lui, s'enfuit à Samarcande où il avait institué son second fils, et fut assassiné par les ordres de ce dernier.

Il faut d'abord s'occuper de sa postérité, on songera ensuite à la postérité.



GEY DE CHAPLAIN.

Né en 1348, et mort en 1416.

Il fut le médecin des trois papes Clément VI, Innocent V et Urbain V à Avignon. Il avait étudié la Médecine à Toulouse et à Montpellier, puis avait visité les Universités de Paris, où il ne fit qu'un court séjour, et de Bologne où il suivit pendant assez longtemps les leçons des professeurs en renom et put assister à des dissections, alors très rares partout ailleurs qu'en Italie.

Il était à Avignon pendant l'épidémie de peste noire qui enleva en 1348 les trois quarts de la population de cette ville, épidémie qui, dit-il, fut hontense pour les médecins, parce qu'ils n'osaient visiter les malades, de peur d'être infectés. Quant à moi, ajouta-t-il, pour éviter l'infamie, je n'osai point m'absenter, mais, avec continue peur, me préservai tant que je pus avec la thériaque. Il fut cependant atteint, mais guérit. Il paraît avoir soigné la belle Laure, que le fléau emporta, et Pétrarque, dès lors, le poursuivit de ses invectives avec tous les autres médecins.

Il fit paraître en 1403 son principal ouvrage intitulé : *Inven-*

torium, sive collectarium artis chirurgicæ medicinæ, qui lui a fait donner le titre de Père de la Chirurgie française et fut traduit dans toutes les langues, sous le nom de *Grande Chirurgie*. Il y avait réuni tout ce qu'il avait trouvé d'exact dans Galien, Hippocrate, Avicenne et les maîtres italiens. « Je n'ai, dit-il, rien ajouté de mon propre, sinon, par aventure, quelque peu de ce que la petitesse de mon esprit a jugé profitable. » Mais le docteur Cellarier regarde son ouvrage comme un chef-d'œuvre de méthode et de coordination.

L'anatomie de l'œil y est meilleure que chez ses devanciers et Guy de Chauliac ne reconnaît, dans le cœur, que deux ventricules, au lieu de trois qu'y avait vus Avicenne.



TOSCANELLI PAUL DEL POZZO.

Né à Florence le 11. 7. 1594. et mort en 1642.

L'un des conservateurs de la bibliothèque de Florence.

Il eut indirectement part à la découverte du nouveau monde; voici comment. On croyait alors les Indes beaucoup plus à l'Orient de l'Europe qu'elles ne sont en réalité; cette erreur lui suggéra l'idée qu'on y parviendrait plus aisément en se dirigeant vers l'Occident que par la route anciennement suivie; il communiqua ses vues au roi de Portugal, Alphonse V, et bientôt après à Christophe Colomb, qui, en effet, comme on sait, ne découvrit l'Amérique qu'en cherchant l'Inde.

Toscanelli paraît avoir imaginé le premier l'heureuse disposition des gnomons modernes, où la projection perspective du centre du Soleil est indiquée par le centre de l'ellipse suivant

laquelle le disque du Soleil se dessine sur un fond non éclairé, lorsque ses rayons traversent une petite ouverture pratiquée dans un mur, au lieu de l'être par le centre de l'ombre d'une sphère opaque, sur un fond recevant directement les rayons émanés de l'astre. Il fit pratiquer dans le haut du dôme de la cathédrale de Florence une petite ouverture circulaire et traça sur le pavé une méridienne où venait se peindre chaque jour à midi l'image du soleil. La distance du sommet du dôme au pavé de l'église étant de 277 pieds, le gnomon, si facilement établi par Toscanelli, se trouvait surpasser en hauteur tous ceux que l'on avait péniblement construits avant lui. La description de ce monument astronomique a été donnée par le P. Nimenès, mathématicien du grand-duc de Toscane, sous le titre *Del vecchio e nuovo gnomone fiorentino* (1757) ; il y a joint l'histoire des observations qui y furent faites à diverses époques et la relation des siennes propres, qui lui permirent d'affirmer que, de 1510 à 1755, l'obliquité de l'écliptique avait diminué de $1^{\circ} 16'$, ce qui revient à $30''$ par siècle, résultat exact.



GUTENBERG (JEAN).

N. vers 1400, vers 1460; mort vers 1468.

Son véritable nom est Geusleich; il appartenait à une famille aisée, qui l'avait destiné à l'état d'orfèvre. Il avait déjà acquis une certaine habileté comme ouvrier bijoutier, lorsque ayant pris part à une dissension dans sa ville natale, il fut obligé de s'expatrier à vingt ans. Il se réfugia à Strasbourg, où, tout en travaillant sans doute comme bijoutier, il rêvait à diverses inventions

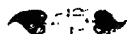
mécaniques et principalement à la création de presses à imprimer. Il parvint, vers 1366, à faire goûter ses idées à trois bourgeois de Strasbourg qui formèrent avec lui une association : c'étaient Jean Riffe, André Dritzchen et André Heilmann. Déjà les associés avaient fait fondre les caractères en fonte, et établir la presse, lorsque Dritzchen étant mort, ses héritiers firent à Gutenberg un proces qu'il gagna, mais qui le mit dans l'impossibilité de continuer son entreprise.

Il retourna alors à Mayence où, après bien des tentatives pour se procurer l'argent nécessaire à la réalisation de ses projets, il tomba dans les mains d'une espèce d'usurier, nommé Fust : celui-ci l'aïda jusqu'au moment où l'imprimerie fut montée, et où le premier ouvrage qui devait en sortir, la *Bible*, fut déjà achevé : mais réclamant alors brusquement ses avances, il se fit attribuer par jugement tout le matériel et toute l'édition.

Il mit à la tête de l'imprimerie qu'il venait d'acquérir si aisément, un des ouvriers de Gutenberg nommé Schœffer.

Toutefois, il ne paraît pas que Gutenberg soit tombé dans la misère. Le prince-archevêque de Strasbourg et l'archevêque de Mayence vinrent à son aide et l'on croit même qu'ils lui fournirent les moyens de fonder une nouvelle imprimerie. Mais Gutenberg était déjà épuisé par une lutte trop longue et trop pénible.

Les caractères que Gutenberg avait fait fondre à Mayence pour imprimer sa *Bible*, étaient en cuivre : ils reproduisaient les lettres ordinaires des manuscrits du temps. Quelques historiens s'en étonnent. On ne peut cependant copier que ce que l'on a vu.



PURBACH (GEORGES).

N. à Purbach près de Linz, en 1473, mort à Vienne en 1520.

Il visita les grandes universités d'Allemagne, de France et d'Italie, professa l'Astronomie à Ferrare, à Bologne, à Padoue, puis accepta une chaire de Mathématiques à Vienne, où il demeura jusqu'à sa mort.

Il fut le maître de Régiomontanus. Il s'attacha à faire disparaître les nombreuses inexactitudes et incorrections qui entachaient la version latine de la syntaxe de Ptolémée; construisit quelques instruments et publia, outre divers ouvrages d'Astronomie, des tables trigonométriques que Régiomontanus a depuis complétées.

Les observations faites depuis Ptolémée avaient obligé les astronomes à introduire successivement de nouvelles hypothèses qui amenaient chaque fois de nouvelles complications dans le système du monde. Le moyen âge, sous ce rapport, ne connaissait plus de bornes; on comptait alors un grand nombre de sphères solides emboîtées les unes dans les autres et possédant chacune trois mouvements distincts. L'énumération et la description de ces sphères remplissaient la plus grande partie des ouvrages du temps. Ceux de Purbach enchérissent encore à cet égard.

Ptolémée, qui en était bien innocent, portera la peine de ces absurdités à l'avènement du système de Copernic.

Il reste de Purbach : *Theoria novæ Planetarum*, etc. (1496); *Institutiones in Arithmetica* (Vienne, 1511); *Tabulæ eclipsium* (Vienne, 1514); *Tractatus super propositiones Ptolemæi de sinibus et chordis* Nuremberg, 1541.

C'est dans ce dernier ouvrage, publié par Régiomontanus, à la

suite de sa *Trigonométrie* en cinq livres, que Purbach donne, d'après Arzachel, la méthode d'interpolation pour le calcul des tables de sinus, dont nous avons dit un mot à propos d'Aryabhata.

Purbach commence bien par calculer les sinus de tous les angles de 3° en 3° ; mais il les calcule directement, et ce n'est que pour compléter sa table, qui procède par dizaines de minutes, qu'il se sert d'une méthode de différences qui n'a du reste rien de commun avec celle d'Aryabhata; car voici ce qu'en dit Delambre :

« Après avoir démontré ce théorème de Théon, que si les arcs croissent également, les sinus croîtront inégalement et en moindre raison, il conclut que si l'on prend pour le sinus de $1^\circ 30'$ le double du sinus de $45'$, on aura un sinus trop grand; mais que si on le fait moitié du sinus de $3'$, on aura un sinus trop petit. Mais si ces sinus (les deux valeurs approchées du sinus de $1^\circ 30'$) le différent que de deux parties, en prenant le milieu arithmétique, on aura un sinus suffisamment exact.

« On pourra interpoler ensuite les sinus de $15'$ en $15'$, en prenant le tiers de la différence pour $45'$ et en les faisant un peu décroître. Vous partagerez en trois parties les différences pour 1° et vous aurez tous les sinus de $5'$ en $5'$; enfin, en partageant ces différences en cinq parties, vous aurez les sinus de minute en minute. »

Je ne vois dans tout cela rien qui rappelle la méthode d'Aryabhata, si ce n'est la raison commune des angles, 3° , raison qu'Aryabhata choisit, parce qu'elle convient à sa formule des différences, tandis que Purbach ne l'adopte que parce que les sinus des angles de 3° en 3° peuvent être calculés directement.

De tout cela il me paraît résulter que Delambre ne connaissait

pas exactement la manière de faire d'Aryabhata, ou de Brâmagupta qui l'a copié.



VALLA (GEORGES).

Né à Placentia vers 1475, mort à Venise en 1527.

Il professa la Physique et la Médecine à Pavie et à Venise, traduisit plusieurs ouvrages de médecins grecs et en composa lui-même quelques autres.

Il donna aussi des traductions du quatorzième livre d'Euclide, de la *Sphère* de Proclus, de l'*Astrolabe* de Nicéphore, du *Traité des grandeurs et distances du Soleil et de la Lune* d'Aristarque de Samos, enfin du *Ciel* d'Aristote.



WALTHER.

Né à Nuremberg en 1530, mort à Nuremberg en 1580.

Il est le premier qui ait employé les horloges pour mesurer le temps dans les observations astronomiques. Il fit construire un grand nombre d'instruments d'après les idées de Régiomontanus, et continua de recueillir un grand nombre d'observations après la mort de ce maître. Elles ont été publiées par Snellius en 1618, avec celles de Régiomontanus, dont il était dépositaire. Les astronomes modernes, Lacaille et Delambre n'ont pas dédaigné de s'en servir pour des vérifications relatives à la durée de l'année et à la variation de l'obliquité de l'écliptique.



VALENTIN BASILE.

XVI^e siècle.

Il vivait à Erfurth, et appartenait à l'un des couvents de la ville. On a de lui: *Char triomphal de l'Antimoine*, en allemand, imprimé à Leipzig en 1604; *Traité des Minéraux*, manuscrit, à la bibliothèque de l'Arsenal, à Paris; *Révélacion des Artifices secrets*, en allemand, imprimé à Erfurth en 1724; et *Halio-graphia* ou *Traité des sels*.

B. Valentin connaissait différents oxydes d'antimoine; le vin stibié et l'émétique; l'acide chlorhydrique (esprit de sel) préparé par l'action du vitriol (acide sulfurique) sur le sel (marin). Il savait extraire le cuivre de la pyrite, transformée d'abord en *vitrolemm* (sulfate de cuivre); il connaissait le fulminate d'or, obtenu en précipitant ce métal de sa dissolution dans l'eau régale, au moyen de l'huile de tartre (solution de carbonate de potasse). Il préconisa l'usage des bains minéraux contre les maladies de la peau. Il soupçonna un nouveau corps, l'oxygène, dans l'*esprit de mercure* que le feu sépare de l'oxyde rouge de ce métal. On lui attribue la découverte du bismuth qu'il appelait *Wismuth*.



CHRISTOPHE COLOMB.

N. à Gênes en 1451, mort à Séville en 1506.

Son père était cardeur de laines et avait deux autres fils et une fille. Il trouva cependant les moyens d'envoyer à l'Université de Pavie son fils aîné Christophe pour y apprendre un peu de latin, de Géométrie, d'Astronomie et de Géographie.

Christophe Colomb s'embarqua pour la première fois à seize ans et fit divers voyages dans le Levant. Il prit part de 1459 à 1463, à l'entreprise du duc de Calabre, Jean d'Anjou, pour recouvrer la couronne de Naples. On sait que cette tentative échoua.

Il navigua encore pendant quelques années et fut un jour, à la suite d'un combat où il se proposait, il faut en convenir, un acte de piraterie, jeté sur les côtes de Portugal. Il se rendit à Lisbonne où il épousa, peu de temps après, la fille d'un célèbre navigateur. Bartolomeo Palestrello, qui, après avoir découvert Madère et Porto-Santo, était mort en ne laissant à sa veuve qu'une petite rente.

Christophe Colomb fit dans la marine portugaise différents voyages à la côte de Guinée. Dans les intervalles de ces voyages, il s'employait à faire des cartes et des globes, qu'il vendait aux marins.

Il songeait déjà à découvrir une route pour aller par mer aux Indes, et dévoila ses projets au roi de Portugal Jean II; celui-ci jugeant l'idée bonne, s'empressa de faire faire secrètement la tentative, pour n'avoir pas à compter avec Colomb, qui, à la vérité, lui avait soumis un projet de traité assez léonin. Mais la flottille envoyée par le roi revint sans avoir rien trouvé.

Colomb avait perdu sa femme; il quitta le Portugal, où il n'avait plus rien à espérer et se rendit avec son fils en Espagne, vers 1485, après avoir peut-être porté ses projets à Gènes et à Venise, où il n'aurait obtenu aucun appui.

Ferdinand et Isabelle étaient alors en guerre avec le dernier roi maure de Grenade, Bouabdilla; et quoique la reine se fut laissé à peu près persuader, ce ne fut qu'après la prise de Grenade, en 1492, que les deux souverains se décidèrent à donner

suite aux promesses qu'ils avaient faites à Christophe Colomb.

Isabelle qui avait assumé, pour le royaume de Castille, tous les frais de l'entreprise, mit à la disposition de Colomb deux petits bateaux, appelés *caravelles* : Colomb décida un armateur, nommé Pinzon, à se joindre à l'expédition, avec un troisième vaisseau un peu plus grand, et la flottille mit à la voile le 3 août 1492.

Le temps et les vents restèrent favorables durant toute la traversée et Colomb prit terre, le 12 octobre 1492, dans l'archipel de Bahama, sur une île qu'il appela San-Salvador. Il se croyait près du Japon.

Les naturels reçurent les Espagnols avec la plus entière cordialité. On jugera par les extraits suivants d'une lettre de Christophe Colomb, des sentiments qui animaient les *hommes descendus du Ciel*, que les pauvres sauvages fêtaient avec tant d'abandon. Le lendemain, écrit-il dans un mémoire destiné à Ferdinand et Isabelle, je me mis en mouvement pour voir en quel lieu je pourrais construire une forteresse. Je ne crois pas, néanmoins, que cela soit nécessaire, parce que ces gens sont bien simples en fait de guerre. Vos Altesses pourront en juger par sept d'entre eux que j'ai fait prendre pour les emmener. Si Vos Altesses ordonnaient de les prendre tous et de les conduire en Castille, ou de les tenir captifs dans leur île, rien ne serait plus facile.

La forteresse fut en effet construite, et ce furent les malheureux sauvages qui apportèrent, d'enthousiasme, tous les matériaux. Voici le second extrait :

Je tâchais de savoir s'ils avaient de l'or. Je vis que quelques-uns en portaient un petit morceau suspendu à un trou qu'ils se font au nez, et je parvins, par signes, à apprendre d'eux qu'en

tournant leur île et naviguant au sud, je trouverais un pays dont le roi avait de grands vases d'or et une grande quantité de ce métal. »

Nous laisserons Colomb aller chercher cet or; et, le fait scientifique étant classé, nous nous bornerons à remarquer que Colomb aurait dû savoir que la soif de l'or croît dans une grande proportion avec la distance à laquelle il se trouve, et n'aurait pas dû si fort s'étonner que les gens qui, d'Espagne, voyaient scintiller tant de lingots, aient eu l'idée de le faire arrêter, avant qu'il eût tout pris.

Il n'avait pas encore ramassé beaucoup d'or, lorsque, pendant son troisième séjour à Saint-Domingue, il fut arrêté par un envoyé du gouvernement espagnol et ramené les fers aux pieds en Espagne.

Ferdinand et Isabelle, dont les ordres avaient été outrepassés, essayèrent de réparer l'affront qui avait été fait à l'amiral et Colomb fut chargé d'une quatrième expédition; il découvrit alors le continent américain, mais il éprouva, outre de grands revers, la malveillance de plus en plus marquée des gouverneurs envoyés par le roi et la reine.

Il rentra en Espagne en 1502 et y mourut peu de temps après. La reine venait elle-même de succomber à une longue maladie, et Ferdinand n'ayant plus à prendre conseil que de lui-même avait aisément arraché à l'amiral une renonciation à tous les avantages qu'il lui avait promis par traité pour ses descendants, moyennant quoi, il le fit enterrer en grande pompe.

Colomb n'avait pas encore effectué son troisième voyage que déjà la cupidité des Espagnols avait amené le massacre des malheureux Indiens, leur réduction en esclavage et la dépopulation des pays découverts.

REGIOMONTANUS.

Né près de Königsberg en 1436, mort à Rome en 1476.

Son vrai nom est Müller (Jean). Il étudia l'Astronomie et les Mathématiques sous Purbach, qu'il seconda bientôt dans ses travaux, dont il devint ensuite l'associé et de qui il hérita la faveur du cardinal Bessarion, qui l'emmena en Italie. Il ouvrit à Padoue un cours d'Astronomie qui attira beaucoup d'auditeurs (1463). De retour en Allemagne, il vécut quelque temps à la cour de Matthias Corvin, roi de Hongrie, alla ensuite fonder une imprimerie à Nuremberg (1471) et fut enfin attiré par le pape Sixte IV à Rome, où il mourut bientôt après, de la peste, disent les uns, assassiné, suivant d'autres auteurs. Sixte IV avait voulu le charger de la réformation du Calendrier.

Le premier ouvrage de Régiomontanus dont nous ferons mention avait été commencé par Purbach; c'est une traduction de la *Syntaxe mathématique* de Ptolémée; Purbach n'était arrivé qu'au septième livre, lorsque, se sentant près de mourir, il chargea son disciple de compléter son œuvre. L'ouvrage est intitulé : *Joannis de Monte-Regio et Georgii Purbachii Epitome in C. Ptolemaei magnam compositionem, continens propositiones et annotationes quibus totum Almagestum ita declaratur et exponitur, ut mediocri quoque indole et eruditione præditi sine negotio intelligere possint*. L'auteur y substitue les sinus aux cordes; il fait l'obliquité de l'écliptique égale à $23^{\circ}30'$ et donne à l'année une valeur beaucoup plus approchée que celles que lui avaient attribuées ses prédécesseurs.

Le second ouvrage de Régiomontanus, intitulé : *Joannis de Monte-Regio tabula directionum projectionumque, etc.*, est

dédié à un archevêque de Strigonie; l'auteur y professe sa croyance à l'Astrologie. La première table est celle des déclinaisons des astres, pour tous les degrés de l'écliptique, et pour les huit premiers degrés de latitude australe ou boréale; la seconde est étendue à toutes les latitudes. Vient ensuite la table que Régiomontanus appelle *féconde*; c'est la table des tangentes pour tous les degrés du quart de cercle. Régiomontanus est le premier qui ait en Europe employé ces lignes trigonométriques, moins souvent toutefois qu'on ne serait disposé à le croire en songeant à la peine qu'il a prise de les calculer. Le reste de l'ouvrage est consacré à l'Astrologie.

Le principal ouvrage de Régiomontanus n'a été imprimé qu'après sa mort, par les soins de Daniel Santbech; il a pour titre : *Joannis Regiomontani de triangulis planis et sphericis libri quinque una cum tabulis sinuum* (1561). Son plus grand mérite est d'être le plus ancien traité complet de Trigonométrie publié en Occident; les Arabes Thébit, Albategnius, Ebn Jounis, Aboul Wéfa étaient allés plus loin. Régiomontanus ne s'y sert même pas des formules où entrent les tangentes, dont il avait cependant calculé une table trop peu complète, il est vrai, pour être utile, puis, qu'elle procédait de degré en degré: en revanche, on y trouve une foule de problèmes intéressants au point de vue théorique, ou un triangle défini par des données indirectes est résolu par l'Algèbre du second degré combinée avec la Trigonométrie.

On a encore de Régiomontanus trois ouvrages posthumes: ses *Observations* recueillies par Willebrod Snellius, son *Livre de la Comète* et son *Kalendarium* pour les années 1475, 1474 et 1513, dont l'intervalle est de dix-neuf ans ou d'un cycle, et qui donne pour chaque mois les phases de la lune, ses longitudes et celles de

son nœud, les longitudes du Soleil et les figures des éclipses. L'auteur y réclame une réforme du Calendrier qui, comme on le sait, n'eut lieu que plus de cent ans après lui. L'ouvrage se termine par la règle de construction du fameux *carré horaire* ou *analemme rectiligne universel*, que Régiomontanus avait probablement emprunté aux Arabes, qu'il donne sans démonstration, et qui a si longtemps exercé la sagacité de ses successeurs.

Un grand nombre de lettres de Régiomontanus ont été recueillies par Théophile de Murr et publiées avec d'autres, dans un volume intitulé : *Memorabilia bibliothecarum publicarum Norimbergensium et Universitatis Altfordianæ*. Ces lettres sont très intéressantes, en ce qu'on y trouve des indications précises sur l'état des connaissances mathématiques à l'époque. Elles sont pour la plupart adressées à Blanchini; l'auteur y propose ou résout un grand nombre de problèmes de Trigonométrie abstraite ou appliquée à l'Astronomie, de Géométrie et d'Algèbre. Sa manière en Algèbre est celle de Diophante, dont au reste il avait le premier retrouvé les six premiers livres dans une bibliothèque de Venise.

« Régiomontanus, dit Delambre, était sans contredit le plus savant astronome qu'eût encore produit l'Europe chrétienne. Mais si l'on excepte quelques observations et ses travaux pour la Trigonométrie, on peut dire qu'il n'a guère eu le temps que de montrer ses bonnes intentions. Comme observateur, il ne l'emporte certainement pas sur Albategnius; comme calculateur, il n'a pas été aussi loin qu'Ebn Jounis, ni surtout qu'Aboul Wéfa. Il avait constaté les erreurs des Tables alphonstines et se promettait de les améliorer; mais il n'eut pas le temps de s'en occuper efficacement. »

La bibliothèque de Nuremberg possède trois astrolabes de 5, 6 et 10 pouces de diamètre qui lui ont appartenu.



MARDOCHÉE COMTINO OU COMTIANO.

(N. vers 1400.)

Célèbre professeur des communautés juives de Constantinople et Andrinople, il commenta les ouvrages d'Aben-Ezra, composa lui-même un *Traité d'Arithmétique et de Géométrie* et réédita avec commentaires les Tables astronomiques des Persans. Ses ouvrages sont restés manuscrits.



SEIGNER JEAN.

(N. vers 1500.)

On a de lui : *Tabulæ resolutæ astronomiæ ex quibus omnium siderum motus facillime calculari possunt secundum præcepta in planetarum theoriis tradita* Wittenberg, 1537 ; ce sont les Tables alphonssines mieux disposées.

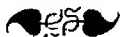


ECK DE SULZBACH

(N. vers 1500.)

On a de lui un ouvrage intitulé *Clavis Philosophorum*, où il dit que les métaux calcinés augmentent de poids et le demontre

a posteriori en observant que le cinabre artificiel oxyde rouge de mercure dégage un esprit, lorsqu'on le calcine; il y décrit aussi les cristaux connus sous le nom d'*arbre de Diane*.



LUCAS DE BURGO.

Né à Burgo au-Sud-est — Trévise vers 1460, mort en 1535.

Son vrai nom est Paccioli. Il eut beaucoup de part à la renaissance des Sciences en Europe. C'était un moine franciscain; il avait longtemps voyagé en Orient. Il enseigna successivement les Mathématiques à Pérouse, à Naples, à Rome, à Pise, à Venise et à Milan, où il occupa le premier une chaire fondée par Louis Sforza. Il donna une traduction d'*Euclide* en latin.

Son principal ouvrage, imprimé pour la première fois à Brescia en 1494 et réédité en 1523, est intitulé : *Summa de Arithmetica, Geometria, proportioni et proportionalita*. Il est dédié au duc d'Urbain. La première partie contient les règles de fausse position, simple et double, que Lucas nomme règles d'*Elkathain*, et d'importants développements sur l'Algèbre qu'il appelle *Arte maggiore*; la seconde est un traité théorique et pratique de Géométrie. On y trouve de nombreux extraits des ouvrages de Léonard de Pise.

On a encore de lui un traité *De divina proportione* Venise, 1509, où il s'agit de la division en moyenne et extrême raison, division qu'il appelle divine et dont il détaille toutes les applications.

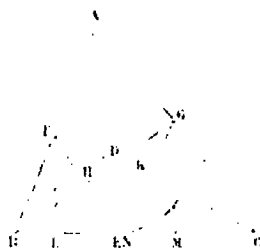
Enfin dans un troisième ouvrage publié en 1508, sous le titre *Libellus in tres partes tractatus divisus, quorumcumque corporum regularium*, etc. Lucas de Burgo traitait des polygones

et polyèdres réguliers et de diverses questions de Géométrie. Ces questions sont le plus souvent résolues par l'Algèbre, mais les données sont toujours numériques.

Paccioli était très lié avec Léonard de Vinci. Ils se trouvèrent ensemble à Milan à la cour de Louis Le More; ils quittèrent cette ville lorsque les Français y entrèrent et se rendirent à Florence. On trouve Paccioli à Venise en 1508, expliquant *Euclide*. On croit qu'il retourna ensuite à Florence où il aurait passé les dernières années de sa vie.

On se rendra assez bien compte, par l'exemple suivant, tiré du *Libellus in tres partes* (Cardan dit de la *Divine proportion*, mais c'est une erreur), de ce qu'était à cette époque l'Algèbre, et de la manière dont elle était employée à la solution des problèmes de Géométrie. Cet exemple est celui par lequel se termine l'ouvrage, et il en forme en quelque sorte le couronnement.

Fig. 11.



Paccioli suppose qu'on connaît le rayon du cercle inscrit à un triangle et les deux segments de la base, séparés par le point de contact, et il se propose de trouver les autres côtés,

Le rayon est supposé égal à 4 et les parties BE et EC de la base BC (*fig. 11*) sont supposées égales à 6 et à 8.

Léonard de Pise avait donné la formule de l'aire d'un triangle en fonction des côtés et Lucas la connaissait bien. Il devait donc prendre pour inconnue la partie AF ou AG des côtés cherchés.

Le demi-périmètre du triangle aurait été représenté par

$$14 - x,$$

et les différences entre ce demi-périmètre et les côtés l'auraient été respectivement par

$$x, 8 \text{ et } 6;$$

de sorte que l'équation à résoudre eût été

$$4 \cdot 14 - x = \sqrt{48x - 14 - x},$$

qui donne

$$14 - x = \sqrt{48x}.$$

d'où

$$\begin{aligned} x &= 7, \\ AB &= 13, \end{aligned}$$

et

$$AC = 15.$$

Mais on va voir comment il s'y prend! Il calcule DB et DC au moyen des triangles rectangles EDB et EDC, qui donnent

$$DB = \sqrt{6^2 + 4^2} = \sqrt{52}$$

et

$$DC = \sqrt{8^2 + 4^2} = \sqrt{80}.$$

Ensuite il remarque que les quadrilatères FEDB et HEDC

sont inscriptibles, et il leur applique le théorème relatif au produit des diagonales; il trouve ainsi

$$FE = \sqrt{44\frac{1}{11}}; \text{ d'où } FH = \sqrt{11\frac{1}{11}},$$

et

$$GE = \sqrt{51\frac{1}{11}}; \text{ d'où } GK = \sqrt{12\frac{1}{11}}.$$

Il calcule alors BL et LE, dont il connaît la somme 6, en observant que la différence de leurs carrés doit faire

$$\overline{FE}^2 - \overline{FB}^2,$$

ou

$$44\frac{1}{11} - 36 = 8\frac{1}{11};$$

il trouve ainsi

$$BG = 2\frac{1}{11},$$

et

$$GD = 3\frac{1}{11}.$$

Mais je remarque que l'idée ne lui vient pas plus qu'elle n'était venue à Diophante, en pareil cas, de diviser la différence des carrés des inconnues, $8\frac{1}{11}$, par la somme 6 de ces inconnues, pour obtenir leur différence : il représente l'une d'elles par

1 chose :

l'autre est donc

6 moins 1 chose;

les deux carrés sont alors

1 census

et

36 moins 1 chose plus 1 census

census est le carré de chose ; en sorte que la différence de ces carrés est

$$31 \text{ moins } 12 \text{ choses,}$$

qui doit faire

$$8 \frac{1}{2}.$$

Par conséquent

$$12 \text{ choses égalent } 36 \text{ moins } 8 \frac{1}{2}, \text{ égalent } 27 \frac{1}{2},$$

et la chose, ou BL, vaut $2 \frac{1}{4}$; par suite LE vaut $5 \frac{1}{4}$.

Il calcule de la même manière CM et ME, et trouve

$$CM = 4 \frac{1}{2}$$

et

$$ME = 3 \frac{1}{2}.$$

Alors il calcule GM, dans le triangle rectangle GME, et FL, dans le triangle rectangle FLE : il trouve

$$GM = 6 \frac{1}{2}$$

et

$$FL = 5 \frac{1}{4}.$$

Cela fait, il mène GN parallèle à AB et calcule GN et MN par les proportions

$$GN : FB :: GM : FL,$$

ou

$$GN : 6 :: 6 \frac{1}{2} : 5 \frac{1}{4}$$

et

$$MN : LB :: GM : FL,$$

ou

$$MN : 2 \frac{1}{4} :: 6 \frac{1}{2} : 5 \frac{1}{4}.$$

il en résulte

$$GN = 6 \frac{1}{2};$$

et

$$MN = 2 \frac{1}{2}.$$

Enfin il tire AB de la proportion

$$AB : GN :: BC : CN \text{ ou } CM + MN,$$

c'est-à-dire

$$AB : 6 \frac{1}{2} :: 14 : 17 = 2 \frac{1}{2}$$

d'où

$$AB = 13,$$

$$AF = 7,$$

$$AC = 15.$$

Ce n'est certes pas avec cette Algèbre qu'Archimède eût trouvé la condition d'équilibre d'un segment de paraboloïde porté sur un fluide, ni, à plus forte raison, le centre de gravité d'un segment de parabole à deux bases.

Mais, pour compléter l'histoire de cette aventure, il faut ajouter que, cent soixante ans après, Cardan reproduisait cette même solution, non seulement sans rien trouver à y reprendre, mais avec tous les éloges dus à sa beauté. Elle est, dit-il, *a fratre Luca*, ce qui devait suffire.

Ce bon frère est admirable : il énumère, dans sa *Divine proportion*, toutes les applications possibles de la division en moyenne et extrême raison, et il y en a pour 33 grandes pages numérotées d'un seul côté, ce qui fait 66 pages.

L'ouvrage débute par une introduction en six chapitres, après

quel on passe aux divers *effecti* de la susdite division : le premier est simplement appelé *primo* ; le *secondo* est *essentiale* ; le *terço* est *singulare* ; le *quarto*, *ineffabile* ; le *quinto*, *mirabile* ; le *sexto*, *innominabile* ; le *septimo*, *inextimabile* ; les suivants sont *excessivo*, *supremo*, *excellētissimo* et *incomprehensibile* ; enfin les expressions finissent par manquer au bon frère ; il s'arrête, mais le manque d'adjectifs ne saurait tarir son enthousiasme, qui se manifeste encore de plusieurs manières.



NICOLAS CHUQUET.

Né à Paris, vers 1445.

On ne l'a longtemps connu que par quelques mots de la préface de l'*Arismétique* d'Étienne de la Roche. M. Aristide Marre a récemment trouvé une copie de son ouvrage, dans un manuscrit de la Bibliothèque Nationale, et l'a publié dans le *Bulletin* du prince Boncompagni.

Ce manuscrit se termine par la mention suivante :

« Et ainsi à l'honneur de la glorieuse Trinité se termine ce livre, lequel, pour raison de ces troys parties générales, je l'appelle *Triparty*. Et aussi pour cause qu'il a esté fait par Nicolas Chuquet, parisien, bachelier en Médecine, je le nomme *le Triparty de Nicolas en la Science des nombres*, lequel fut mis à Lyon sur le Rosne, l'an de salut 1484. »

Nicolas Chuquet indique le procédé d'approximation par *médiacion entre le plus et le moins*, dont s'est emparé Étienne de la Roche, et qui fournit les réduites successives de la fraction continue équivalente au nombre à évaluer.

Il se sert dans son *Algebre* des signes *p* et *m* pour indiquer l'addition et la soustraction, du signe *R*, surmonté d'un indice, pour noter une extraction de racine.



RIPLEY.

N. vers 1490, mort en 1547.

Chanoine de Bridlington, dans le diocèse d'York, il abandonna son canonikat pour aller en Italie se perfectionner dans l'art hermétique. A son retour en Angleterre, il entra dans un couvent de Carmes où il composa les ouvrages que nous possédons de lui; ce sont : le *Livre des douze portes* où se trouve la recette de la pierre philosophale, et qui a été longtemps le *vade mecum* des alchimistes; *Medulla philosophiæ chemicæ*; *Liber de mercurio philosophorum*; *Clavis portæ aureæ*; *Philonium alchemistarum*; *Pupilla alchemiæ*; *Concordantia Raymundi et Guidonis*; *Viticum*; *Cantilena*; *Axiomata philosophica*, etc., dont plusieurs peuvent fort bien n'être pas de lui.

Ces ouvrages ont été réunis et publiés à Cassel en 1649 sous le titre *Opera omnia Georgii Ripleyi*.

Tous les alchimistes, Albert le Grand, Raymond Lulle, etc., ont plus ou moins fourni à des papes, ou à des princes, des monceaux d'or, dans des vues dignes d'éloges, et Ripley ne pouvait manquer à cette noble tradition.

Il est probable que leurs contemporains ont imaginé ces libéralités, à moins que les alchimistes n'aient, de bonne foi, battu monnaie avec du plomb, de l'arsenic et autres viles substances; ou que les grands se soient habilement servis de leur couvert pour

rajeunir des méthodes de spoliation dont les peuples ne voulaient plus s'accommoder.

Quoi qu'il en soit, Ripley, comme Raymond Lulle, comme Arnaud de Villeneuve et tous les alchimistes de cette époque, paraissent de bonne foi, ce qui s'explique parfaitement, tant par l'ensemble d'idées ou notions justes qui leur manquaient que par la masse de toutes celles qu'ils étaient obligés d'imaginer pour se rendre un compte quelconque des faits, et les coordonner.

Ripley, au reste, ne donne pas précisément la recette pour faire de l'or, mais pour préparer l'*élixir des sages* : acide pyro-acétique, dont la propriété de précipiter l'or de ses dissolutions touche de bien près à celle de l'engendrer.

Cette recette, qui est sans doute un peu la propriété collective de tous les alchimistes du temps, qui constitue ce qu'il y a d'un peu clair dans toute la science hermétique et qui, débarrassée de sa gangue philosophale, devient de la bonne chimie, nous a paru avoir sa place marquée dans l'histoire de la Science. La voici sous la forme, aujourd'hui incompréhensible, que lui donne Ripley, mais accompagnée de la lumineuse traduction qu'en a donnée M. Dumas.

« Pour faire l'*élixir des sages*, il faut, mon fils, prendre le *mercure des philosophes* (c'est du plomb) et le calciner jusqu'à ce qu'il soit transformé en *lion vert* (c'est le massicot) ; et après qu'il aura subi cette transformation, tu le calcineras davantage, et il se changera en *lion rouge* (c'est le minium) ; fais digérer au bain de sable ce lion rouge avec l'esprit aigre des raisins (c'est le vinaigre) ; évapore ce produit, et le mercure se prendra en une espèce de gomme qui se coupe au couteau (acétate de plomb) ; mets cette matière gommeuse dans une cucurbitte lutee et dirige

sa distillation avec lenteur; récolte séparément les liqueurs qui te paraîtront de diverses natures. Tu obtiendras un flegme insipide, puis de l'esprit et des gouttes rouges (eau, acide et huile essentielle). Les ombres cymmériennes couvriront la cucurbite de leur voile sombre, et tu trouveras dans son intérieur un véritable dragon, car il mange sa queue.

« Prends ce dragon noir, broie-le sur une pierre et touche-le avec un charbon rouge : il s'enflammera et prenant bientôt une couleur citrine glorieuse, il reproduira le lion vert : il aura avalé sa queue ». Distille de nouveau le produit : enfin, mon fils, rectifie soigneusement et tu verras paraître l'eau ardente (esprit pyro-acétique) et le sang humain (huile rouge brun qui se trouve mêlée à l'acide). »



KALEB EFFENDIPOULO.

Né à Andrinople en 1750, mort vers 1800.

Disciple de Comtino, il résida successivement à Andrinople, à Belgrade et à Constantinople. Il a laissé une vaste encyclopédie intitulée *le Jardin du Roi*, un *Traité d'Arithmétique*, un autre relatif au Calendrier et à la chronologie générale, une dissertation sur les Pléiades, etc.



LÉONARD DE VINCI.

Né à Vinci (Florence) le 15 avril 1452, mort à Amboise en 1519.

Il s'appliqua d'abord à la Peinture où il débuta par des chefs-d'œuvre, mais il ne tarda pas à se distinguer également dans les

autres Arts, la Musique, la Sculpture et l'Architecture et dans les Sciences, la Mécanique, l'Astronomie, l'Algebre, la Physique et l'Histoire naturelle.

Il était lié avec Lucas de Burgo, qui le cite souvent dans ses ouvrages.

Il vécut tour à tour à la cour de Laurent de Médicis, près du duc de Milan, de César Borgia, de Léon X et enfin de François I^{er}.

Il ne paraît avoir été heureux nulle part : ses talents le faisaient appeler, l'indépendance de son esprit et la nouveauté de ses idées le faisaient délaisser.

Il a beaucoup écrit, mais presque sans suite; il n'a laissé que des brouillons sur tous les sujets imaginables, et la plupart de ses notes ont été perdues. Il paraît avoir le premier déterminé le centre de gravité de la pyramide.

M. Libri lui attribue beaucoup de vues profondes en Physique, beaucoup d'inventions mécaniques et jusqu'à des recherches intéressantes en Physiologie; mais nous ne pouvons nous rendre garants d'assertions appuyées de preuves très vagues et probablement amplifiées.

Par exemple, M. Libri (T. III, p. 41) voit l'indication du *principe des vitesses virtuelles* dans l'assertion énoncée sans preuves par Léonard de Vinci, que la descente d'un corps pesant se fait plus promptement par l'arc que par la corde. Et le fait est faux!

En effet, comme l'énoncé manque absolument de précision, supposons qu'il s'agisse de la corde AB (*fig. 12* que nous ferons égale à $2l$ et de l'arc AB du cercle ayant son point le plus bas en B : le temps mis par un mobile pour parcourir l'arc AB sera.

en supposant l'angle AOB très petit,

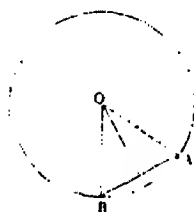
$$\pi \sqrt{\frac{OB}{g}} = \pi \sqrt{\frac{l}{g \cos OBA}},$$

et le temps employé par le mobile à parcourir la corde AB sera

$$\sqrt{\frac{l}{g \cos OBA}}.$$

M. Libri supposait-il donc π^2 moindre que 4?

Fig. 14.



Il ne sera peut-être pas déplacé de remarquer ici que c'est M. Libri qui a conduit la croisade contre Delambre. Il va jusqu'à lui reprocher aigrement d'avoir placé l'analyse des travaux de Lahire dans son *Astronomie du moyen âge*, sans remarquer que Lahire ne s'est occupé, en fait d'Astronomie, que de Gnomonique, et qu'il a ainsi choisi sa place.

Delambre a été un très honnête homme, un savant très distingué, un chercheur infatigable, un historien consciencieux et impartial, et s'il y a quelques additions à faire à son ouvrage, cela tient seulement à ce qu'il n'a pas connu tous les documents que nous devons aux hommes de mérite qui ont, depuis, retrouvé les

textes de quelques ouvrages hindous, chaldéens et égyptiens, et qui se sont voués à en chercher l'interprétation. Mais ceux-là respectent Delambre.



FABER OU LE FÈVRE D'ÉTAPLES (JACQUES).

• Né à Étaples en 1455, mort à Narbonne en 1526.

Il enseigna d'abord les belles-lettres à Paris, voyagea ensuite en Europe, en Asie et en Afrique, et devint précepteur du troisième fils de François I^{er}.

Outre la traduction de plusieurs ouvrages anciens de Géométrie, on a de lui un abrégé de Boèce, une Arithmétique en dix livres et un traité de la Musique en quatre livres.

Il joua un rôle important dans les disputes religieuses de son temps.



WERNER JEAN.

• Né à Nuremberg en 1498, mort en 1546.

Sa vie est peu connue ; on sait seulement qu'à l'âge de vingt-cinq ans il se rendit en Italie où il passa plusieurs années occupé à des observations astronomiques, notamment sur la comète qui fit son apparition au mois d'avril 1500.

D'après les observations qu'il avait faites sur les positions de Régulus, de α de la Vierge et de α de la Balance, comparées à celles que Ptolémée et Alphonse avaient assignées aux mêmes étoiles, il trouva une nouvelle valeur pour la précession des équinoxes. Il faisait l'obliquité de l'écliptique égale à $23^{\circ}28'$.

Il publia en 1514 des *Annotations sur le premier livre de la Géographie de Ptolémée*, où il expliquait un passage obscur, relatif à la projection de la sphère céleste sur une surface plane. C'est dans ce même ouvrage que l'on trouve mentionnée pour la première fois la méthode pour déterminer les longitudes géographiques à l'aide des distances angulaires de la Lune à différentes étoiles.

En 1522 parurent à Nuremberg ses *Opera mathematica* qui renferment entre autres un traité sur les coniques.

On lui doit un traité de Trigonométrie en cinq livres; un ouvrage sur le mouvement de la huitième sphère et divers écrits sur la construction et l'usage des instruments.

Il avait exécuté une machine où les mouvements du Soleil, de la Lune et des planètes étaient représentés conformément au système de Ptolémée.

Montucla lui attribue expressément l'invention de l'ingénieuse méthode de la *prostaphérèse*, qui fut universellement adoptée par tous les calculateurs astronomes jusqu'à l'invention des logarithmes.

Cette méthode exactement contraire à celle que nous suivons, maintenant que nous nous servons des logarithmes pour le calcul des produits, consistait à transformer dans toutes les formules de Trigonométrie les produits de sinus ou de cosinus en sommes ou en différences.

Jusqu'à Viète, on résolvait presque toujours les triangles obliques en les décomposant d'abord en triangles rectangles par une perpendiculaire ou par un arc perpendiculaire mené de l'un des sommets sur le côté opposé. Par suite, les formules des inconnues se réduisaient presque toujours à des produits de deux fac-

teurs; ce sont ces produits qu'on transformait en sommes ou en différences, par prostaphérèse.

Cette méthode avait été attribuée tantôt à Raymond Ursus, tantôt à Tycho ou à Wittichius; Christmann, dans sa *Theoria Lunæ*, en fait remonter le mérite à Werner. « Ce géomètre, dit-il, l'avait proposée et en avait fait usage dans un traité *De triangulis*, qui n'a jamais été imprimé, ce qui a permis à quelques autres de s'en faire honneur. »

Werner n'avait pas étendu la méthode à tous les cas usuels; Tycho, Wittichius, Juste Byrge, Ursus et Melchior Jostelius la perfectionnèrent et apprirent à s'en servir même lorsque les facteurs du produit étaient des tangentes.

Malheureusement Ebn Jounis avait justement fait les mêmes choses cinq cents ans auparavant.



STEFFLER OU STOFFLER (JEAN).

(Né en 1472, mort en 1534.)

Professeur de Mathématiques à Tubingue. Il est auteur d'éphémérides calculées pour cinquante années à partir de 1500, d'un traité sur l'astrolabe intitulé *Elucidatio fabricæ ususque Astrolabi a Joanne Stæfflerino, viro germano et totius sphericæ doctrinæ doctissimo, nuper ingeniose concinnata atque in lucem edita* 1513, et d'un commentaire sur *La sphère* de Proclus.

Très occupé d'Astrologie, il rencontra juste, au moins pour lui-même. L'examen de son thème de nativité lui avait donné

la conviction qu'il mourrait un certain jour désigné, du choc d'un corps lourd qui devait lui tomber sur la tête. Il ne sortit pas ce jour-là, reçut quelques amis et pensait voir la journée s'achever sans encombre, lorsque, voulant atteindre un livre placé sur un rayon mal assuré, il reçut la planche et tous les livres sur la tête. Il mourut des suites du coup.



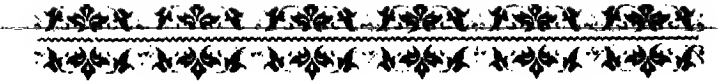
CINQUIEME PERIODE.

*De COPERNIC, né en 1473,
à VIETE, né en 1540.*

Noms des savants de cette Période.

	N. en	M. en
COPERNIC.....	1473	1543
GUICHON.....	1476	1558
GRAMMATEL.....	1476	
RODOLFE.....		1556
ESTIENNE DE LA ROCHETTE.....	1480	
SCALIGER (Jules-César).....	1481	1558
STIEBEL.....	1486	1597
MENSIER.....	1489	1552
NONGUS.....	1492	1577
PARACELSE.....	1493	1541
SCHIEBEL.....	1494	1570
MAURELAC.....	1494	1575
FERNEL.....	1497	1558
FORADEL.....	1500	1570
REORDE.....	1500	1558
TARTAGLIA.....	1500	1557
CARDAN.....	1501	1576
RONDELLE.....	1507	1556
GEMMA.....	1508	1558
COMMANEIN.....	1509	1575
SERVEI (Michel).....	1509	1553
BERNARD PALISSY.....	1510	1589
LELO.....	1519	1576
REINHOLD.....	1511	1553
MERCATOR.....	1512	1594
RHEYDUS.....	1514	1576
VESALE.....	1514	1564
RAMPUS.....	1515	1572
PELETIER du Mans.....	1517	1582
AMBROISE PARÉ.....	1517	1599
CECILIEN.....	1519	1603
ESTACHE.....	1520	1574
PERCYET.....	1522	1562
PALE PR.....	1523	1562

MEROPSE.....	1525	1525
COLUMBO.....	1530	1530
FLEDERER.....	1530	1530
BOMBELI.....	1530	1530
BESCHER.....	1530	1530
MORAZZO.....	1531	1531
DANI.....	1530	1530
GLAVINS.....	1537	1537
GILLIAM IV DE HESSE.....		1537
PIETRO.....	1537	1537
FABRIZIO VAQUANDER.....	1537	1537
NERI.....	1537	1537
BAROZZI.....	1538	1538
LEONARD VAN GELDEN.....	1539	1539



CINQUIÈME PÉRIODE

Cette période est caractérisée par la belle invention de Copernic, qui renouvelle toute l'Astronomie, en fournissant les moyens d'évaluer les rapports des distances des planètes au Soleil ; et par la découverte de la formule de résolution de l'équation du troisième degré.

Nous analysons plus loin ces théories. Nous nous bornons ici à noter les progrès accomplis dans les différentes branches de la Science.



Progrès de l'Algebre.

Florido, Tartaglia et Cardan découvrent la formule de résolution de l'équation du troisième degré, au moins pour le cas où elle n'a qu'une racine réelle, et Bombelli traite, peu après, le cas irréductible. Ferrari résout l'équation du quatrième degré. Stifel imagine les signes + et -- pour indiquer l'addition et la sous-

traction, et commence à représenter l'inconnue d'une équation par une lettre.



Progrès de la Géométrie.

Munster résout complètement le problème de la construction d'un cadran solaire. Nonius définit et étudie la loxodromie.



Progrès de l'Astronomie.

Copernic propose son système du Monde qui obtient bientôt un assez grand nombre d'adhérents; la réforme du Calendrier s'effectue; Danti constate la diminution lente de l'obliquité de l'écliptique; Nonius applique la Trigonométrie à la détermination du jour où la durée du crépuscule est maximum ou minimum.



Progrès de la Mécanique.

Benedetti ébauche une théorie de la chute des graves.



Progrès de la Physique.

Fletcher ébauche une explication du phénomène de l'arc-en-ciel par la réfraction de la lumière, en traversant les gouttes d'eau.

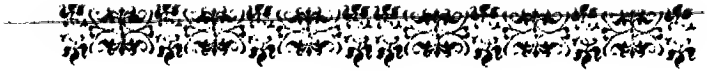
Progrès de la Chimie.

Néri analyse les procédés de fabrication du verre.

*Progrès de la Physiologie.*

Colombo observe la simultanéité des contractions du cœur et des dilatations des artères; Fabrizio d'Aquapendente découvre les valvules des veines et observe qu'elles s'ouvrent du côté du cœur. Maurolyco ébauche la théorie de la vision. André Vésale, Fallope et Eustachi fondent l'anatomie moderne.





BIOGRAPHIE

DE

SAVANTS DE LA CINQUIÈME PÉRIODE

ET

ANALYSE DE LEURS TRAVAUX.

COPERNIC (NICOLAS).

(N. 178, de 1473, mort. Francfort, 1543.)

Après avoir terminé ses études dans sa ville natale, Copernic fut envoyé en 1491 à l'Université de Cracovie où il suivit les cours d'Albert Brudzewski, professeur d'Astronomie. Lorsque Brudzewski passa en Lithuanie pour remplir le poste de secrétaire du grand-duc Alexandre, depuis roi de Pologne, Copernic revint à Thorn (1493), avec l'intention d'entrer dans les ordres; mais il abandonna momentanément ce projet pour se rendre à l'Université de Padoue et visita Bologne, où il aida Dominique-Marie de Ferrare dans ses observations astronomiques. Ses connaissances lui créèrent une si grande réputation en Italie, qu'il fut appelé à Rome, à l'âge de vingt-sept ans, pour y professer les Mathématiques; ses leçons publiques lui attirèrent de tous côtés un concours nombreux de disciples. Il se fit ensuite recevoir docteur en médecine à Padoue, retourna à Thorn en 1501; mais repartit, peu de temps après, pour l'Italie; revint en 1503 à Cra-

covie, où il se fit prêtre, et s'établit définitivement, en 1510, à l'Frauenberg, sur les bords de la baie formée par la mer Baltique; il y éleva un observatoire, et c'est là qu'il médita et prépara sa révolution astronomique. Il se servait d'un instrument parallaxique composé de trois morceaux de bois, avec des divisions marquées à l'encre. Tycho-Brahé, qui en devint le possesseur, le conservait comme une relique, et composa à ce sujet des vers dont voici la traduction :

La Terre ne produit pas un pareil homme dans l'espace de plusieurs siècles. Il a pu arrêter le Soleil dans sa course autour des cieux et faire circuler la Terre immobile; il a fait tourner autour d'elle la Lune et a transformé l'aspect de l'Univers. Voilà ce que Copernic a osé avec ces petits bâtons liés par un art si facile. Il a donné des lois à l'Olympe tout entier. Il a exécuté ce qu'il ne fut permis d'accomplir à aucun mortel depuis le commencement du monde. Qu'est-ce qui est supérieur au génie? Jadis les géants, voulant pénétrer dans les cieux, ramassèrent les montagnes et les placèrent les unes sur les autres, et cependant, puissants par la force, faibles par l'esprit, ils n'ont pu pénétrer dans les sphères célestes. Lui, confiant dans la puissance du génie, et n'ayant pour force que ces minces morceaux de bois, il a surmonté les hauteurs de l'Olympe. Oh! les souvenirs que laisse un tel homme sont impérissables, même lorsqu'ils sont de bois. L'or envierait leur valeur, s'il les pouvait apprécier. :

C'est vers 1512 qu'il entra en pleine possession de son système, dont une certaine méfiance de lui-même et la crainte du ridicule lui firent retarder pendant longtemps la publication. Il m'est permis, dit-il dans sa préface, de croire qu'aussitôt que l'on connaîtra ce que j'ai écrit dans cet ouvrage sur les mouvements de la

L'erre, on criera haro sur moi. Du reste, je ne suis pas assez amoureux de mes idées pour ne pas tenir compte de ce que d'autres en penseront; puis, bien que les pensées d'un philosophe s'écartent des sentiments du vulgaire, parce qu'il se propose la recherche de la vérité, autant que Dieu l'a permis à la raison humaine, je ne suis pas cependant d'avis de rejeter entièrement les opinions qui semblent s'en éloigner. Tous ces motifs, ainsi que la crainte de devenir, à raison de la nouveauté et de l'absurdité apparente, un objet de risée, m'avaient fait presque renoncer à l'entreprise. Mais des amis, parmi lesquels le cardinal Schomberg et Tidemann Gisius, évêque de Kulm, parvinrent à vaincre ma répugnance. Ce dernier surtout mit la plus grande insistance à me faire publier ce livre, que j'avais gardé sur le chantier, non pas neuf ans, mais près de trente-six.

Ce n'est qu'à l'âge de soixante-dix ans qu'il se décida à faire imprimer son livre qui parut à Nuremberg en 1543. Rhéticus, son disciple et son ami, s'était chargé d'en revoir les épreuves. Copernic n'en reçut le premier exemplaire que peu de jours avant sa mort.

Copernic avait dédié son ouvrage au pape Paul III : - Figurons-nous, lui écrit-il, un assemblage de membres détachés du corps humain, qui appartiendraient à des individus d'une taille et d'une conformation différentes. Si l'on s'avisait d'en composer un tout organisé, la disproportion des parties, leurs diverses configurations présenteraient dans un rapprochement discordant l'aspect hideux d'un monstre, plutôt que la forme régulière de la figure humaine. Voilà les traits sous lesquels s'offrait à mes yeux l'édifice de l'Astronomie ancienne. L'explication des mouvements célestes m'y présentait à chaque pas des écueils où venaient se

briser les opinions généralement reçues. Des suppositions favorables à certains cas, et ne pouvant s'ajuster à d'autres, tantôt adoptées, tantôt interprétées forcément, tantôt abandonnées, loin d'éclairer la marche du raisonnement, jetaient autant de confusion dans les choses que d'obscurité dans l'esprit. Elles écartaient la conviction en prêtant à l'ouvrage merveilleux de la nature toutes les couleurs de la bizarrerie. Que devais-je penser d'un tel échafaudage enveloppé d'un nuage épais, s'affaissant et s'écroulant de toutes parts sous le poids des contradictions et des difficultés, sinon qu'il portait sur une base frêle et caduque?

Quelques anciens avaient eu vaguement l'idée du mouvement annuel de la Terre autour du Soleil; après avoir rappelé leurs opinions en faveur de ce système, Copernic ajoute :

« Et moi aussi, prenant occasion de ces témoignages, j'ai commencé à méditer sur le mouvement de la Terre. Et quoique cette opinion parût absurde, j'ai pensé, puisque d'autres avant moi ont osé imaginer une foule de cercles pour démontrer les phénomènes astronomiques, que je pourrais me permettre aussi d'essayer si, en supposant la Terre mobile, on ne parviendrait pas à trouver, sur la révolution des corps célestes, des démonstrations plus solides que celles qui ont été mises en avant. Après de longues recherches, je me suis enfin convaincu : que le Soleil est une étoile fixe, entourée des planètes qui roulent autour d'elle, et dont elle est le centre et le flambeau; qu'outre les planètes principales il en est encore du second ordre, qui circulent d'abord comme satellites autour de leurs planètes principales, et avec celles-ci autour du Soleil; que la Terre est une planète principale, assujettie à un triple mouvement; que tous les phénomènes du mouvement diurne et annuel, le retour périodique des saisons,

toutes les vicissitudes de la lumière et de la température de l'atmosphère qui les accompagnent sont des résultats de la rotation de la Terre autour de son axe et de son mouvement périodique autour du Soleil; que le cours apparent des étoiles n'est qu'une illusion d'optique, produite par le mouvement réel de la Terre et par les oscillations de son axe; qu'enfin le mouvement de toutes les planètes donne lieu à un double ordre de phénomènes qu'il est essentiel de distinguer, dont les uns dérivent du mouvement de la Terre, les autres de la révolution de ces planètes autour du Soleil. »

« Je ne doute pas que les mathématiciens ne soient de mon avis, s'ils veulent se donner la peine de prendre connaissance, non pas superficiellement, mais d'une manière approfondie, des démonstrations que je donnerai dans cet ouvrage. »

Le système de Copernic fut, comme l'on sait, embrassé avec enthousiasme par les plus illustres savants et décrié par un grand nombre d'autres. Les longues querelles auxquelles il donna lieu s'expliquent naturellement par ce fait, que Copernic n'avait pu fournir d'autres preuves de la vérité de son opinion que la simplicité de son système et la complication de celui de Ptolémée. C'est, du reste, ce qui avait dû le tenir si longtemps en défiance de lui-même.

Aujourd'hui, le mouvement annuel est prouvé directement par le phénomène de l'aberration des étoiles fixes, et le mouvement diurne par la rotation du plan d'oscillation d'un pendule. Mais, avant l'invention du télescope, on ne pouvait pas même savoir positivement si Vénus et Mercure passent entre le Soleil et la Terre; on n'avait aucun moyen d'apprécier les variations des diamètres apparents des planètes, en sorte que chaque astronome

pouvait placer à la distance qui lui convenait l'orbe de chacune d'elles. En un mot, rien ne permettait de fixer, même approximativement, les valeurs des principaux éléments de notre système planétaire. Les observations ne pouvaient donner pour chaque astre que le rapport des rayons de son épicycle et de son déterent. Les premières preuves directes de la vérité du système de Copernic ne purent être proposées que par Galilée, lorsqu'il eut reconnu les phases de Vénus et de Mars, et constaté les variations des diamètres apparents des principales planètes.

Rhéticus avait, avec l'assentiment de l'auteur, publié à Dantzig, en 1540, des extraits du manuscrit de Copernic, dans un ouvrage intitulé : *Narratio de libris revolutionum Copernici*, et, en 1542, une *Trigonometria Copernici*; enfin Copernic se décida à faire paraître son ouvrage *De revolutionibus corporum cœlestium*. La seconde édition fut publiée à Bâle en 1566; la troisième à Amsterdam, en 1617; enfin la quatrième édition parut à Varsovie en 1851, en latin, avec la traduction polonaise, par Jean Baranowski, professeur d'Astronomie.

En 1543, le pape Paul III avait agréé la dédicace, sans observation; mais, sous le pontificat de Paul V, la congrégation de l'Index condamna le livre comme hérétique, par un décret du 5 mars 1616, qui, jusqu'à présent, n'a pas été rapporté officiellement.

Copernic avait auparavant donné un ouvrage intitulé : *Dissertatio de optima monetae cendendae ratione, anno 1526 scripta*, qui fut réédité à Varsovie en 1816, en latin et en polonais, par Félix Bentkowski, et par extraits en français, à Paris, en 1804, par Louis Wolowski. Dans cette dissertation, Copernic dit : « Nous voyons fleurir les pays qui ont de la bonne monnaie.

tandis que ceux qui n'en ont que de la mauvaise tombent en décadence et disparaissent... La monnaie faible nourrit plus la paresse qu'elle ne soulage la pauvreté. Cette dissertation est un rapport qui lui avait été demandé par la diète de Pologne sur les moyens à employer pour remédier à l'avilissement des monnaies en cours, par suite des mélanges frauduleux que se permettaient les directeurs des ateliers de monnaies du royaume.

L'homme qui illustra la Pologne par son génie a toujours trouvé chez ses compatriotes l'admiration qui lui était due. Le monument primitif élevé dans l'église de Frauenberg le représente à genoux devant un crucifix, avec ces paroles qui lui étaient familières :

Non parem Pauli gratiam requiro,
Veniam Petri neque posco, sed quam
Crucis ligao deus latroni sedulus oro.

Et plus bas :

Nicolaus Copernicus, Thorunensis, ars date subtilitatis mathematicæ tantum vici, apud exteros celeberrimus, in sua patria periret memoria, hoc monumentum posuimus. Mortuus Warmie, in suo canonicatu, anno 1542, ætatis LXX.

Nous ne croyons pas pouvoir nous dispenser de donner au moins une très courte analyse du *Traité des révolutions des corps célestes*. Nous nous servons pour la faire de la traduction presque littérale que Delambre a donnée de ce *Traité* dans son *Histoire de l'Astronomie moderne*.

Le titre complet de l'ouvrage est :

Nicolai Copernici Taurinensis, de Revolutionibus orbium cœlestium libri VI. Norimburgæ, apud Jo. Petreium, 1543.

Le monde, dit Copernic, est sphérique, parce que la sphere

est, de toutes les figures, la plus parfaite. » Nous passons les explications.

« La Terre est aussi sphérique.

« La terre et l'eau forment un seul globe, le continent n'est qu'une grande île; les voyages prouvent qu'il y a des antipodes. La terre occupe le fond des mers; la sphéricité de la Terre est prouvée par les éclipses de Lune. »

« Le Soleil et la Lune vont tantôt plus vite et tantôt plus lentement; les autres planètes sont successivement directes, stationnaires et rétrogrades, elles s'approchent et s'éloignent de la Terre, mais on doit avouer que ces mouvements sont ou circulaires ou composés de circulaires. »

Copernic conserve naturellement cette idée des anciens, qu'il n'aurait pas pu remplacer; il substituera simplement d'autres cercles à ceux de Ptolémée.

« Les mouvements inégaux sont assujettis à certaines périodes, ce qui serait impossible, s'ils n'étaient circulaires. »

La Terre a-t-elle un mouvement circulaire? Quel est le lieu de la Terre? La Terre est un globe; de cette forme résulte-t-il un mouvement? Quelle est la position de la Terre dans l'Univers? Voilà ce qu'il faut éclaircir, si l'on veut se rendre raison des mouvements. Presque tous les auteurs s'accordent à supposer la Terre immobile; l'opinion contraire leur paraît ridicule. Cependant si l'on examine attentivement la question, on verra qu'elle n'est pas résolue. Tout changement observé vient ou du mouvement de l'objet ou de celui de l'observateur, ou du mouvement relatif de l'un par rapport à l'autre; car si les deux mouvements étaient égaux, on n'aurait aucun moyen de les apercevoir. C'est de dessus la Terre que nous observons le Ciel; si la Terre a un

mouvement, le Ciel nous paraîtra se mouvoir en un sens contraire. Tout le Ciel paraît transporté d'Orient en Occident en vingt-quatre heures; laissez le Ciel en repos, et donnez ce mouvement à la Terre, mais d'Occident en Orient, vous aurez toutes les mêmes apparences.

Le Ciel est le contenant, la Terre le contenu, on ne voit pas pourquoi on attribuerait ce mouvement au premier plutôt qu'à l'autre. Héraclidès, Ephantus et Nicetas (c'est Hicétas que veut dire Copernic) n'attribuaient à la Terre que le mouvement autour de son axe; ils admettaient qu'elle occupe le centre du monde. Mais c'est un point qui n'est pas moins douteux que celui de l'immobilité parfaite: on peut le nier, on peut dire que la distance de la Terre au centre est comparable aux distances du Soleil et des planètes, quoique nulle sensiblement en comparaison de la sphère des étoiles. Alors on aura une explication plausible des inégalités observées.

Puisque les planètes s'éloignent ou s'approchent de la Terre, il en résulte déjà qu'elle n'est pas le centre de leurs mouvements. Le changement de distance vient-il du mouvement des planètes seules? N'est-il pas en partie produit par le mouvement de la Terre? Il ne faudrait donc pas s'étonner si l'on avançait qu'outre le mouvement de révolution autour d'elle-même, la Terre a un second mouvement; que la Terre tourne et qu'elle est elle-même une planète. C'était l'opinion du Pythagoricien Philolaüs, mathématicien tellement distingué, que Platon, pour le voir, fit exprès le voyage d'Italie.

Les horizons de la Terre partagent le Ciel en deux parties égales, donc le volume de la Terre est un point.

Ptolémée n'a aucune raison de craindre que le mouvement

de la Terre ne dissipe et ne disperse tout ce qui est à la surface de la Terre. »

Il paraît par ce passage que Copernic n'avait pas encore une idée très nette de la pesanteur, sans quoi il l'eût opposée à la force centrifuge.

« Mais si la sphère des étoiles tournait en vingt-quatre heures, cette dispersion ne serait-elle pas plus à craindre, le mouvement étant infiniment plus considérable? Ce mouvement si rapide serait-il nécessaire pour empêcher les étoiles de tomber sur la Terre? »

Ce qui est incontestable, c'est la sphéricité de la Terre; le mouvement convient à cette forme, pourquoi hésiterions-nous à l'admettre, sans nous inquiéter de ce que nous ne pouvons savoir? Admettons donc la révolution diurne de la Terre.

« Ceux qui sont sur un vaisseau attribuent leur mouvement aux objets extérieurs :

Provehimur portu terræque urbesque recedunt.

« C'est ce qui nous arrive : la Terre tourne et tout le Ciel nous paraît tourner. Les nuages et tout ce qui est porté dans l'air participent au mouvement de la Terre, ce mouvement est commun à toute l'atmosphère. »

Ici Copernic remarque que les comètes participent au mouvement diurne. Il aurait pu tirer de ce fait une excellente raison en faveur de son système, car dans l'hypothèse de l'immobilité de la Terre, il aurait fallu créer pour chacun de ces astres, si rapides et si excentriques, au moins une ou deux sphères, plus ou moins rattachées à la sphère des fixes. Mais Copernic ne se sert pas de ce moyen. Il est vrai qu'il devait avoir bien peu d'idées arrêtées relativement aux comètes, sur lesquelles il n'a guère été rien dit de

raisonnable avant Newton. Cependant Régiomontanus avait déjà démontré qu'elles se meuvent au delà de la sphère de la Lune.

« Les choses qui tombent ou qui montent ont un mouvement composé du droit et du circulaire. Par le mouvement circulaire et commun elles paraîtraient en repos. A ce mouvement vient se joindre un mouvement en ligne droite qui les approche ou les éloigne du centre; ainsi les graves tombent et les ignes s'élèvent: la flamme est une fumée ardente. »

« On ne peut donner le même centre à tous les mouvements. »

C'est-à-dire que, quel que soit le système que l'on adopte, il faudra toujours donner des centres différents aux orbites des différents astres.

« On peut donc douter que le centre du monde soit celui de la Terre et de la gravité terrestre. »

La gravité n'est qu'une tendance naturelle donnée par le Créateur à toutes les parties, qui les porte à se réunir et à former des globes. Il est croyable que c'est cette tendance qui a donné au Soleil, à la Lune et aux autres planètes une forme sphérique, ce qui ne les empêche pas d'accomplir leurs révolutions diverses. Si donc la Terre a un mouvement, ce mouvement sera semblable à celui des autres corps; nous aurons un circuit annuel. »

« Le mouvement du Soleil sera remplacé par celui de la Terre. Le Soleil étant devenu immobile, les levers et les couchers auront lieu de même; les stations et rétrogradations tiendront au mouvement de la Terre. »

Il convient, je crois, d'insister sur ce point. La théorie des stations et rétrogradations pouvait seule, en effet, fournir alors un criterium propre à juger entre les différents systèmes.

Nous avons déjà dit qu'en possession seulement de données

très vagues sur les distances des astres entre eux et à la Terre, ne pouvant tout au plus que constater que Jupiter et Mars paraissent plus gros en opposition que près de leurs conjonctions, et conservant aux planètes des orbites circulaires (qu'il compliquera cependant plus tard d'épicycles) Copernic ne pouvait faire valoir en faveur de son système qu'une plus grande simplicité; cependant les stations et rétrogradations des projections des planètes sur la sphère des fixes ainsi que les grandes variations de leurs vitesses apparentes constituent un phénomène à part, qui pouvait fournir une preuve à peu près positive.

En effet, les anciens avaient bien pu se rendre compte de ces phénomènes au moyen de la combinaison, pour chaque planète, d'un épicycle et d'un déférent, le centre de l'épicycle parcourant le déférent dans le sens de la révolution générale de la planète et cette planète décrivant son épicycle, toujours dans le même sens, de façon à se trouver tantôt à droite, tantôt à gauche de sa position moyenne sur le déférent.

Mais pourquoi les changements dans le sens de leurs vitesses, avaient-ils lieu, pour toutes les planètes, lorsqu'elles occupaient des positions analogues par rapport à la ligne droite tirée de la Terre vers le Soleil? Pourquoi surtout ces changements de sens étaient-ils beaucoup plus nombreux, dans le cours d'une révolution sidérale, pour Saturne et pour Jupiter, que pour Mars? Pourquoi, si ce n'était parce que la durée de la révolution de la Terre étant une plus petite fraction de la durée de la révolution de Saturne ou de Jupiter, que de la durée de la révolution de Mars, Saturne se trouvait trente-deux fois en conjonction dans le cours de sa révolution sidérale, Jupiter douze fois et Mars seulement deux fois?

A quel instant deux mobiles, observés chacun de la position occupée par l'autre, doivent-ils paraître en station sur un tableau indéfiniment éloigné, comme la sphère céleste ? C'est lorsque la ligne qui joint ces mobiles est parallèle à celle qui les joindra un instant après.

Aussitôt en possession de cette idée, Copernic chercha à déterminer, dans son hypothèse de la Terre mobile dans un cercle autour du Soleil, ainsi que toutes les autres planètes, les positions dans lesquelles ces autres planètes devaient paraître en station, à un observateur placé à la surface de la Terre, et il vit, ce qui est facile à vérifier, que deux stations consécutives de chaque planète devaient correspondre à des elongations égales, mais de sens contraires, de cette planète.

Pour aller plus loin, c'est-à-dire pour retrouver les elongations correspondant aux stations, telles qu'elles sont fournies par les observations, il lui eût fallu les rayons des cercles décrits par les diverses planètes; car, quant aux durées des révolutions, c'est-à-dire aux vitesses angulaires, on les connaissait.

Mais, et c'est par là que la théorie de Copernic acquiert un caractère de grandeur incomparable par la nouveauté et la beauté des résultats auxquels elle conduisait immédiatement, les elongations correspondant aux stations dépendaient des rayons des orbites, mais les rayons des orbites dépendaient aussi des elongations des points de station. Et puisqu'on connaissait ces elongations, on pourrait en déduire les rayons des orbites.

Ainsi les distances de tous les astres entre eux, distances sur lesquelles les anciens n'avaient pu acquérir aucune donnée, allaient être facilement déterminées, et par un seul effort le système du monde serait enfin dévoilé !

Copernic explique très bien cette idée, quoique d'une façon un peu trop concise, dans le passage suivant :

Admettons que Vénus et Mercure tournent autour du Soleil, alors leurs digressions seront nécessairement déterminées par les rayons de leurs orbites

Qui nous empêche de rapporter au même centre Saturne, Jupiter et Mars? Il nous suffira de donner des rayons convenables à leurs orbes. »

Il range les planètes dans l'ordre des durées de leurs révolutions :

Saturne dont la révolution est de trente ans, après lui Jupiter qui fait le tour du Ciel en douze ans; Mars qui fait le sien en deux ans, puis la Terre, dont le tour est d'un an; Vénus qui fait le sien en neuf mois; enfin Mercure dont la révolution n'est que de quatre-vingt-huit jours.

Il explique ensuite pourquoi les arcs de rétrogradation sont plus grands pour Jupiter que pour Saturne et moindres que pour Mars. Il montre aussi qu'ils sont plus grands pour Vénus que pour Mars.

Tous ces phénomènes, dit-il en terminant cette discussion, dépendent du mouvement de la Terre; on ne voit rien de semblable dans les fixes, à cause de leur extrême distance, pour laquelle le mouvement de la Terre s'évanouit.

Copernic aurait pu traiter directement, du point de vue qu'il indique lui-même, la question de la détermination des rayons des orbites de toutes les planètes, en prenant pour unité celui de l'orbite terrestre. Le calcul n'aurait pas surpassé en difficultés ce qu'il pouvait faire

Soient R et R' les rayons des orbites de la Terre et d'une planète, v et v' leurs vitesses angulaires autour du Soleil, et t le temps

compté à partir d'une opposition, par exemple, ou d'une conjonction inférieure, s'il s'agit de Vénus ou de Mercure : la tangente de l'angle de la droite joignant les deux planètes avec l'axe dans lequel s'est faite l'opposition, serait

$$\frac{R \sin \omega_1 t}{R \cos \omega_1 t} = \frac{R_1 \sin \omega_1 t}{R_1 \cos \omega_1 t},$$

et la condition de stationnement s'exprimerait par l'équation

$$R^2 \omega_1 = RR_1 (\omega_1 + \omega_2) \sin (\omega_1 - \omega_2) t + R_1^2 \omega_2 = 0,$$

où tout serait connu, excepté $\frac{R_1}{R}$, que l'on pourrait donc évaluer.

La question, il est vrai, dépend du Calcul différentiel, mais les fonctions circulaires se prêtent plus aisément que toutes les autres à la détermination de leurs maxima et minima, les formules qui expriment les sinus et cosinus de la somme de deux angles faisant immédiatement connaître leurs accroissements et celles qui servent à changer en produits les différences de sinus et de cosinus permettant de réduire les expressions de ces accroissements à des monômes.

Si Copernic n'avait pas pu faire ce calcul, il aurait, du moins, pu opérer comme a fait Descartes dans sa théorie de l'arc-en-ciel : mais l'idée ne paraît pas lui en être venue. Du reste, les plans des orbites ne se confondant pas, je ne sais si les calculs auraient donné des résultats assez approchés.

Au reste, Copernic ne se proposait pas seulement d'obtenir les rayons des orbites : il voulait aussi déterminer les excentricités, les périhélies, les aphélies, etc. Il lui fallait donc recourir à des pro-

cédés plus compliqués. D'ailleurs il tenait surtout, non pas seulement à ne pas paraître vouloir supprimer les travaux de Ptolémée, mais même à s'en servir effectivement. Tous les inventeurs obéissent à une tendance analogue, qui prend sa source dans des vues très justes. Pour être admis à proposer le renversement d'une théorie, il faut d'abord montrer au moins qu'on la connaît; en second lieu il faut faire voir, en se servant habilement de l'ancienne, que l'erreur qu'elle renferme ne tient qu'à une manière vicieuse de voir les mêmes faits; enfin pour convaincre la génération contemporaine, habituée à cette ancienne théorie, il faut déduire, autant que possible, les preuves que l'on apporte des notions et des faits acceptés.

Quoi qu'il en soit, voici comment s'y prit Copernic pour déterminer les distances des différentes planètes au Soleil, celle de la Terre étant prise pour unité : Il considère toutes les preuves qu'il a données précédemment comme suffisantes; il admet en conséquence que toutes les planètes ainsi que la Terre décrivent des cercles autour du Soleil; et, partant de là, il remarque que, pour passer de la représentation géométrique des mouvements, dans le système de Ptolémée, à celle qui convient à son propre système, il suffit de faire passer tous les déferents par le Soleil, ce qui est permis, puisque Ptolémée laisse les rayons de ces déferents indéterminés et n'assigne pour chaque planète que la valeur du rapport du rayon de l'épicycle au rayon du déférent.

Soient ST et SP les rayons des orbites de la Terre et d'une planète autour du Soleil, dans le nouveau système; R le rayon du déférent de cette planète, et r le rayon de son épicycle, dans l'ancien système.

Le rapport des distances périégée et apogée de la planète, dans

le nouveau système, est

$$\frac{ST}{ST'} = \frac{SP}{SP'};$$

le même rapport, dans l'ancien système, est exprimé par

$$\frac{R}{R'} = \frac{r}{r'}.$$

L'égalité de ces expressions entraîne l'égalité

$$\frac{ST}{SP} = \frac{R}{r};$$

mais Ptolémée a donné les valeurs, relatives aux différentes planètes, du rapport $\frac{R}{r}$; ces valeurs font donc connaître celles

du rapport $\frac{ST}{SP}$.

Il est étonnant que Copernic n'ait pas essayé au moins de vérifier que les valeurs trouvées par cette méthode s'accordaient bien avec celles qu'aurait fournies sa théorie des stations. Je ne sache pas du reste que personne ait tenté, lorsqu'elle était utile, cette vérification qui aurait immédiatement fourni une preuve presque décisive de la justesse des nouvelles idées.

C'est également au moyen des méthodes mêmes de Ptolémée que Copernic a cherché les valeurs de tous les autres éléments des différentes planètes, notamment leurs excentricités, car il avait reconnu lui-même que les orbites n'ont pas exactement le Soleil pour centre.

Nous ne donnons pas les nombres auxquels il est arrivé, parce que les moyens d'observation étaient alors trop imparfaits pour

conduire à des résultats exacts, et que, d'ailleurs, le mérite de Copernic consiste surtout à avoir proposé les méthodes pour les obtenir.

Nous rapporterons seulement les valeurs qu'il assigne aux rayons des orbites des trois planètes supérieures, celui de l'orbite terrestre étant pris pour unité. Il trouvait :

Pour Saturne	9,57451
„ Jupiter	5,20918
„ Mars	1,51979

Les observations modernes donnent :

Pour Saturne	9,53885
„ Jupiter	5,20286
„ Mars	1,52369

On voit que ces nombres sont très remarquablement approchés, et si l'on songe qu'avant Copernic on n'avait absolument aucune donnée sur des éléments si importants de notre système planétaire; on ne saura comment louer une si belle œuvre.

Au reste, il ne faudrait pas croire que Copernic fût simplement un philosophe très clairvoyant; il était aussi bon mathématicien que les meilleurs de son temps et très au courant des travaux de Ptolémée, des astronomes arabes, de Purbach et de Régiomontanus.

Non seulement il connaissait à fond toutes les méthodes trigonométriques, mais c'est même lui qui a donné la première démonstration simple de la formule fondamentale de Trigonométrie sphérique :

$$\cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A;$$

GAURICUS. ETC.

N. Gauricus, nativus de Napolis, vivens circa 1550.

Son véritable nom est Gauric. Il se livra d'abord à l'enseignement des Mathématiques, puis s'adonna à l'Astrologie. Le métier d'astrologue lui rapporta des richesses et des honneurs, mais aussi des désagréments. C'est ainsi qu'ayant prédit à Bentivoglio, de Bologne, qu'il serait chassé de cette ville avant une année, Bentivoglio lui fit administrer cinq tours d'estrapade.

Toutefois les papes Jules II, Léon X, Clément VII et Paul III accordèrent des marques d'estime au prétendu devin, qui fut nommé, en 1545, évêque de *Civita ducale*.

Gauricus fut un des premiers promoteurs de la réforme du Calendrier. Il déplore dans son *Calendarium ecclesiasticum, ex sacris litteris, probatisque sanctorum patrum synodis excerptum*.

Venise, 1552, le malheur qui fait que la Pâque est souvent célébrée en dehors de la règle prescrite par les conciles, et supplie le pape de ne pas laisser plus longtemps les chrétiens dans les liens de l'excommunication, de l'anathème, etc.

Il a publié un livre : *Des inventeurs de l'Astronomie* ; donné des notes pour l'édition de Bale de la *Syntaxe* de Ptolémée ; rassemblé les commentaires de divers auteurs sur Sacro-Bosco et Purbach, et corrigé les Tables alphonssines.

Mais il a aussi publié un *Tractatus astrologicus, in quo agitur de præteritis multorum hominum accidentibus, per proprias eorum genituras, ad unguem examinatis*.

Ses ouvrages ont été publiés à Bale, sous le titre *Opera omnia* en 1575.



HENRICUS GRAMMATEUS.

N. E. P. 1475-1476.

Son vrai nom est Heinrich Schreibers. Il a publié en allemand à Vienne, en 1518, un ouvrage dont le titre traduit est : *un nouveau, artistement facile et certain petit livre de compte, sur tous commerces, d'après les communes règles de trois ; avec la pratique française, les règles du faux, quelques règles de la chose et la tenue des livres.*

Il y aait un usage constant de signes $+$ et $-$; il désigne les puissances successives de l'inconnue par *prî, se, ter, quar*, etc.



RUDOLFF CHRISTOPHE

Grammaticorum et V. 1516.

On a de lui une Algèbre en allemand intitulée : *Die Coss.* imprimée pour la première fois en 1522 et rééditée en 1553, après sa mort, par les soins de Michel Stifel, son compatriote, et, comme lui, géomètre habile pour le temps. Rudolff' acquit assez de réputation pour être appelé le précepteur de toute l'Allemagne en Mathématiques. Il se dit élève de Grammateus.



ESTIENNE DE LA ROCHE.

N. E. P. 1559.

On a de lui un *Traité d'Arithmétique, d'Algèbre et de Géométrie usuelle*, en français, publié en 1520 et réimprimé en 1538, où

les puissances sont indiquées par des signes conventionnels, comme chez les cossistes, et les racines, par des indices, sous la forme typographique R^2 , R^3 , ... On y trouve la résolution des équations du second degré.

Dans le cas où l'équation (de canon) affecte la forme

$$X^2 + q = fX,$$

l'auteur dit, à peu près comme Mohammed ben Musa, que la question comporte le plus souvent double réponse. « Car, quant la racine de la reste ($\sqrt{\frac{f^2}{4} - q}$) est adjoustée à la moitié du moyen ($\frac{f}{2}$), elle produyt ung nombre. Et quant elle est soustraicte elle en présente ung autre, qui tous deux ont les propriétés qu'il convient avoir. Et pour tant peult-on prendre lequel que l'on veult. »

Il dit dans sa préface qu'il s'est instruit à la lecture des ouvrages de Maître Nicolas Chuquet, parisien, de Philippe Friscobaldi, florentin, et de frère Luques de Burgo, sancti sepulcri. Il a en effet en partie répété Nicolas Chuquet, mais sans adopter les nouveaux signes employés par son modèle.



SCALIGER — JULES-CÉSAR.

N. BORDONI (1513-1573) — ALBA (1513).

Il était fils d'un peintre nommé Benedetto Bordonì et imagina de se fabriquer une généalogie qui le rattachât à la famille des princes della Scala. Après une jeunesse aventureuse, il se mit à

étudier la Médecine, et vint s'établir à Agen. Il a fait faire quelques progrès à la Botanique, en cherchant à établir une classification des plantes plus scientifique que celle de Théophraste, dont il a commenté les œuvres. Il a en outre laissé un grand nombre d'ouvrages de critique littéraire et de philosophie.



STIFEL MICHEL.

Né à Nuremberg, le 15 mai 1487. M. 1568.

Il était moine dans l'ordre des Augustins, lorsqu'il se convertit au protestantisme et se fit pasteur. Il exerça successivement son ministère en Saxe, en Autriche et en Prusse.

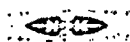
Stifel, après avoir combiné les lettres numériques de certains passages de la Bible, annonça la fin du monde pour l'année 1533. Des naïfs, qui avaient cru à cette prédiction et avaient agi en conséquence, furieux d'avoir été trompés, s'emparèrent de Stifel et le conduisirent dans la prison de Wittemberg; mais Luther le fit relâcher. Malgré ses mécomptes, Stifel n'en continua pas moins, jusqu'à la fin de sa vie, à croire que la fin du monde était proche.

C'était un mathématicien très distingué, qui, l'un des premiers, se servit des signes $+$ et $-$ pour indiquer les opérations d'addition et de soustraction. Stifel est principalement connu par son *Arithmetica integra* Nuremberg, 1544, in-4, dans laquelle on a voulu voir l'invention des logarithmes. Il est vrai qu'il y compare les progressions arithmétique et géométrique, comme nous le faisons aujourd'hui, et qu'il constate la relation fondamentale qui sert de base à la théorie des logarithmes; mais il n'a pas eu

l'idée de compléter les deux progressions par l'insertion de moyens en nombre illimité, et il ne songea d'ailleurs aucunement à faire servir sa remarque à l'établissement d'un nouveau mode de calcul arithmétique. Il supprime à regret, dit-il, plusieurs autres propriétés du système des deux progressions comparées, suppression qui prouve qu'il n'avait pas entrevu la révolution qu'allait susciter Neper.

Outre cet ouvrage, on a de lui, en allemand : *Très merveilleux calcul de mots, avec quelques nombres indicateurs de Daniel et de l'Apocalypse de saint Jean* (1553) ; un *Traité d'Algebre* qui est reproduite la *Coss* de Rudolff avec de grands développements, et un poème sur la *Doctrine de Luther*.

On le cite comme ayant, avant Viète, représenté par des lettres les nombres connus et inconnus. Mais il y a loin des nombres aux grandeurs.



MUNSTER SÉBASTIEN .

(Né à Ingelheim en 1486, mort à Bâle en 1552.)

Il était entré dans l'ordre des Cordeliers, mais ayant embrassé les opinions de Luther, il se maria et se retira à Bâle, où il professa la Géographie, les Mathématiques et l'hébreu, avec de grands succès.

On a de lui un grand nombre d'ouvrages, dont quelques-uns sont encore recherchés. Ses ouvrages de science sont : *Horologiographia* 1531-1533 ; *Organum uranicum* 1536 ; *Cosmographia universalis* 1544 .

Son *Horologiographia* est remarquable à plus d'un titre : les

principes qu'il y développe ne sont peut-être pas de lui, mais il les applique avec intelligence. Cet ouvrage est le premier où l'art des cadrans solaires prend la forme moderne, c'est-à-dire où le style soit disposé parallèlement à l'axe du monde; et l'auteur y résout complètement les problèmes des cadrans équatorial, horizontal, vertical méridien et vertical déclinant.



NONIUS,

NONII PETRI.

Son véritable nom est Nunez Pedro. Il fut chargé de l'éducation du fils du roi Emmanuel, et, plus tard, nommé cosmographe du roi et professeur de Mathématiques à l'Université de Coimbre. On a de lui : *Rerum astronomicarum problemata communia; De arte navigandi; In theorias planetarum Georgii Purbachii annotationes aliquot; De erratis Oroneii Finari delphinatis; De crepusculis liber unus; un Traité des climats et des éclipses* et un *Livre sur les comètes*.

Ses œuvres ont été éditées à Bâle en 1592 sous le titre : *Petri Nonii opera*. On y trouve des idées justes, quelques bonnes études théoriques et d'ingénieuses inventions.

Les premiers ouvrages de Nonius sont destinés aux navigateurs de sa nation; on y remarque une méthode pour déterminer la distance et la différence en longitude de deux lieux indiqués sur une carte marine où les méridiens sont représentés par des droites parallèles et les parallèles par des perpendiculaires aux méridiens.

A ce sujet il définit et étudia la loxodromie, ligne qui coupe tous les méridiens sous un même angle. Halley a remarqué depuis

que la projection stéréographique de la loxodromie sur l'équateur est une spirale d'Archimède, ce qui résulte presque évidemment du théorème relatif à la conservation des angles des tangentes à la sphère dans leurs perspectives stéréographiques.

Le livre des Crépuscules, outre une solution exacte et neuve du problème relativement difficile du crépuscule minimum et du jour où il a lieu, contient l'indication d'un procédé remarquable pour la graduation des cercles destinés à la mesure des angles : Du centre du cercle supposé, Nonius proposait de décrire, avec des rayons arbitraires, 44 arcs de 90°, et de partager le plus grand en 90 parties égales, les arcs suivants en 89, 88, ... jusqu'à 46; l'alidade dirigée vers un astre passera, dit-il, nécessairement tout près d'une division de l'un des 44 cadrans. Soient a le numéro de cette division et n le nombre des divisions du cadran qui la contient, l'angle cherché sera

$$\theta = \frac{a}{n} \cdot 90^\circ.$$

On a vu dans cette invention la première idée du vernier; et, en effet, il y a quelque analogie entre les principes des deux instruments.



PARACELSE BOMEAST DE HOHENHEIM.

N. 161. Amsterdam, chez Zundel, en l'An 10, et chez S. J. VAN DER KAMPE.

Paracelse est la traduction de Hohenheim. Le père de Paracelse était fils naturel d'un Hohenheim, et il exerçait la Médecine en même temps qu'il s'adonnait à l'Alchimie.

Paracelse paraît n'avoir, pour ainsi dire, reçu ni éducation ni

instruction. Il se forma lui-même, en voyageant beaucoup, le plus souvent en mauvaise compagnie. « Il interrogeait, dit-il, les barbares, les vieilles femmes, les bohémiens, les tondeurs de chiens et même les bourreaux. » Il fréquenta les écoles d'Allemagne, d'Italie, de France, d'Angleterre, etc., mais il ne paraît pas qu'il ait pris quelque part le titre de docteur. Il débuta par faire de la médecine fantaisiste dans les foires et sur les places publiques.

N'ayant pas toujours de pain, il s'abandonnait quelquefois à la boisson, ce qui lui procurait de temps en temps l'occasion de se servir de sa rapière, qu'il maniait assez bien, paraît-il.

Il vint en 1526 s'établir à Zurich, où il fit des cures étonnantes, mais il y demeura à peine. Il se rendit à Bâle, où il obtint des succès tels que la municipalité s'empressa de lui offrir la chaire de Médecine à l'Université, avec un bon traitement.

Il quitta Bâle à la suite d'un procès qu'il perdit contre un chanoine de la ville qu'il avait guéri et qui refusa de payer 100 florins qu'il avait promis en cas de succès. Paracelse avait déjà contre lui tous les médecins et les pharmaciens de Bâle; après la perte de son procès, il se répandit en injures contre les magistrats et n'eut que le temps de s'enfuir pour n'être pas arrêté.

A partir de cette époque (1528), il reprit ses pérégrinations à travers le monde, tantôt comblé de faveurs pour ses cures et tantôt chassé pour ses insuccès, mais toujours poursuivi par la haine des médecins diplômés, que, de son côté, il ne ménageait guère.

Il mourut à Salzbourg, dans un cabaret, à la suite d'une orgie, dit-on.

Paracelse avait commencé par la recherche de la pierre philo-

sophale, mais il renonça de bonne heure à la transmutation des métaux, pour ne plus songer qu'à faire servir la Chimie à la Médecine, par la préparation de médicaments nouveaux.

Sa méthode consistait à rechercher dans toutes les substances la partie active et à la séparer. « Il doit être considéré, dit M. Dumas comme l'auteur de cette direction de la Chimie médicale dans laquelle on se propose d'écarter des matières médicamenteuses les substances inertes, pour ne s'attacher qu'aux substances actives, ou d'augmenter l'énergie de celles-ci, en leur communiquant la solubilité qui leur manque. »

« On ne peut nier, dit M. Cap, dans ses *Études biographiques pour servir à l'histoire des Sciences*, que Paracelse ait fait avancer la Science par ses recherches propres et par la découverte de faits dont on trouve la première mention dans ses écrits. Ainsi, il est certain qu'il fit mieux connaître les préparations antimoniales, mercurielles, salines, ferrugineuses; il émit le premier cette pensée que certains poisons peuvent, à dose modérée, être employés comme médicaments. Il préconisa l'usage des préparations de plomb dans les maladies de la peau, de celles d'étain contre les affections vermineuses, des sels de mercure dans la syphilis; il se servit du cuivre et même de l'arsenic à l'extérieur, comme rongeurs; il employa l'acide sulfurique dans les maladies saturnines, mode de traitement qui est resté dans la Science. Il distingua l'alun des couperoses, en remarquant que l'un contient une terre et les autres des métaux. Il mentionna le zinc, qu'à la vérité il regardait comme une modification du mercure et du bismuth. Il admit des fluides élastiques autres que l'air que nous respirons, comme le gaz muriatique et la vapeur sulfureuse, mais il les croyait formés d'eau et de feu. L'étincelle du briquet

était pour lui un produit du feu contenu dans l'air. Il avait remarqué que, lorsqu'on fait agir de l'huile de vitriol sur un métal, il se dégage un air qui est l'un des éléments de l'eau. Il savait que l'air est indispensable à la respiration des animaux et à la combustion du bois. Il dit que la calcination tue les métaux et que le charbon les revivifie. Le feu pour brûler, dit-il, a besoin de bois, mais il a aussi besoin d'air. Donc le feu c'est la vie. Il dit aussi que la digestion est une dissolution des aliments; que la putréfaction est une transformation; que tout ce qui est vivant meurt pour ressusciter sous une autre forme. »

Voici quelques-unes de ses apostrophes aux médecins de son temps :

« Ceux-là seulement qui se sentent blessés et fragiles crient. L'art lui-même ne se plaint pas, car il est inébranlable comme les fondements de la Terre et du Ciel. En réponse à mes ennemis, je vais montrer les quatre colonnes sur lesquelles ma Médecine est fondée. Ces colonnes, il faudra que vous vous y attachiez un jour, si vous ne voulez pas passer pour des imposteurs. Oui, vous me suivrez, toi Avicenne, toi Galien, toi Rhazès, toi Montaguana, toi Mésué; vous Paris, vous Montpellier; vous Suèves, vous de Cologne et de Vienne; vous que nourrissent le Danube et le Rhin; vous Italiens, Dalmates, Grecs, Arabes, Israélites... Je serai votre monarque, vous nettoyez mes fourneaux. Mon école triomphera de Pline et d'Aristote. Voilà ce que produira l'art d'extraire les vertus des minéraux. L'Alchimie convertira en alcali votre Esculape et votre Galien; vous serez purgés par le feu: le soufre et l'antimoine vaudront plus que l'or. Vous m'accusez de plagiat: il y a dix ans que je n'ai lu un seul de vos livres.

Ce qui fait un médecin, ce sont les cures et non pas les

empereurs, les papes, les facultés, les privilèges, les académies. Quoi ! parce que je guéris le plus virulent de tous les maux, la syphilis, qui n'épargne ni peuples, ni potentats, vous me traînez dans la boue ! Imposteurs ! vous êtes des vipères.

« Pour ne pas hanter les cours des rois, est-ce que j'en vaudrais moins ? Un serment vous rend-il plus habiles ? Les boucles de mes souliers en savent plus que Galien et Avicenne.

« Vous me reprochez de perdre des malades. Est-ce que je puis ramener de la mort ceux que vous avez déjà tués, ou bien recoller les membres que vous avez déjà coupés ? Quand vous avez donné huit onces de mercure à l'un, seize à l'autre, et quand ce vil argent est dans la moelle, qu'il coule dans les veines, qu'il adhère aux articulations, comment réparer le mal ?

« Comment l'humeur pourrait-elle être ou la maladie elle-même ou la cause de la maladie ? Les maladies sont encore moins visibles et moins palpables que l'air et le vent. Donc si les maladies ne peuvent être ni vues ni touchées, comment parviendrez-vous à les chasser ? Comment un médecin peut-il chercher les maladies dans les humeurs et expliquer par là leur origine ? Surtout s'il arrive que les humeurs soient produites par les maladies et non les maladies par les humeurs.

C'est un *esprit* qu'il faut appliquer à un *esprit*.

« Parlez-moi des médecins chimistes. Ceux-là, du moins, ne sont pas paresseux comme les autres. Ils ne sont pas habillés en beau velours, en soie ou en tailletas : ils ne portent ni bagues d'or ni gants blancs. Le médecin chimiste attend jour et nuit, avec patience, le résultat de ses travaux. Il ne fréquente pas les lieux publics : il passe tout son temps dans un laboratoire. Il est en culotte de peau et il porte un tablier de peau. Il est noir et

entumé comme les charbonniers et les forgerons. Ah! c'est qu'il ne craint pas de mettre ses doigts dans le charbon et dans les ordures! Il parle peu et ne vante pas ses médicaments, sachant bien que c'est seulement à l'œuvre qu'on reconnaît l'ouvrier. Pour acquérir les divers degrés, il travaille continuellement dans le feu.

La plupart des ouvrages de Paracelse n'ont été publiés qu'après sa mort, et il en est résulté que beaucoup de charlatans ont emprunté son nom pour débiter les leurs. Voici ceux qu'on croit être de lui :

De Gradibus et Compositionibus receptorum; La Petite Chirurgie; Sur les Plaies ouvertes; Sur le Mal Français; Les Impostures des médecins; Opus paramirum; Les Bains de Pfeffers; La Grande Chirurgie; De Natura rerum; La Défense de l'auteur; Les Erreurs des médecins; L'Origine de la pierre.



SCHUEBEL

Né en 1542.

Son *Algebra compendiosa descriptio cum Euclidis VII libris prioribus*, imprimée à Paris en 1552, est le premier ouvrage qui contienne le signe $\sqrt{\quad}$. Avant Scheubel, on indiquait l'extraction d'une racine par le signe R qui a été employé encore pendant quelque temps après lui, et dont Cardan se servait exclusivement.



MOROLICO FRANCISCO, en latin MAEPOLOUS.

N. M. 1520-1590. — 1520-1590.

Il était d'une famille grecque originaire de Constantinople. Chargé d'enseigner la Géométrie au fils de Jean de Vega, vice-roi de la Sicile pour Charles-Quint, il se lia à Palerme avec le marquis de Gêracé qui l'emmena à Naples et à Rome, et obtint pour lui l'abbaye de Santa-Maria-del-Pasto et la chaire de Mathématiques à Messine.

Riccioli l'appelle *clarissimum Sicilicæ lumen* : il a laissé une Cosmographie plusieurs fois réimprimée, des opuscules sur la sphère, un traité des sections coniques où il déduit les propriétés de ces courbes des propriétés correspondantes du cercle.

C'est lui qui introduisit en Italie l'usage des sécantes dans les calculs trigonométriques. Il en avait construit une table qu'il publia à la suite des *sphæriques* de Théodosius. Il commença à se servir de lettres dans les explications relatives aux opérations arithmétiques et donna les premières règles du calcul algébrique. Nous ne savons jusqu'où elles s'étendaient.

Il ne se bornait pas à la Géométrie ; il chercha avec intelligence, dans la structure de l'œil, l'explication du phénomène de la vision. Il décrivit exactement la marche des rayons lumineux à travers la cornée et le cristallin. Il s'arrêta étonné lorsqu'il reconnut que sa théorie le conduisait à admettre que les images des objets, dans l'intérieur de l'œil, étaient renversées. Il connaissait vaguement les causes du presbytisme et de la myopie et expliquait comment elles sont atténuées par l'usage de verres convexes ou concaves. Ses explications restaient forcément incomplètes, parce qu'il n'avait

pas reconnu les fonctions de la rétine et n'y avait même pas vu le tableau sur lequel viennent se peindre les images.

On cite de lui cette pensée : « Le problème de découvrir ce qui est présente assez de difficultés pour qu'il soit au moins bien présomptueux de se jeter dans le monde des esprits à la recherche de ce qui doit être. »

Ses principaux ouvrages sont : *Cosmographia* (Venise, 1543) ; *Opuscula mathematica* (Venise, 1575) ; *Arithmeticonum libri duo* (Venise, 1575) ; *Photismi de lumine et umbra ad perspectivam radiorum incidentium facientes* (Venise 1575) ; *Problemata mechanica* (Messine, 1613).

On trouve dans ce dernier ouvrage la détermination du centre de gravité du segment de conoïde parabolique, qui manque dans Archimède.

Maurolycus avait écrit beaucoup d'autres ouvrages qui sont aujourd'hui perdus et un grand nombre de traductions d'auteurs grecs, entre autres Archimède.



FERNEL JEAN,

N. en 1527, à Uzereux-en-Burgundy, son t. M. à Melun le 20 en 1587.

Surnommé le *Galien moderne*. Docteur de la Faculté de Paris en 1556 et professeur en 1554, il se trouva à la tête du corps médical en France et acquit la réputation d'un des premiers praticiens de son temps. Il guérit Diane de Poitiers d'une maladie grave et devint médecin de Henri II. Le plus important de ses

ouvrages sur la Médecine est *l'Universa medicina* (1567), qui eut plus de trente éditions.

Il a publié sur les Mathématiques deux livres : *De proportionibus*, et sur l'Astronomie deux ouvrages intitulés, l'un : *Monalosphærium*, et l'autre : *Cosmotheoria*. Le *Monalosphærium* a pour objet l'exposition d'une méthode pour représenter la sphère entière au moyen d'un seul dessin plan. On y trouve malheureusement des digressions astrologico-médicales.

La *Cosmotheoria* ne vaut pas mieux comme doctrine, mais on y trouve la relation intéressante du voyage que l'auteur fit de Paris à Amiens pour obtenir la mesure d'un degré du méridien.

Il observa le 26 août à Paris la hauteur méridienne du Soleil, et calcula ce qu'elle devrait y être les jours suivants. Cela fait, il se mit en route, vérifiant chaque jour à midi la hauteur du Soleil dans le lieu où il se trouvait, et cherchant à se rendre compte d'avance du chemin qu'il devrait faire le lendemain pour atteindre en temps voulu le point où la hauteur du Soleil aurait diminué d'un degré à midi, par rapport à ce qu'elle aurait été à Paris. Il rencontra ce point le 29 et en conclut qu'il était à 1° de Paris.

Il monta alors dans une voiture qui partait pour Paris et compta 17 024 tours de roues. La circonférence de la roue étant de 20 pieds, Fernel en conclut, pour le degré du méridien, une longueur de 56 746 toises, ce qui ne s'éloigne pas trop de la vérité, la longueur vraie étant de 57 024 toises.



FORCADEL (PIERRE).

N. à Reims vers 1500, mort à Paris vers 1570.

Professeur de Mathématiques au Collège de France. Il a traduit les six premiers livres des *Éléments* d'Euclide (1564), le *Traité des corps portés sur un fluide* d'Archimède (1565), et la *Musique* d'Euclide (1565).

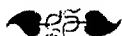


RECORDE (ROBERT).

N. à Fenny (Pembrokeshire) vers 1500, mort à Londres en 1558.

Il enseigna d'abord à Oxford les Mathématiques et la Rhétorique; alla se faire recevoir docteur en Médecine à Cambridge, reprit son enseignement à Oxford, puis s'établit à Londres où il devint médecin d'Édouard VI et de Marie Tudor.

Il a laissé des ouvrages d'Arithmétique, d'Algèbre et d'Astronomie. Il passe pour avoir inventé le signe d'égalité. Il savait extraire des racines carrées de quantités algébriques.



FARTAGLIA (NICOLAS).

N. à Brescia vers 1500, mort à Venise en 1577.

Son nom, qui signifie le Bègue, lui vint d'une blessure qu'il reçut tout enfant lors de la reprise de Brescia par Gaston de Foix (1512). Orphelin et dénué de tout moyen d'instruction, il sut vaincre tous les obstacles et devint, à force de travail, l'un des premiers mathématiciens de son siècle. Il professa successivement

à Vérone, à Vicence, à Brescia et enfin à Venise. Tartaglia se trouvait dans cette dernière ville lorsque, en 1535, Antoine del Fiore qui, paraît-il, tenait de Scipion Ferro, professeur à Bologne, la formule de résolution des équations cubiques, mais sans démonstration, lui proposa une sorte de duel scientifique, qu'il accepta. Pour se préparer à la lutte, il chercha d'abord la formule dont il savait que son adversaire était en possession et eut le talent de la trouver, de sorte qu'il avait alors l'avantage. En deux heures, il résolut toutes les questions proposées par son adversaire, qui ne put parvenir à résoudre aucune de celles que Tartaglia lui avait posées. L'année suivante, Zuano da Coi vint trouver Tartaglia, lui demanda de lui communiquer les trente questions qu'il avait posées à del Fiore, obtint de lui la solution d'un cas particulier de la première de ces questions, puis se rendit à Milan 1538, où il parla à Cardan de Tartaglia et lui dit que ce savant était en possession du procédé de résolution des équations du troisième degré, mais qu'il ne voulait point révéler sa découverte. Cardan écrivait alors son *Ars magna*. Désireux d'enrichir son ouvrage de cette découverte importante, il entra en correspondance avec Tartaglia, l'engagea à venir à Milan en lui annonçant que le marquis del Vasto, dont il vantait la libéralité, l'attendait avec impatience, et finit par le décider à venir le trouver (1539). Il renouvela alors avec plus d'instances ses obsessions, et Tartaglia consentit enfin à lui communiquer l'ingénieuse solution qu'il avait trouvée des équations cubiques, après, toutefois, lui avoir fait prêter le serment de lui garder le plus inviolable secret. Mais Cardan ne tint aucun compte de sa promesse. Grâce à son élève Luigi Ferrari, il parvint à donner de l'extension aux règles de Tartaglia, ainsi qu'à résoudre les équations du quatrième degré, et publia ses connais-

sances nouvelles dans son *Ars magna* (1545). Tartaglia, ayant lu cet ouvrage, se plaignit du procédé de Cardan et cria au parjure. « Une réponse orgueilleuse faite à ses réclamations, dit Angelis, le mit dans une telle fureur qu'il pensa en perdre l'esprit. Ne songeant plus qu'à humilier son rival, il eut recours à une sorte de duel littéraire alors en usage. Les deux champions, après s'être quelque temps provoqués par des problèmes, s'envoyèrent des cartels, dans un desquels Tartaglia, qui se montrait le plus emporté, menaçait Cardan et son disciple Ferrari de leur laver la tête ensemble et d'un seul coup, ce que ne saurait faire aucun barbier d'Italie. » Le rendez-vous pour la lutte fut fixé au 10 août 1548 dans l'église de Santa-Maria-del-Giardino, à Milan. Mais Cardan n'y vint pas, et Tartaglia dut se borner à entrer en lice avec Ferrari. Tartaglia entama la discussion en relevant une erreur de Cardan dans la solution d'un problème qu'il lui avait adressé. Le public, qui se composait en grande majorité de partisans de ses adversaires, manifesta aussitôt son hostilité par de violents murmures et Tartaglia, ne se trouvant point en sûreté, s'évada secrètement de Milan, sans vouloir continuer plus longtemps la lutte.

On doit à Tartaglia la première application des Mathématiques à l'Artillerie et à l'Art militaire. Il devina la condition de la portée maximum des pièces d'artillerie, mais on pense bien qu'il n'en avait aucune théorie exacte. Son raisonnement se réduit à ceci, que, la portée se trouvant nulle sous les inclinaisons 0° et 90°, elle doit être la plus grande possible sous l'angle de 45°.

Il connaissait et donne la formule de l'aire d'un triangle en fonction de ses trois côtés; mais probablement il ne l'avait pas découverte lui-même, puisqu'elle se trouve dans la *Pratique de la*

Géométrie, de Léonard de Pise, et dans le *Traité de Géométrie* de Pacioli.

On cite, parmi ses ouvrages : *Nuova scienza, cioè invenzione nuovamente trovata utile per ciascuno speculativo matematico bombardiero ed altri* Venise, 1537, traduit en français par Réifel Paris, 1845-1846 ; *Quesiti ed invenzioni diverse* Venise, 1550, ouvrage contenant des recherches sur l'Artillerie, la poudre, la défense des places ; *La Travagliata invenzione* (Venise, 1551), écrit dans lequel il propose un nouveau procédé pour tirer un navire du fond de la mer ; *Ragionamenti sopra la Travagliata invenzione* Venise, 1551 ; *Generale trattato de numeri e misure* Venise, 1556-1560 ; *Trattato di Aritmetica* Venise, 1557, traduit en français Paris, 1578, etc. On lui doit aussi une traduction italienne d'*Euclide* 1543 et une édition des *Œuvres d'Archimède* 1543. Ses quatre principaux traités ont été réunis et publiés sous le titre d'*Opere* Venise, 1566.

On ne connaît pas la méthode par laquelle Tartaglia était parvenu à résoudre l'équation du troisième degré ; mais il dit dans son *Generale trattato di numeri e misure* qu'il avait eu pour cela recours à une construction géométrique qui lui donnait la composition du cube formé sur la somme de deux lignes. Nous verrons que Cardan se servit aussi du même moyen. Ainsi les algébristes ne connaissaient pas alors la démonstration abstraite de la formule du cube de la somme de deux nombres.

Le testament de Tartaglia vient d'être retrouvé dans les archives des notaires de Venise et a été publié en 1881 par M. le prince Boncompagni. Il résulte de cette pièce que le véritable nom de Tartaglia était Fontana ; qu'il avait un frère aîné et une sœur

cadette; enfin on voit, par une note ajoutée en marge de son testament, que Tartaglia mourut du 13 au 14 décembre 1557.



CARDAN (JÉRÔME).

Né à Pavie en 1501, mort à Rome en 1576.

Son père, Facio Cardan, jurisconsulte, mais à qui les Sciences mathématiques n'étaient pas étrangères, l'avait eu d'une maîtresse, Claire Mecheria, et fut son premier maître. Sa mère était une assez mauvaise drôlesse; elle avait fait le possible pour se faire avorter et continua à son fils les mêmes témoignages d'affection.

Cardan suivit d'abord les cours de l'Université de Pavie; puis, alla prendre à Padoue les grades de maître ès Arts et de docteur en Médecine 1524. Il s'établit peu après comme médecin dans la petite ville de Sacco, où il demeura sept ans, au bout desquels il épousa une jeune fille de cette ville, dont il parait avoir dissipé au jeu la petite dot.

Il vint ensuite à Milan, où son père était mort, et y obtint une chaire de Mathématiques 1534. Il joignait aux émoluments attachés à cette chaire les petits bénéfices qu'il pouvait faire soit comme médecin, renié par ses confrères, soit en composant des almanachs.

C'est à Milan qu'il publia, de 1539 à 1550, ses principaux ouvrages.

Il accepta en 1552 de se rendre en Écosse pour y donner ses soins à l'archevêque, primat du royaume, malade depuis dix ans et parvint à le guérir.

Il revint à Milan, puis obtint une chaire de Mathématiques à Pavie d'abord, ensuite à Bologne, où il professa jusqu'en 1570.

Vers cette époque, il subit un emprisonnement de quelques mois : pas trop honnête, un peu astrologue, un peu charlatan, un peu athée et un peu cafard, il s'était avisé de tirer l'horoscope de Jésus-Christ et de le publier. C'était assez pour se faire mettre sous les verrous. Mais il existe une autre version de son emprisonnement : on a dit qu'il avait simplement été incarcéré à la requête d'un créancier.

Quoi qu'il en soit, il quitta Bologne pour se rendre à Rome, où le pape l'agrégea au collège des médecins et le gratifia d'une pension.

Cardan poussait l'admiration de lui-même jusqu'à l'oubli de ses devoirs les plus élémentaires. Sa personne j'occupait exclusivement. Le jour de sa naissance lui paraissait une date capitale dans l'histoire du monde. Cependant il s'accuse, dans l'histoire de sa vie privée *De vita propria*, de tous les vices et de tous les défauts. Il est permis d'ajouter foi à ses aveux quand on voit un de ses fils subir la peine de mort pour avoir empoisonné sa femme et un autre jeté en prison pour des erreurs de conduite tellement graves, que son père n'a pas osé les divulguer.

Cardan était profondément versé dans la littérature grecque, et il l'a prouvé dans de longues et peu judicieuses dissertations sur Aristote, Platon, Socrate, Xénophon et Aristippe : mais il ne restera de lui que la formule de résolution de l'équation du troisième degré.

Il est juste, en effet, de convenir que, s'il n'en trouva que la démonstration, la formule elle-même lui ayant été confiée dans un langage d'ailleurs fort obscur, il sut du moins la discuter dans

tous les cas; non pas qu'il ait donné une formule littérale à son équation et par suite à la valeur de l'inconnue, mais en étudiant séparément, dans une centaine de chapitres c'est le nom qu'il donne aux divisions de son *Ars magna*, tous les cas numériques qui pouvaient se présenter, ou, du moins, des exemples de tous ces cas.

Les œuvres mathématiques de Cardan se composent : 1° d'un livre en 68 chapitres, comprenant : l'*Arithmétique* proprement dite ou le calcul des nombres entiers, fractionnaires et *sourds* irrationnels ; les *Questions arithmétiques* et les *Questions géométriques* ; 2° de l'*Ars magna, sive de regulis Algebrae* ; 3° de l'*Ars magna Arithmetica* ; 4° d'un livre de *Regula Aliza* ; 5° d'un *Sermo de plus et minus* ; 6° d'un discours intitulé *Encomium Geometriae*, prononcé en 1535 devant l'Académie de Milan ; 7° d'un opuscule intitulé : *Exercetion mathematicorum* ; 8° d'un ouvrage en 233 propositions, intitulé : *De proportionibus numerorum, motuum, ponderum, sonorum, aliarumque rerum mensurandarum* ; 9° d'un mélange où il est question de la règle de trois, de la règle d'intérêts, de la division d'une droite en parties égales, de problèmes géodésiques, de la boussole, de la planchette, de l'artillerie, du soleil, des étoiles, etc. ; 10° enfin d'un traité sur les principes et les règles de la Musique.

Nous n'avons rien de particulier à dire de l'*Arithmétique* proprement dite. Nous remarquons seulement que, suivant l'usage du temps, la théorie des mesures des surfaces et volumes y est jointe, conformément à l'exemple donné par les Hindous.

Les *Questions arithmétiques* sont de petits problèmes du premier degré, résolus sans l'intervention de l'Algebre, comme le problème de la couronne d'Hieron ; et d'autres plus difficiles dans le genre de ceux de Diophante.

Quant aux *Questions géométriques*, ce sont des problèmes où il s'agit, connaissant les valeurs numériques des éléments qui déterminent certaines figures, de trouver les valeurs numériques des autres éléments. Le plus difficile est celui dont nous avons donné la solution dans l'article consacré à Lucas de Burgo. Toutefois, la fin de cette solution est de Cardan. Lucas paraît terminer plus rapidement, mais il m'a été impossible de déchiffrer le texte de son livre, l'impression, qui est déjà bien mauvaise, étant encore gâtée par l'usure du papier.

Ars magna est devenu le titre du principal ouvrage de Cardan ; mais, dans sa pensée, *Ars magna* désigne la Science dont il va s'occuper et non pas son livre ; c'est l'*Art majeur* de Lucas de Burgo ou l'*Aljebr n Almuchabala* de Mohammed ben Musa.

Il suffira pour faire connaître l'*Ars magna* de traduire quelques chapitres relatifs à la résolution des équations du second et du troisième degré.

Résolution de l'équation du second degré.

La théorie de Cardan pour les équations du second degré n'est autre que celle de Mohammed ben Musa, mais un peu différemment présentée et fondée sur des constructions nouvelles, ce qui nous engage à en donner au moins un aperçu. Au fond, c'est toujours la même mauvaise Géométrie, aussi mal appliquée à l'Algebre.

« Chapitre V, où l'on montre l'estimation des capitules composés des moindres, qui sont les carrés, le nombre et les choses. »

Un capitule est une équation, l'estimation est la valeur de l'inconnue de l'équation ; l'inconnue s'appelle ou *la chose* ou la

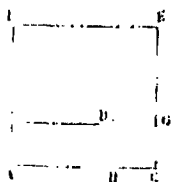
position : le carré de l'inconnue s'appelle *census*, le nombre est le terme connu; un capitule composé des carrés, des choses et du nombre est une équation du second degré. L'équation du troisième degré contient les cubes, les carrés, les choses et le nombre.

Premier cas. — L'équation est de la forme

$$x^2 - px = q.$$

Soit que le carré de la chose et 6 choses doivent faire 91, et soit FD le carré de la chose, alors je ferai DB et DG égaux à 3, moitié du nombre des choses, et je compléterai le carré DBCG :

Fig. 13.



ensuite j'achèverai le carré ACEF. Comme AB représente l'estimation de la chose et que DB et DG sont égaux à 3, moitié de 6, il en résulte que la somme des rectangles AD et DE vaut 6 choses. Alors le carré de la chose plus 6 choses valent FD plus AD plus DE; mais cela doit faire 91 et DC vaut 9, donc FC vaut 100, par conséquent AC, côté de FC, est 10, et comme BC est 3, AB est 7.

Estimatio rei est 7.

Deuxième cas. — L'équation est de la forme

$$x^2 = q + px.$$

Soient AB la représentation du nombre des choses et C une surface qui représente le nombre, le capitule est

Census plus C égale AB choses.

Soit GF le carré de BG, moitié de AB, j'en retranche EF, que

Fig. 11.



je suppose égale à C, il reste BF, dont je fais un carré et le côté de ce carré est GH : je dis que chacune des estimations de la chose est BH ou HA.

En effet, d'abord pour BH : le rectangle de BH et de AH fait le carré de BG moins le carré de HG, ou EF, ou C. D'un autre côté, le rectangle de BH et de BA fait le carré de BH, plus le rectangle de BH et de AH. Par conséquent le rectangle de BH et de BA égale le carré de BH, plus le nombre C, ou bien

AB fois BH = carré de BH plus C :

BH est donc bien la chose.

Cette chose BH est BG, ou la moitié du nombre des choses, plus GH, ou plus le côté du carré équivalent à EF, dont la valeur est le carré de la moitié du nombre des choses moins BF ou moins C.

La démonstration est la même pour AH, dont la valeur est la

donc

16 plus 6 AB égale le carré de AB .

Donc AB est bien la chose, et elle est égale à AG ou la moitié du nombre des choses plus BG coté de BL , qui est égal à DK , ou au carré de 3 plus BF plus EL , ou plus 16 .

En terminant son second cas, Cardan ne peut pas s'empêcher de s'écrier : « *Et n'admirerons pas cette démonstration autrement bien expliquée que par Mahometus ?* »

Ce que j'admire, quant à moi, c'est l'aveuglement de tous ces arithméticiens qui, connaissant Euclide, n'ont pas su y lire les formules de résolution de l'équation du second degré, applicables à tous les cas, et qui, au lieu de copier tout bonnement un modèle si simple et si parfait, sont allés chercher si loin des combinaisons si bizarres.

Pour couronner son œuvre, Cardan, conformément aux plus mauvaises habitudes pédagogiques du moyen âge, fait précéder les règles relatives aux trois cas d'un amphigouri mnémonique :

« D'après tout cela, nous formerons trois règles, et pour en faciliter le souvenir, nous joindrons ces mots qui font un vers :

QUEUXA, dabis. NIQUEU, admi. REQUA minne dami.

« Par ainsi, quand on aura à résoudre une équation du second degré, il ne s'agira que de voir si elle répond à *QUEUXA*, à *NIQUEU* ou à *REQUA*, et à appliquer la règle 1, la règle 2 ou la règle 3. »

C'est parfait ! pourvu que l'élève ne *regname* pas quand il s'agit de *querner* ou de *niquer*.

Resolution de l'Equation du troisième degré.

Chapitre XI. — Du cube et des choses égalées au nombre.

C'est-à-dire du cas où l'équation est de la forme

$$x^3 \dots px = q.$$

Cardan fait précéder sa solution de cette note :

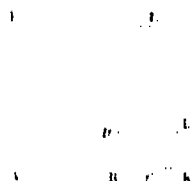
« Scipion Ferreo, de Bologne, a trouvé ce capitule il y a environ trente ans et le communiqua à Antoine-Marie Florido, qui, ayant un défi avec Nicolas Tartaglia de Brescia, lui donna l'occasion de le trouver lui-même. Celui-ci nous l'ayant, à notre prière, communiqué sans démonstration, nous avons cherché cette démonstration et l'avons rédigée en divers cas, à cause de sa difficulté, comme il suit. »

« Soit que le cube et six fois le côté égalent 20.

C'est-à-dire que l'équation à résoudre est $x^3 \dots 6x = 20$.

« Je suppose deux cubes AE et CL, dont la différence soit 20, et

Fig. 16.



tels que le produit de leurs côtés AC et CK soit 2 (qui est le tiers de 6, nombre des choses), je dis que la différence de ces côtés AC et CK est la chose, ou que, si CB égale CK, AB est l'estimation de la chose. »

La question étant posée dans ces termes, il ne s'agissait que d'une vérification, et si Cardan savait un peu de calcul algébrique, il se bornerait à dire : le cube de AB ou de $AC - BC$, plus six fois AB égale bien effectivement 20; car le cube de $AC - BC$ est

$$AC^3 \text{ cube moins } BC^3 \text{ cube ou } 20,$$

moins

$$3 \text{ fois le rectangle } AC \cdot BC \text{ multiplié par } AC - BC,$$

ou moins

$$6 \text{ fois } (AC - BC),$$

puisque

$$AC, BC = 2;$$

et si l'on rajoute

$$6 \text{ fois la chose,}$$

c'est-à-dire

$$6 \text{ fois } AC - BC,$$

il reste bien 20; donc la règle est juste.

Mais pour avoir le cube de $AC - BC$, il se sert d'une proposition précédente qu'il avait introduite, avec d'autres analogues, dans le Chapitre VI intitulé : *De modis inveniendi capitula nova*, où il dit : *Cum autem intellexissem capitulum, quod Nicolaus Tartalea mihi tradiderat, ab eo fuisse demonstratione inventum Geometrica, cogitari eam viam esse regiam, ad omnia capitula venanda. Itaque ad eam tria supposita maxime utilia præmittere institui, quorum dilucida declaratione, reliqua, quæ et ipsa demonstrabuntur, facile erit intelligere.*

C'est-à-dire, autant qu'on peut traduire cet affreux latin : Comme j'avais deviné que Tartaglia avait trouvé géométriquement la démonstration du cas qu'il m'avait dévoilé, j'ai pensé que c'était la voie royale pour traiter mener au marché tous les cas. C'est pourquoi j'ai institué trois lemmes particulièrement utiles pour y conduire à la voie royale, lesquels étant établis, il sera facile de comprendre tout le reste, qui d'ailleurs sera démontré.

Ces *tria supposita* se tirent de la décomposition du cube de la somme de deux lignes, en cubes et parallélépipèdes rectangles ayant ces deux lignes pour arêtes. Cette décomposition ne se trouve pas dans *Euclide*, mais Cardan pensait avec raison qu'elle pourrait être utilisée pour la résolution des équations du troisième degré, comme l'avait été, pour la résolution des équations du second degré, la décomposition, donnée par *Euclide*, du carré construit sur la somme de deux lignes.

Soit AC (fig. 17) une ligne composée des parties AB et BC.

Fig. 17.

.....

.....

..... B C

Si l'on fait d'abord la figure d'*Euclide*, qu'on élève en tous ses sommets des perpendiculaires au plan de la figure et qu'on coupe ces perpendiculaires par des plans menés à des hauteurs égales à AB et à AC, on trouvera, au-dessous du plan mené à la

distance AB, d'abord le cube de AB, puis deux fois le parallélépipède rectangle ayant pour base le carré de AB et pour hauteur BC, puis encore une fois le parallélépipède rectangle ayant pour base le carré de BC et pour hauteur AB; et, entre les deux plans, une fois le parallélépipède rectangle ayant pour base le carré de AB et pour hauteur BC, plus deux fois le parallélépipède rectangle ayant pour base le carré de BC et pour hauteur AB, enfin le cube de BC. Mais son explication est tellement embrouillée que je pourrais m'écrier à son exemple : " Et n'admirerez-vous pas cette démonstration autrement claire que celle de Hieronymus. »

C'est à l'aide de ces *tria supposita* qu'il résout les différents cas de l'équation du troisième degré. Il y en a treize principaux et quarante-quatre dérivés. Les trois premiers sont ceux où ne se trouvent que le cube, la chose et le nombre. Dans les dix suivants sont mêlés le cube, le carré, la chose, qui prend alors le nom de *positio*, et le nombre; Cardan les rapporte sans doute mentalement aux trois premiers pour les traiter, mais on n'aperçoit pas le travail intermédiaire; je veux dire que chaque cas a une solution directe. Les quarante-quatre derniers cas il aurait pu en admettre un millier; se rapportent à des équations de degrés supérieurs, mais réductibles au troisième, comme par exemple :

Le cube du carré plus le carré du carré égalent cent.

Nous passons à l'*Ars magna Arithmetica*.

Cardan le dédie à un évêque, pour qui il a la plus grande estime, « afin que son livre, qui ne périra pas, aille porter dans les siècles

nuteurs un témoignage toujours nouveau des hautes vertus du-
dit évêque. » Si vous voulez savoir le nom de cet évêque, il s'ap-
pelait Philippus Archintus.

Jusque-là Cardan a toujours préparé ses énoncés de façon que,
toutes les racines pouvant s'extraire, il n'ait jamais à faire d'opé-
rations arithmétiques que sur des nombres réduits. Mais il
comprend que le lecteur, qui aurait à traiter des exemples quel-
conques, pourrait bien ne pas trouver son compte à ses expli-
cations.

C'est pourquoi il suppose que la racine carrée qui entre dans
la composition de sa formule ne puisse plus s'extraire exacte-
ment, ce qui donne naissance à des nombres en partie sourds, de
l'une des formes

$$\begin{aligned} &3 \text{ plus } R^2, \\ &7 \text{ moins } R^5, \\ &R^6 \text{ plus } 1, \\ &R^7 \text{ moins } 1, \\ &\dots\dots\dots \end{aligned}$$

car il distingue encore les cas où la racine est plus grande ou
plus petite que le nombre exact.

La réduction des deux parties ne pouvant plus se faire, on a
affaire à des binômes, et il faut préparer les règles du calcul de ces
quantités. Non seulement Cardan s'y attache, mais il va même
jusqu'à considérer des multinômes, dont il forme les carrés,
les cubes, etc., ce qui prouve qu'il a déjà fait quelques progrès.

Une singularité! Il distingue avec soin $b + \sqrt{a}$ de $b - \sqrt{a}$:
 $10 + \sqrt{2}$ est un *binominum* et $10 - \sqrt{2}$ en est le *recisum*. Cette
distinction, dit M. Rodet, existait déjà chez les Arabes.

Ensuite vient Chap. XX une *enumeratio capitulorum querendorum*; il y en a deux grandes pages : *Novem capitula triplicia necessaria; duodecim capitula triplicia necessaria derivativa; sex triplicia non necessaria; sex triplicia non necessaria derivativa; septem quadruplicia necessaria; septem quadruplicia necessaria derivativa; viginti unus quadruplicia prætermissa; viginti unus capitula quadruplicia prætermissa derivativa* qu'il ne détaille pas, *quia ex præcedentibus facile cognoscuntur; quinque capitula quintuplicia prætermissa*; enfin *novem capitula universalis assimilata*.

Le Chapitre XXI, qui suit, a plus de valeur : Cardan s'y occupe, sous le titre *De permutatione capitulorum invicem*, de ramener les cas les uns aux autres. Exemple : si le cube est égalé à des carrés et à un nombre, tu le réduiras de la manière suivante au chapitre du cube et des choses égales à un nombre : quarre le nombre des carrés, divise le nombre que tu as par ce carre, et conserve le quotient; divise de même le nombre que tu as par le nombre des carrés, le quotient est le nombre des choses; multiplie ce nombre des choses par le quotient que tu as garde, le produit est le nombre auquel les choses trouvées, ajoutées au cube, sont égales.

C'est-à-dire qu'au lieu de passer de l'équation

$$x^3 + px^2 = q$$

à l'équation aux inverses

$$qx^3 + px^2 = 1$$

ou

$$x^3 + \frac{p}{q}x^2 = \frac{1}{q},$$

Cardan forme l'équation

$$x^3 + \frac{q}{p}x = \frac{q^2}{p^2},$$

qui revient à

$$\left(\frac{p}{q}x + 1\right)^3 = \frac{p}{q}\left(\frac{p}{q}x + 1\right) + \frac{1}{q},$$

et dont les racines sont celles de l'équation aux inverses de la proposée, multipliées par $\frac{q}{p}$; mais il ne donne pas cette explication.

Je n'ai pas examiné les autres cas, mais je suppose qu'ils sont également traités sans méthode.

Le livre se termine par la résolution de quarante questions dépendant de l'équation du troisième degré. En voici une :

Question XXVII. — Trouver deux nombres dont la somme et le produit soient égaux et tels que la somme de leurs cubes égale un nombre $25\frac{1}{2}$; choisi, dit-il, *ob commoditatem*.

Les équations du problème sont

$$x + y = x_1 y_1$$

et

$$x^3 + y^3 = 25\frac{1}{2};$$

Cardan en déduit assez bien

$$x + y^3 = 3(x + y)^3 = 25\frac{1}{2},$$

capitule dont la chose $x + y$ a une estimation qu'on peut trouver.

Le livre *De Regula Aliqua* forme une suite naturelle aux deux précédents. Dans le premier, Cardan, pressé de prendre posses-

sion de son sujet, s'était arrangé de manière que les équations cubiques à résoudre eussent leur racine commensurable; dans le second, prévoyant le cas où les racines cubiques à extraire porteraient sur des irrationnelles du second degré, il prépare le calcul algébrique des expressions composées: dans le livre *De Regula Aliza*, il revient sur les règles établies dans le second, surtout au point de vue de la règle des signes, moins par plus et moins par moins.

La question n'avait pas lieu d'être posée par Diophante, et je crois qu'il ne l'a pas posée en effet, mais elle était encore prématurée du temps de Cardan; car n'acceptant pas les solutions négatives des équations et s'arrêtant même devant les soustractions impossibles qui les tourniraient, il n'a pas lieu de se poser la question de savoir comment ces solutions négatives satisferaient aux équations qui les auraient fournies; il n'a pas lieu de considérer des quantités négatives isolées.

Mais les mauvaises habitudes pédagogiques nées, soit de la paresse d'esprit des maîtres, paresse qui les portait à imposer à leurs élèves des règles à apprendre plutôt que des explications à écouter: soit de la croyance fautive à une plus grande facilité de s'assimiler les parties d'idées que les idées entières, portaient alors tout le monde savant, à pousser partout l'abstraction aussi loin que possible et, pour ainsi dire, au delà du point même où l'objet, séparé de l'ensemble dont il faisait naturellement partie, devait finir par n'être plus intelligible, perceptible, ni définissable.

Cette manie devait naturellement conduire Cardan à considérer dans

$$5 \quad \sqrt{5},$$

par exemple, 5 et $\sqrt{5}$ séparément. C'est ce qu'il fit, à l'exemple.

du reste, de ses prédécesseurs immédiats, mais peu heureusement, car il serait bien difficile de dire s'il pensait que -- par -- fait plus, fait moins, ou fait les deux.

Non pas qu'il commette des erreurs lorsqu'il a à faire une multiplication de binômes, car, en pareil cas, s'il avait des doutes, il recourrait hardiment à un exemple : je veux dire que s'il était embarrassé pour multiplier

$$5 + \sqrt{3} \text{ par } 7 + \sqrt{2},$$

il examinerait la composition du produit de

$$5 + \sqrt{2} \text{ par } 7 + \sqrt{3},$$

par exemple, et, au besoin, comparerait les résultats de ses essais au produit de

$$3 \text{ par } 4.$$

C'est dans le raisonnement, qui, du reste, manque de base, qu'il laisse voir ses tergiversations.

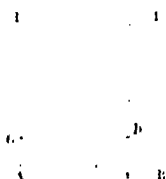
Il dit très clairement, dans le Chapitre VI, intitulé *De operationibus plus et minus, secundum communem usum* :

Plus ductum in plus (ducere in veut dire multiplier par), et divisum per plus; et minus ductum in minus, et divisum per minus producant semper plus, et ita (de même) plus in minus, vel minus in plus, vel plus divisum per minus, vel minus per plus, producit minus.

Mais il paraît que le commun usage n'est pas le sien, car dans le Chapitre XXII, intitulé *De contemplatione plus et minus et quod minus in minus facit minus et de causis horum juxta veritatem*, il professe une opinion différente.

Il commence par répéter que la question est née de ce que l'on est obligé de considérer des expressions non réductibles, soit qu'elles contiennent des nombres dissemblables, rationnels et irrationnels, ou des nombres mêlés avec l'inconnue. Voici maintenant comment il traite la question : il suppose qu'on veuille faire le carré de 10 moins 2, il prend $AB = 10$, $BC = 2$, puis il fait le

Fig. 18.



carré AE qui vaut 100 et le carré DF qui vaut 64; la différence est le *gnomon* GCF, qui doit valoir 36. Or, le rectangle GC vaut 10, ainsi que le rectangle DE, et ils sont certainement *minus*, puisque *plus* par *minus* fait *minus*, mais ils valent *minus* 32, et si le carré DB était *plus*, cela ne ferait que *minus* 28. Donc DB est *minus* 4. Donc *minus* par *minus* fait *minus*, et il invoque le témoignage d'Euclide! Mais Euclide n'a jamais décomposé le carré construit sur la différence de deux lignes qu'en parties ayant pour côtés ces deux lignes.

On lit un peu plus loin :

Igitur minus in minus, seu alienum in alienum ce qui n'existe pas sur ce qui n'existe pas, *et minus in plus, seu plus in minus, quod est in alienum, seu alienum in id quod est, producunt minus solum, seu alienum.*

C'est-à-dire : donc moins multiplié par moins, ou ce qui

n'existe pas par ce qui n'existe pas, et moins multiplié par plus ou plus multiplié par moins, ne produisent jamais que moins, ou quelque chose qui n'existe pas.

Et ideo patet communis error dicentium quod minus in minus producit plus. Neque enim magis minus in minus producit plus quam plus in plus producat minus.

C'est-à-dire : et ainsi est mise en évidence l'erreur commune de ceux qui disent que moins par moins fait plus. Car moins par moins ne fait pas davantage plus, que plus par plus ne fait moins.

Ex hoc etiam patet quod diviso minus per plus exit minus, et diviso minus per minus exit minus et plus.

C'est-à-dire : il ressort aussi de là que moins étant divisé par plus il en sort moins et que moins étant divisé par moins il en provient moins et plus, parce que moins provenant indifféremment de moins par moins et de plus par moins, si on divise moins par moins on doit trouver moins ou plus.

Diviso autem plus per minus, nihil exit. C'est-à-dire : mais plus étant divisé par moins il n'en sort rien. Car, ou bien on trouverait plus, ou bien on trouverait moins, mais le quotient multiplié par le diviseur serait toujours moins, tandis que le dividende est plus.

Cependant, il éprouve un remords qui lui fait ajouter :

Et quia nos ubique diximus contrarium, idè docebo causam hujus, quare in operatione minus in minus videatur producere plus, et quomodo debeat intelligi.

C'est-à-dire : et comme nous avons dit le contraire en divers endroits, j'enseignerai ici la raison pour laquelle, dans une opération, moins par moins paraît faire plus, et comment cela doit être entendu.

Il montre alors que l'on peut trouver plus comme moins, suivant la manière dont on a décomposé le résultat de l'opération. Il reprend alors le carré de $10 - 2$, mais il l'exprime en fonction de 10 et de 2 au lieu d'y mêler 8; et il trouve $100 - 2 \cdot 10 \cdot 2 + 4$, de sorte que $- 2 \cdot 10 \cdot 2$ fait $+ 4$.

Il entremêle du reste tout cela de raisonnements sur la nature des quantités positives et négatives que ne désavouerait pas Aristote; on l'excusera en songeant qu'un ouvrage classique, composé en France, il y a moins de quarante-cinq ans, pour les candidats à l'École Polytechnique, était encore illustré de considérations de la même force.

[*Sermo de plus et minus.*]

Dans ce discours Cardan reproduit d'abord son argumentation sur le signe du produit de deux quantités négatives et discute ensuite la solution que Bombelli avait donnée, dans l'intervalle de ses propres publications, du cas où l'équation du troisième degré a trois racines réelles. Il fait un grand nombre d'objections à la théorie de Bombelli, qu'il expose cependant assez clairement.

Nous utiliserons ce *Sermo de plus et minus* dans notre étude sur Bombelli, dont nous n'avons pas l'Algebre.

Nous nous bornerons ici à rapporter le préambule de ce discours, parce qu'on y saisit encore plus clairement l'opinion bien formelle de Cardan que moins par moins fait moins.

Voici ce préambule :

« Alias scriptissimus quantum ex demonstratione necessarium visum fuit quod totum concludit quod minus in plus et in minus producit minus. Ergo diviso minus per minus, produciatur modo

plus de modo minus. Vel si sunt duo minus divisa, poterunt prodeuntia esse plus et minus. Omnia vero quæ dividuntur per plus sunt similia diviso, ideo diviso plus per plus, producitur plus et diviso minus per plus exit minus, quod patet ex multiplicationibus.

C'est-à-dire :

« Nous avons écrit ailleurs que moins multiplié par plus, et moins multiplié par moins, produisent moins. Il en résulte que moins divisé par moins produit tantôt plus et tantôt moins. Ou bien si deux quantités négatives sont divisées l'une par l'autre, ce qui proviendra pourra être plus ou moins; mais toutes les choses qui sont divisées par plus donnent des semblables à ce qui est divisé : c'est-à-dire plus étant divisé par plus produit plus; et moins étant divisé par plus, il en sort moins. Ce qui est évident par la multiplication. »

Cependant cet apophtegme est immédiatement suivi d'un galimatias relatif au cas où un diviseur sera composé d'une quantité négative jointe à une quantité positive, galimatias auquel je n'ai rien compris, mais qui semble tendre à un amoindrissement de l'assertion précédente.

Il est très fâcheux que depuis près de cent ans qu'on n'apprend plus en France que le latin de la bonne époque, le gouvernement n'ait pas fait traduire en français les plus importants des ouvrages de Sciences écrits dans le jargon du moyen âge et de la renaissance, car ces ouvrages vont être totalement perdus pour nous, tandis que les étrangers les lisent encore couramment.

Nous n'avons rien trouvé à extraire des derniers ouvrages de Cardan, mentionnés plus haut, qui sont en grande partie remplis de mauvaise Physique et de mauvaise Mécanique.

Si Cardan était un homme supérieur, il serait intéressant de connaître les fautes dans lesquelles il est tombé; mais ce n'est pas le cas.



RONDELET (GUILLAUME).

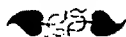
Né à Montpellier en 1507, mort en 1556.

Son père était épicier à Montpellier. Son frère aîné, qui avait succédé à leur père après sa mort, l'envoya faire ses humanités à Paris où il resta quatre ans; à son retour, il se fit inscrire comme étudiant à l'Université de Médecine de Montpellier. Il y fut le condisciple et l'ami de Rubelais. Il fut reçu docteur en 1537, nommé professeur en 1545 et chancelier de l'Université en 1556.

Le principal de ses ouvrages est : *De Piscibus marinis libri XVIII. in quibus veræ piscium effigies expressæ sunt*, qui parut à Lyon en 1555. On n'y trouve encore aucun ordre, aucune classification; la loutre et le castor, les coquillages et les insectes aquatiques y sont décrits au milieu des poissons.

Cuvier en donne l'analyse suivante : « La première partie de l'ouvrage traite des animaux marins. Les quatre premiers livres ont pour objet les généralités; les suivants, jusqu'au quinzième, traitent des poissons de mer, distribués d'après leurs rapports extérieurs; le seizième, des cétacés, parmi lesquels Rondelet range les tortues et les phoques; le dix-septième, des mollusques, et le dix-huitième, des crustacés. Une seconde partie traite des coquilles et des insectes zoophytes. Enfin, quatre livres se rapportent aux poissons des lacs, des étangs, des rivières, et des marais. On trouve dans ce volume les figures de 197 poissons de mer.

147 d'eau douce et d'un nombre assez considérable de coquillages, de mollusques, de vers, de reptiles et de cétacés. L'artiste que Rondelet employait doit avoir été d'une habileté singulière et d'une fidélité très rare pour le temps. . . Quelques figures de cétacés, seulement, sont faites d'imagination. . . Un assez grand nombre de poissons de la Méditerranée n'ont pu être décrits que d'après lui par les naturalistes qui lui ont succédé et n'ont été revus que dans ces derniers temps. Toutes les fois qu'on les a retrouvés, on s'est convaincu de l'exactitude de l'ouvrage de Rondelet. . . Lacépède, lui-même, a été, pour plusieurs espèces, obligé de s'en rapporter à Rondelet. Le texte n'a pas le même mérite que les figures, à beaucoup près. »



GEMMA RENERIUS.

Né à Louvain en 1558.

Professeur de Médecine à l'Université de Louvain, il publia à Paris en 1547 un petit *Traité d'Astronomie et de Cosmographie, avec l'usage du globe et celui de l'anneau astronomique*, où on lit, sous le titre *Nouvelles inventions pour les longitudes*, On commence à se servir de petites horloges, appelées montres, que leur légèreté permet de transporter; elles offrent un moyen simple de trouver la longitude. Avant de vous mettre en route, mettez soigneusement votre montre à l'heure du pays que vous allez quitter; quand vous aurez marché vingt lieues, par exemple, prenez l'heure du lieu, comparez cette heure à celle de votre montre et vous aurez la différence de longitude. »

On doit encore à Gemma les ouvrages suivants : *Methodus arithmeticae practicae* Anvers 1540 ; *De radio Astronomico et Geometrico* : Anvers 1545 ; *De Astrolabio catholico et usu ejusdem* : Anvers 1556 . etc.

La réputation qu'il avait acquise comme astronome lui valut d'être plusieurs fois consulté par Charles-Quint.



COMMANDIN.

Né à Urbino en 1509, mort en 1575.

Rendit de grands services aux Sciences en publiant les traductions latines d'un grand nombre d'ouvrages des géomètres grecs :

Les œuvres d'Archimède en 1558 ;

Les quatre premiers Livres des *Coniques* d'Apollonius, avec les *Commentaires* d'Eutocius et les *Lemmes* de Pappus, en 1566 ;

Les *Éléments* d'Euclide en 1572 ;

Le *Planisphère* et l'*Analemme* de Ptolémée ;

Le Livre d'Aristarque de Samos *Sur les grandeurs et distances* ;

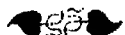
Les *Pneumatiques* de Héron ;

Les *Collections mathématiques* de Pappus.

« On pourrait, dit Montucla, le donner comme le modèle des commentateurs ; ses notes vont au fait et ne viennent qu'à propos. sans être ni trop longues ni trop courtes. Très versé dans tout ce que les Mathématiques avaient de plus profond pour son temps.

il prend bien le sens de son texte, et le redresse où il en est. Archimède déterminait le centre de gravité du segment de paraboloïde, et le publia le premier.

Il rétablit en même temps que Maurolycus le traité perdu où boïotide, et le publia le premier.



SERVET MICHEL .

Né à Villanueva Aragon en 1511, et à Genève en 1527.

Son véritable nom est Serveto Micael . Il quitta l'Espagne à l'âge de 19 ans et se rendit à Toulouse où son père l'avait envoyé pour étudier le droit; mais il commença dès lors de s'occuper des questions de réforme dans l'Église, qui préoccupaient alors les esprits les plus actifs dans toute l'Europe. Il visita l'Italie et l'Allemagne où il publia, en 1531, à Haguenau, son système philosophique, qui se rapproche de ce qu'on a, depuis, appelé le panthéisme.

La publication de ses écrits excita, chez les Théologiens de toutes Églises, des colères telles que Servet crut bon de laisser là momentanément les disputes religieuses et de sortir d'Allemagne.

Il changea de nom, vint à Paris et y étudia la Médecine, sous Sylvius et Fernel. Il fut bientôt reçu docteur, professa quelque temps la Médecine, et acquit une grande célébrité comme praticien.

C'est lui qui eut le premier l'idée de la circulation du sang, mais il la bornait au passage du sang veineux du cœur au poumon et au retour du sang artériel du poumon au cœur. Il décrivit le rôle des valvules du cœur dans les mouvements

de diastole et de systole. Enfin il devina le rôle de la respiration dans la transformation du sang veineux en sang artériel, mais, bien entendu, sans rien savoir de la manière dont se faisait cette transformation.

Voici, au reste, textuellement, ce que dit Servet à cet égard : « La communication, c'est à dire le passage du sang du ventricule droit du cœur au ventricule gauche, ne se fait pas à travers la cloison interventriculaire (ce qui était l'opinion de Galien, déjà combattue par Béranger de Carpi et par Vésale, mais par un long et merveilleux détour ; le sang est poussé vers le poulmon, où il est agité et préparé ; il passe de la veine artérielle dans l'artère artérielle. »

Toutefois il est vrai de dire que ce passage, en apparence si clair, ne semble dériver que d'une pure intuition. Servet n'indique aucune preuve à l'appui de son opinion et ne la donne qu'à propos de la recherche du lieu où l'âme pourrait bien giter. Il pensait qu'elle réside dans le sang.

Servet n'avait pas tardé à se brouiller avec la Faculté de Médecine de Paris, son cas même fut délégué au Parlement : il se retira à Lyon où il vécut d'abord du salaire d'ouvrier imprimeur ; il eut, en 1541, le bonheur d'être pris en amitié par l'archevêque de Vienne en Dauphiné, qui le reçut dans son palais : il eût pu y vivre heureux à l'abri de toutes recherches pour ses opinions, ayant d'ailleurs, comme médecin, une fort belle clientèle dans la ville et les châteaux environnants.

Mais il ne pouvait vivre sans disputes ; depuis longtemps il provoquait Calvin à des tournois théologiques et finit par aller le joindre à Genève.

Calvin le fit arrêter, le délégué à des juges choisis et le fit con-

damner à être brûlé vil. La sentence, prononcée par de soi-disant partisans du libre examen, fut exécutée le 27 octobre 1553.

Servet marcha tranquillement à la mort. Calvin caché, dit-on, derrière les jalousies d'une fenêtre donnant sur le lieu du supplice, put goûter sans mélange les joies du triomphe réel de ses doctrines abstraites.



BERNARD PALISSY.

Né à la Capelle-Biron, dans l'Agenais, vers 1510; mort à la Basilie en 1589.

On ne connaît pas la profession de son père. Après avoir appris dans une petite école à lire, à écrire et à calculer, il fut envoyé en apprentissage dans une fabrique de vitraux peints. Il avait d'un autre côté appris à lever les plans, de sorte qu'il vivait assez bien de ses deux métiers. « On pensait, en notre pays, dit-il, que je fusse plus savant, en l'art de peinture, que je n'étais, ce qui causait que j'étais souvent appelé pour faire des figures (des plans) pour les procès. Or, quand j'étais en telles commissions, j'étais très bien payé. . . »

Lorsqu'il se crut assez habile, il partit pour faire son tour de France, qu'il prolongea jusqu'en Allemagne. « Il voyagea, dit Faujas de Saint-Fond, un de ses biographes et l'éditeur de ses œuvres, dans tout le royaume, (depuis les Pyrénées jusqu'à la mer de Flandres et des Pays-Bas ; et depuis la Bretagne jusqu'au Rhin. Il parcourut en détail, à ce qu'il semble, toutes les provinces de la France et, en outre, la basse Allemagne, les Ardennes, le pays de Luxembourg, les duchés de Clèves, de Brisgau, etc. Toutes les contrées qu'il parcourut fournirent matière à

ses observations. Les phénomènes géologiques et l'Histoire naturelle attiraient principalement son attention ; mais tout lui était objet d'études sérieuses. Aussi est-on surpris de l'étendue et de la variété des connaissances qu'attestent ses ouvrages. L'observation et l'expérience étaient du reste ses seuls maîtres.

Il se fixa à Saintes, vers 1535, et s'y maria. La *pourtraiture* était, à ce qu'il paraît, tombée en discrédit et Palissy fut obligé de chercher à se créer de nouvelles ressources. C'est alors qu'il eut l'idée de rechercher la préparation des émaux anciens dont quelques morceaux lui étaient tombés entre les mains.

Il avait déjà fait de nombreuses et coûteuses tentatives dans ce sens, tout en travaillant de son état pour gagner sa vie, lorsqu'une circonstance le tira momentanément d'embarras, en lui laissant des ressources pour activer ses recherches. Le duc de Montmorency, chargé par François I^{er} de répartir en Saintonge la taxe qui venait d'être mise sur le sel, eut à faire faire l'évaluation des surfaces des marais salants, et Bernard Palissy fut un des arpenteurs chargés de ce travail assez bien rémunéré.

Aussitôt qu'il fut libre, il retourna à ses émaux. Il ne savait absolument rien de ce qu'il lui eût été nécessaire de savoir, pas même l'art du potier ; aussi n'allait-il qu'à tâtons. Il broyait et mélangeait les matières les plus diverses, les étendait sur des tessons de pots, les soumettait au feu et attendait le résultat de ses essais. Un jour, il obtint l'émail blanc qu'il cherchait avant tout, la coloration devant être ensuite facile à obtenir ; mais, lorsqu'il voulut émailler des pièces entières, il lui arriva toutes sortes d'accidents : ou bien il avait trop ou trop peu chauffé, ou bien la pièce était inégalement cuite ou bien les cendres du bois avaient tout gâté. Un jour, pour ne pas laisser éteindre le feu de son

four, il y jeta les débris de ses meubles et du parquet de sa chambre. Voici comment il raconte cet épisode :

« Au lieu de me reposer, dit-il, après tant de travaux effectués et de peines éprouvées, il me fallut travailler encore plus d'un mois, nuit et jour, pour broyer les matières qui m'avaient donné, dans le four des verriers, un blanc si admirablement beau. Après avoir broyé les matières et formé la composition, j'en couvris tous les vaisseaux que j'avais faits. Je mis le feu au fourneau par les deux gueules, ainsi que je l'avais vu faire dans la verrerie, et j'y plaquai mes vaisseaux avec l'espoir de voir bientôt fondre l'émail. J'étais comme un homme désespéré. Bien que je fusse tout étourdi, non moins par le chagrin que par la fatigue, je ne laissai pas de m'apercevoir que j'avais mis en trop petite quantité la matière qui devait faire fondre les autres. Je me remis donc à piler et à broyer une nouvelle quantité de cette matière, sans toutefois laisser refroidir mon fourneau, deux choses qui, faites en même temps, me causaient une extrême fatigue. Quand j'eus ainsi de nouveau composé mon émail, je fus encore obligé, pour en faire l'épreuve, d'aller acheter d'autres pots. Ceux que j'avais faits avec tant de peine étaient entièrement perdus. Je mis mes nouvelles pièces d'émail dans le four et je continuai à chauffer au même degré. Mais, là-dessus, il m'arriva un nouveau malheur, le bois me manqua. Je fus contraint de brûler d'abord les étais qui soutenaient les treilles de mon jardin, et puis les tables et jusqu'au plancher de la maison, pour fondre une seconde composition. J'étais dans des angoisses telles que je ne saurais en donner l'idée. J'étais tout tari et desséché par le labeur et par la chaleur du fourneau ; il y avait plus d'un mois que ma chemise n'avait séché sur moi ; encore, pour me consoler, on se mo-

quait de moi, et même ceux qui auraient dû me secourir allaient crier par la ville que je faisais brûler le plancher ; et, par tel moyen, on me faisait perdre mon crédit et m'estimait-on être fou. »

Ce n'est qu'après seize ans de recherches et d'efforts incessants qu'il put enfin réussir ces *pièces rustiques*, c'est-à-dire ces plats de faïence sur lesquels il groupait toutes sortes d'animaux, dans des attitudes prises sur nature et avec leurs couleurs et nuances propres.

Dès qu'il eut réussi, tout le monde voulut avoir des pièces de sa fabrication. Le duc de Montmorency, en particulier, lui commanda une foule de vases de toutes sortes pour la décoration du château qu'il faisait alors bâtir à Écouen.

Mais, au moment de jouir enfin de l'aisance qu'il avait si vaillamment conquise, les persécutions religieuses faillirent l'écraser entièrement. Obligé de se cacher, parce qu'il avait embrassé le calvinisme, il fut découvert et jeté dans les prisons de Bordeaux où il allait être mis à mort, lorsque le duc de Montmorency, pour le sauver, le fit nommer, par la reine Catherine de Médicis, *inventeur des rustiques figulines du roi* et l'envoya à Paris. Catherine lui donna pour ses fourneaux un emplacement occupé depuis par le palais des Tuileries, où elle venait le voir exécuter les commandes qu'elle lui avait faites.

Grâce à cette protection spéciale, Palissy échappa à la Saint-Barthélemy.

Ayant alors quelques loisirs, il se mit à étudier passionnément la Chimie, la Géologie et l'Histoire naturelle. « Il n'avait eu d'abord pour s'instruire d'autres livres que le ciel et la terre, dans lesquels, dit-il, il est permis à chacun de lire, mais il n'entendait ni le latin ni le grec et il eût voulu savoir comment les phi-

« Philosophes de l'antiquité avaient entendu le livre de la Nature. »

Dans ce débat d'esprit, je m'avisai de mettre des affiches dans tous les carretours de Paris, afin d'assembler les plus doctes médecins et autres, auxquels je promettais montrer, en trois leçons, tout ce que j'avais connu des fontaines, pierres, métaux et autres matières, et, afin qu'il ne s'y trouvât que des plus doctes et des plus curieux, je mis en mes affiches que nul n'y entrerait qu'il n'y baillât un écu à l'entrée desdites leçons, et cela faisais-je en partie pour voir si, par le moyen de mes auditeurs, je pourrais tirer quelque contradiction qui eût plus d'assurance de vérité que non pas les preuves que je mettais en avant ; sachant bien que, si je me trompais, il y en aurait de grecs et de latins qui me résisteraient en face et qui ne m'épargneraient point, tant à cause de l'écu que j'aurais pris de chacun que pour le temps que je leur eusse fait perdre. Voilà pourquoi je dis que, s'ils m'eussent trouvé en défaut, ils m'eussent bien rembarré, car j'avais mis en mes affiches que, partant que les choses promises en icelles ne fussent véritables, je leur rendrais le quadruple. Mais, grâce à mon Dieu, jamais homme ne me contredit d'un seul mot ; lesquelles leçons je fis dans le Carême de l'an 1575. »

Il paraît que Bernard Palissy prolongea ses conférences pendant une dizaine d'années, c'est-à-dire jusque vers 1585.

En 1588, Bernard Palissy fut jeté à la Bastille par l'ordre des chefs ligueurs. Henri III, voulant le sauver, vint l'y voir et lui offrit la liberté contre l'abjuration de sa foi, mais Bernard refusa : il dit au roi qu'il savait mourir. On le laissa cependant en prison ; il y mourut en 1589.

Ses principaux ouvrages, dont nous allons donner une idée, sont : : *Recepte véritable par laquelle tous les hommes de*

France pourront apprendre à augmenter leurs trésors. Item, ceux qui n'ont jamais eu connaissance des lettres pourront apprendre une philosophie nécessaire à tous les habitants de la terre, etc. Bernard Palissy y traite principalement d'agriculture.

Il n'est, dit-il, au monde aucun art auquel une grande philosophie soit plus nécessaire qu'à l'agriculture... Si la terre était cultivée comme elle devrait l'être, elle produirait deux ou trois fois plus... Les actes d'ignorance dont je suis tous les jours témoin dans l'agriculture me tourmentent souvent l'esprit... Examine un peu les fumiers que les laboureurs tirent de leurs étables et qu'ils placent indifféremment, tantôt en des lieux bas, tantôt en des lieux élevés, sans autre soin que celui de les empiler. Considère ensuite ce qui arrive dans les temps pluvieux : l'eau qui tombe sur ces fumiers les pénètre et, les traversant du sommet à la base, elle en détache une teinture noire qu'elle emporte quand, à la faveur d'une inclinaison du terrain, elle peut librement s'écouler. Un fumier ainsi lavé ne fait aucun profit. Le fumier rend à la terre une partie de ce qui lui a été enlevé. La substance d'un champ où l'on a semé et récolté pendant plusieurs années a été emportée avec la paille et le grain. Et si je dis que les fumiers ne doivent pas être abandonnés à l'action dissolvante des pluies, c'est parce que les pluies en emportent le sel, qui est la principale vertu du fumier... Tiens pour certain qu'il n'est pas de semence, bonne ou mauvaise, qui n'apporte en soi quelque espèce de sel, et quand les pailles, foins et autres herbes sont putréfiés, les eaux qui passent à travers en détachent le sel. C'est ainsi qu'un poisson salé, qui trempe longtemps dans l'eau, perd toute sa substance salsitive... On emploie les cendres pour faire les lessives, parce que les cendres contiennent un sel qui se dissout dans l'eau et

que cette eau pénétrant à travers le linge, se mêle avec les matières grasses ou impures qui le salissent, les détache du tissu, et, en s'écoulant, les emporte avec elle. » Il traite ensuite de la taille des arbres, compare entre eux les différents sels, etc.

2° *Discours admirables de la nature des eaux et fontaines, tant naturelles qu'artificielles; des métaux, des sels et salines; des pierres, des terres, du feu et des émaux avec plusieurs autres excellents secrets des choses naturelles. Plus un Traité de la marne fort utile et nécessaire à ceux qui se mêlent d'agriculture.*

« Depuis quelque temps, dit-il, dans le *Traité des pierres*, j'ai connu que le cristal se congelait dans l'eau; et ayant trouvé plusieurs pièces de cristal formées en pointes de diamants, je me suis mis à penser qui pourrait être la cause de ce; et, étant en telle rêverie, j'ai considéré le salpêtre, lequel étant dissous dedans l'eau chaude, se congèle au milieu ou aux extrémités du vaisseau où elle a bouilli; et encore qu'il soit couvert de ladite eau, il ne laisse à se congeler. »

Il dit dans le *Traité de la marne*: « Nous savons qu'en plusieurs lieux les terres sont faites par divers bancs, et, en les fossoyant, on trouve quelquefois un banc de terre, un autre de sable, un autre de pierre et de chaux et un autre de terre argileuse, et communément les terres sont ainsi faites par bancs distingués. »

Il dit dans son *Traité des Fontaines*: « Les eaux de source proviennent des eaux de pluie, qui, après avoir pénétré dans le sol, glissent sur les couches d'argile qu'elles rencontrent et finissent par sortir à la partie déclive du terrain »... « Quant aux fontaines jaillissantes, il faut que leur eau parte d'un point plus

élevé, car les eaux ne s'élèvent jamais plus haut que les sources d'où elles procèdent. »

Voici encore quelques extraits du *Traité des Métaux et Alchimie*. « Il est donc aisé de conclure que les poissons qui sont réduits en métal ont été vivants dans certaines eaux et étangs, les quelles eaux se sont entremêlées à autres eaux métalliques, qui depuis se sont congelées en manière d'airain et ont congelé le poisson... Et si, lorsque les eaux se sont congelées en métal, il y eût eu en icelles quelque corps mort d'homme ou de bête, il se fût aussi réduit en métal. »

« Par quoi je maintiens que les poissons armés (c'est-à-dire sans doute les coquillages) lesquels sont pétrifiés en plusieurs carrières, ont été engendrés sur le lieu même, pendant que les rochers n'étaient que de l'eau et de la vase, lesquels, depuis, ont été pétrifiés avec lesdits poissons. »

« Quand j'ai eu de bien près regardé aux formes des pierres, j'ai trouvé que nulle d'elles ne peut prendre forme de coquille ni d'animal, si l'animal même n'a bâti sa forme. »

« J'ai trouvé plus d'espèces de poissons ou coquilles d'iceux, pétrifiés en terre, que non pas des genres modernes qui habitent dans la mer Océane. Et combien que j'aie trouvé des coquilles pétrifiées d'huitres, sourdons, avallons, jables, moules, alles, couteleux, pétoucles, châtaignes de mer, écrivelles, etc., qui habitent en ladite mer Océane: si est-ce que j'en ai trouvé en plusieurs lieux, tant es terres douces de Saintonge que des Ardenes et au pays de Champagne d'aucunes espèces, desquelles le genre est hors de notre connaissance, et ne s'en trouvent point qui en soient lapifiées. »

On voit que c'est là presque de la Géologie moderne. Pour

montrer combien ces idées étaient neuves à l'époque où Bernard Palissy les formulait, nous mentionnerons l'appréciation qu'en faisait Voltaire à la fin du règne de Louis XV.

« Faut-il que tous les physiciens aient été les dupes d'un visionnaire comme Palissy. Il s'imagina qu'une espèce de marne pulvérisée qui est en Touraine était un magasin de petits poissons de mer. Des philosophes le crurent, ces milliers de siècles pendant lesquels la mer avait déposé les coquilles à trente-six lieues dans les terres, les charmèrent et me charmeraient tout comme eux si la chose était vraie. »

On sait que Voltaire expliquait la présence de coquilles dans les Alpes parce que les pèlerins, en revenant de Jérusalem, harassés, n'en pouvant plus, jetaient leurs bourdons et les coquilles qu'ils y avaient attachées.

Ajoutons que Palissy se moquait assez spirituellement des faiseurs d'or et d'argent, de l'or potable, des médecins de son temps, etc.

M. Cap a donné en 1844 une nouvelle édition des œuvres de Bernard Palissy, en un volume in-18.



LILIO LUDOVICO .

Né en Calabre vers 1510, mort en 1579.

Médecin et astronome. Il prit part au concours ouvert par Grégoire XIII entre les astronomes de la chrétienté pour la réforme du Calendrier ; et le mémoire qu'il présenta sur ce sujet réunit tous les suffrages de la commission chargée de trancher la question. Le projet de Lilio fut adressé par Grégoire XIII à tous

les souverains de la communion romaine, qui l'approuvèrent unanimement et il fut définitivement adopté. Lilio ne jouit pas de son succès ; il était mort avant la fin du concours. On sait que c'est en 1582 que le nouveau Calendrier commença d'être mis en usage.



REINHOLD ÉRASME.

(Né à Sautfeld (Thuringe) en 1511, mort en 1555.)

Commentateur de Purbach et de Régiomontanus. Il a étendu la table des tangentes à toutes les minutes du quart de cercle et construit les tables dites *pruteniques*, d'après les observations de Copernic. Ces tables publiées en 1551, sous le titre : *Prutenicarum tabularum caelestium motuum* sont dédiées à son bienfaiteur Albert, marquis de Brandebourg. Elles forment la première application du système de Copernic. L'auteur y fait l'année de 365^d 5^h 55^m 58^s. C'est la valeur d'après laquelle a été établi le calendrier grégorien.

Reinhold enseigna quelque temps l'Astronomie et les Mathématiques à Wittemberg.

Il est à remarquer que dans son *Commentarius theoriæ novæ planetarum Purbachii*, publié en 1542, il émet l'opinion que l'orbite de Mercure pourrait être elliptique.



MERCATOR (GÉRARD).

(Né à Rupelmonde en 1512, mort en 1594.)

Entré au service de Charles-Quint en 1541, il exécuta pour lui deux globes, l'un céleste, l'autre terrestre, qui ont fait l'objet de l'admiration des contemporains.

Il se fixa à Duisbourg, vers 1559, et reçut le titre de cosmographe du duc de Juliers.

Il est surtout connu par l'invention du système de projection employé encore dans les cartes marines. Les méridiens y sont représentés par des droites parallèles équidistantes et les parallèles par d'autres droites perpendiculaires aux méridiens et également équidistantes.

Il publia, en 1569, la première carte établie d'après son système, mais il n'avait pas rendu compte du principe qu'il avait pris pour guide.

Edward Wright, dans sa *Correction of errors in navigation* (1599), se servit du même principe, et il en est résulté que, pendant longtemps, les Anglais ont désigné le système de Mercator sous le nom de système de Wright.

Les principaux ouvrages de Mercator sont : *De usu annuli astronomici* (Louvain, 1552); *Chronologia a mundi exordio ad annum* 1568 (Cologne, 1568); *Tabulæ geographicæ ad mentem Ptolemæ, restitutæ* Cologne, 1578; *Atlas sive geographicæ meditationes de fabrica mundi* (Duisbourg, 1595).



RHETICUS (GEORGE-JOACHIM).

(Né à Feldkirchen (Rhétie) en 1531, mort en 1576.)

Son véritable nom est JOACHIM.

Il professait les Mathématiques à Wittemberg lorsque, ayant eu connaissance des idées nouvelles adoptées par Copernic, il sollicita, en 1539, l'honneur d'être reçu par lui comme son disciple, pour l'aider dans ses travaux.

Il demeura deux ou trois ans près de son maître, à qui il avait

voué la plus vive afflection. Il l'engageait incessamment à publier ses découvertes et les faisait lui-même connaître à ses amis. Ce sont les publications qui se firent par son entremise qui décidèrent Copernic à faire imprimer ses *Revolutiones orbium cælestium*. C'est Rheticus qui en revit les épreuves.

Sa table trigonométrique contenant les sinus, tangentes et sécantes de tous les arcs de 10" en 10", de 0" à 90", a rendu de grands services à tous les astronomes, ses contemporains; elle a été publiée par son disciple Valentin Othon en 1596, sous le titre: *Opus palatinum de triangulis a Georgio Joachimo Rhethico cœptum; L. Valentinus Otho principis palatini mathematicus consummavit*. La méthode de calcul est fondée sur les formules qui donnent $\cos na$ et $\sin na$ en fonction de $\sin a$, $\cos a$, $\sin (n-1)a$, $\cos (n-1)a$, $\sin (n-2)a$ et $\cos (n-2)a$. Ces formules dont on ne connaît pas d'origine plus ancienne peuvent être regardées comme dues à Rheticus lui-même.

Rheticus avait calculé les sinus avec quinze chiffres; mais sa table, publiée par Othon, n'en contenait que dix. Pitiscus rechercha le manuscrit et eut le bonheur de le retrouver d'une façon inattendue. Othon devenu vieux ne savait plus ce qu'il en avait fait; il croyait l'avoir laissé à Wittemberg où on ne le retrouva pas. A sa mort, ses papiers poudreux et moisissés passèrent aux mains de Christman. Pitiscus y trouva un second exemplaire complet de la table des sinus à quinze décimales, le revit, le corrigea et le publia sous ce titre :

Thesaurus mathematicus, sive canon sinuum, jam olim quidam incredibili labore et sumptu a Georgio Rhethico supputatus, at nunc primum in lucem editus a Bartholomeo Pitisco.



VÉSALE ANDRÉ .

Né à Bruxelles en 1514, et dans l'âge de Zante en 1594.

Il descendait d'une famille originaire de Wesel, dans le duché de Clèves, et qui en tira son nom. Depuis son trisaïeul, tous ses ancêtres avaient exercé la Médecine. Son père était apothicaire à Bruxelles.

André Vésale fit ses études classiques à l'Université de Louvain. Il alla ensuite étudier la Médecine à Montpellier, puis à Paris.

Il se passionna de bonne heure pour l'Anatomie, qu'il devait renouveler, mais comme la dissection était alors rarement permise l'Université de Montpellier avait difficilement obtenu des rois de France l'autorisation, par lettres patentes spéciales, de prendre tous les ans un cadavre des condamnés à mort, il en était réduit à dérober la nuit des squelettes ou des portions de cadavres à Montfaucon.

La guerre ayant éclaté entre François I^{er} et Charles-Quint, Vésale retourna en 1533 à Louvain, où il fut nommé à dix-huit ans professeur d'Anatomie.

Il entra à vingt ans comme chirurgien dans l'armée de Charles-Quint. Il passa de Provence en Italie et obtint au concours, en 1540, la chaire d'Anatomie à l'Université de Pavie. Il occupa ensuite celles de Bologne et de Pise. Enfin le Sénat de Venise le nomma professeur d'Anatomie à l'Université de Padoue, la principale école de Médecine au seizième et au commencement du dix-septième siècle. « Cette Université, dit Cuvier, eut constamment de très grands maîtres, et Vésale fut un des plus célèbres. Il y enseigna jusqu'en 1549.

C'est d'après Galien qu'on enseignait l'Anatomie avant Vésale, mais on sait que c'est sur le singe que Galien avait été réduit à étudier l'homme. Vésale était d'abord très surpris de trouver de graves erreurs dans les descriptions du chirurgien de Pergame; enfin il en découvrit la cause, qui avait échappé à tous ses prédécesseurs.

C'est alors qu'il entreprit, à vingt-huit ans, sa *Grande Anatomie* qui parut à Bale en 1543. Il la dédia à Charles-Quint, pour tâcher de prévenir l'effet des animosités qu'il avait déjà soulevées. Il dit dans sa préface : « Qu'ai-je fait, moi qu'on accuse d'avoir calomnié Galien. Je lui ai constamment rendu justice. Mais, au lieu d'imiter le commun de nos médecins qui n'y trouvent pas la moindre faute à reprendre, tandis que Galien se corrige souvent lui-même et relève dans un endroit des négligences ou des inexactitudes qu'il a commises dans d'autres, j'ai contrôlé ses opinions et prouvé, pièces en mains, que le médecin de Pergame a fait des dissections non sur l'homme, mais sur des animaux, particulièrement sur des singes. En cela Galien n'a pas été coupable, puisqu'il a été arrêté par un préjugé plus fort que sa volonté et son génie. Les coupables sont ceux qui, ayant sous les yeux les organes de l'homme, s'obstinent à copier seulement les erreurs de leur idole. »

Et plus loin :

« Que dire de ces professeurs qui, du haut de leurs chaires, répètent comme des perroquets ce qu'ils ont lu dans les livres, sans avoir fait eux-mêmes aucune observation.

« Au reste, je ne doute pas qu'on me trouve bien hardi, à vingt-huit ans, d'oser attaquer Galien, et je m'attends aux morsures de ceux qui, n'ayant pas étudié par eux-mêmes et ayant

suivi en aveugles les opinions erronées de cet ancien, ne pourront pardonner à un jeune homme d'avoir découvert et prouvé ce qu'ils n'avaient ni vu ni pressenti, quoique vieillis dans l'exercice de l'art. »

Les attaques qu'il craignait ne lui manquèrent pas en effet. Ses ennemis, même, obtinrent de Charles-Quint l'ordre de faire une enquête sur son livre, pour qu'il fût censuré, s'il y avait lieu.

On dit que le dégoût que lui inspirèrent les calomnies qu'il avait à essuyer l'engagèrent à jeter au feu tous les documents qu'il avait préparés pour de nouvelles publications.

Après l'abdication de Charles-Quint, Vésale suivit Philippe II à Madrid, où il ne fit plus que languir dans l'abattement et la tristesse.

Ce qui l'affligeait surtout était que, tandis qu'il était réduit à l'impuissance, deux jeunes rivaux, Fallope qui lui avait succédé dans sa chaire à l'Université de Padoue, et Eustachi, professeur d'Anatomie à Rome, s'illustraient par de nouvelles découvertes et le contredisaient en partie.

Il résolut de revenir en Italie, mais pour quitter la cour de Philippe II, il prétexta un voyage en Terre sainte. C'est en revenant de ce voyage, et sur le point de parvenir à Venise, qu'il périt dans l'île de Zante, sur les côtes de laquelle le vaisseau qui le portait était venu se briser.

C'est Vésale qui a le premier abordé l'Anatomie du cerveau et analysé ses principales fonctions ainsi que celles des nerfs et de la moelle épinière. C'est lui qui a découvert que la section d'un nerf paralyse le muscle auquel il se rend ; que la section de la moelle épinière paralyse les membres inférieurs avant de déterminer la mort.

Son étude du cœur était si parfaite que Cuvier s'étonne qu'il n'ait pas découvert la circulation du sang.



RAMUS (PIERRE).

[Né à Curti (Vermandois) en 1515, tué à Paris le 29 août 1572 (Saint-Barthélemy).]

Son véritable nom est La Ramée. Il était fils d'un gentilhomme du pays de Liège, qui, ruiné par les guerres, vivait, réfugié en Picardie, de la fabrication du charbon de bois. Le désir de s'instruire le conduisit à Paris dès l'âge de huit ans; mais la misère l'en chassa presque aussitôt. Sans se laisser abattre, le studieux enfant tenta un second voyage dans la capitale l'année suivante, n'y fut pas plus heureux que la première fois et retourna de nouveau dans son village. Enfin sa persévérance fut récompensée. De retour à Paris, il trouva dans son oncle maternel un protecteur généreux, quoique pauvre, et cette fois, du moins, il ne souffrit pas de la faim comme précédemment. A douze ans, il entra comme valet au collège de Navarre. Il donnait le jour à ses humbles fonctions, la nuit à l'étude. En peu d'années, il acquit, par son opiniâtreté au travail, des connaissances assez étendues pour gagner brillamment le titre de maître ès arts, en soutenant, en 1536, des opinions très avancées, paradoxales même pour l'époque, touchant le docteur par excellence, le maître infailible et divin, le philosophe incomparable, Aristote, puisqu'il faut l'appeler par son nom. Le jeune écolier eut l'audace d'avancer que *tout ce qu'Aristote a dit est fausseté et mensonge*, et, chose plus étrange encore, il eut le mérite de le prouver assez bien pour que des juges qui ne juraient que par le philosophe de Stagyre fussent

obligés de conférer le titre de maître ès arts à l'audacieux novateur. A l'opposé de la plupart des docteurs scolastiques, qui portaient à sa plus haute perfection l'art de parler pour ne rien dire, Ramus s'appliqua à tenir un langage compréhensible aux écoliers nombreux qui suivirent ses leçons d'éloquence et de philosophie au collège de l'Ave-Maria. Nouveauté surprenante à cette époque et qui parut dangereuse, il leur apprit qu'au-dessus de l'autorité d'Aristote s'élevait l'autorité de la raison, « reine et maîtresse de l'autorité ». Frappé depuis longtemps des vaines et stériles puérités de la scolastique, il s'attacha particulièrement à la logique, qu'il s'appliqua à débarrasser de toutes les discussions obscures et oiseuses; et, afin qu'on ne perdît pas le souvenir des arguments dont il s'était servi avec avantage lors de la discussion de sa thèse, il résolut de donner à ses idées une forme durable en publiant coup sur coup, en 1543, deux ouvrages remarquables: ses *Dialecticæ partitiones* et ses *Aristotelicæ animadversiones*. La statue d'Aristote était cette fois abattue de son piédestal. Le vieux philosophe était lui-même traité de sophiste et d'impie; sa dialectique, telle qu'on l'enseignait, était qualifiée de fatras inutile, bon tout au plus à embrouiller les idées; et, quant à ses écrits, Ramus en contestait l'authenticité. La Sorbonne s'émut de tant d'audace et dénonça le profane à François I^{er}. Ce roi, surnommé le *Père des lettres*, mais qui ne sut que les maltraiter dans la personne de Marot, de Berquin, de Lefèvre d'Étaples et de tant d'autres, agit à l'égard de Ramus comme avec les précédents. Il demanda qu'une discussion publique eût lieu entre Ramus et son adversaire, Antoine Govea, fougueux péripatéticien. Cinq commissaires furent choisis pour prononcer entre eux, mais trois sur cinq étaient les amis de Govea. La discussion était inutile. Ramus, indigné,

abandonna la partie. Il fut délégué au parlement et l'affaire fut évoquée au conseil du roi, qui rendit, le 1^{er} mars 1544, un arrêt déclarant Ramus « téméraire, arrogant et impudent, pour avoir osé réprouber et condamner le train et art de logique reçu de toutes les nations: ordonnant la suppression de son ouvrage, comme entaché d'assertions fausses et étranges, et faisant défense à l'auteur d'écrire ou même d'enseigner contrairement à la doctrine d'Aristote, cela à peine de punition corporelle. » En conséquence, ses deux livres furent supprimés, et François I^{er} s'empressa d'aggraver cette sentence, déjà sévère, en défendant à Ramus de professer la philosophie. Les sorbonnistes triomphants exhalèrent leur joie en termes des plus injurieux. Ramus fut par eux tourné en ridicule, bafoué par la populace ameutée, représenté sur le théâtre comme un fou. Il souffrit tout sans se plaindre et professa les Mathématiques et la Littérature, en attendant des jours meilleurs. Du reste, et ce lui fut une consolation contre les pasquinades des cuistres, le nombre de ses auditeurs n'était pas diminué.

En 1545, la peste ravageait Paris. Ramus s'était éloigné, lorsqu'il reçut une lettre du principal du collège de Presle, qui lui offrait de le suppléer. Il accepta, obtint l'autorisation de remplir ces fonctions, malgré les cabales de la Sorbonne, et, en peu de temps, le collège redevint florissant par le nombre des écoliers qui le fréquentèrent. Cependant, en dépit des nombreuses calomnies et des attaques violentes auxquelles il avait été en butte, Ramus s'était fait de puissants protecteurs par la noblesse de son caractère, la franchise de ses opinions et l'étendue de ses connaissances. Le cardinal de Lorraine surtout lui portait un vif intérêt; il fit annuler en 1547, par Henri II, l'injuste interdiction qui pesait

sur le savant professeur, et celui-ci s'empessa de reprendre l'enseignement de la philosophie et de faire réimprimer ses deux ouvrages, en y introduisant d'importants développements. Grâce à son protecteur, il obtint, en 1551, une chaire de philosophie et d'éloquence au Collège royal. Ce nouveau titre ne mit point un terme aux intrigues et aux outrages de ses ennemis; mais, généreux dans le succès comme il avait été résigné dans la disgrâce, Ramus dédaigna de relever les accusations dont il était l'objet; il employa son influence à réformer les abus qui entravaient la marche de l'enseignement public; il retoucha les ouvrages d'Aristote et continua à les enseigner, après les avoir rendus plus conformes à l'état actuel des connaissances; il composa de nouvelles grammaires pour l'étude des langues grecque, latine et française, et rectifia, autant qu'il lui fut possible, les fautes et les abus qui s'étaient introduits dans l'enseignement de la première de ces langues, surtout dans sa prononciation. Cette fois encore la Sorbonne s'agita beaucoup pour faire prévaloir son esprit routinier; mais elle fut encore battue.

Ramus avait acquis une grande influence dans l'Université; député plusieurs fois près du roi, il avait su gagner sa confiance et venait d'être nommé membre d'une commission chargée de réformer l'Université, lorsque ce prince mourut (1559). Néanmoins, Ramus conserva tout son crédit et continua sans entraves son enseignement. Tout semblait lui présager alors une existence calme et brillante; mais, avec son caractère loyal et son esprit indépendant, il ne pouvait rester étranger aux grandes discussions qui agitaient l'Europe. Ennemi juré des abus, il ne pouvait rester attaché au catholicisme. Après le colloque de Poissy (1561), il se jeta dans le parti des réformateurs. Son premier acte de pro-

testantisme fut de s'opposer à la protestation de l'Université contre l'édit de Janvier; il alla même, dit-on, jusqu'à faire briser les images de la chapelle de son collège, ce qui lui attira de nouveaux ennemis et de nouvelles persécutions. La première guerre civile ayant éclaté, les protestants furent chassés de Paris. Obligé de quitter cette ville, Ramus se retira d'abord à Fontainebleau; mais ses ennemis, qui avaient pillé sa maison et incendié sa riche bibliothèque, découvrirent son asile, et il ne leur échappa que par une prompte fuite. Il trouva un refuge dans le château même de Vincennes, qu'il fut bientôt forcé de quitter aussi. Enfin en 1563, après la paix d'Amboise, l'illustre fugitif put remonter dans sa chaire du Collège royal et obtint la permission de suivre la religion qu'il avait adoptée. A cette époque, Ramus refusa une chaire qu'on lui offrait à Bologne et combattit les prétentions des jésuites qui voulaient prendre pied dans l'Université. Le calme dont il jouissait ne fut pas de longue durée; la cour ne remplit presque aucune des conditions du traité de paix et les protestants reprirent de nouveau les armes. En 1567, Ramus quitta encore Paris et alla se ranger sous les drapeaux de Coligny et de Condé, qui l'accueillirent avec une extrême bienveillance. Brantôme affirme que c'est lui qui, par son éloquence, décida les reîtres à se contenter des 30 000 écus que l'armée huguenote put leur offrir. La paix lui permit de rentrer à Paris (1568); mais, prévoyant la prochaine reprise des hostilités, il entreprit un voyage à travers les Universités d'Allemagne et reçut partout l'accueil le plus flatteur. Dans quelques pays, on lui fit même des offres brillantes pour le retenir; mais il aimait sa patrie : *Amo patriam, ejusque præclaras laudes celebrari maxime cupio*. Il résista aux instances du roi de Pologne, qui voulait

l'attirer à Cracovie, et à celles du roi de Hongrie, qui désirait le mettre à la tête de l'Université de Weissemburg. Toutefois, il paraît qu'il se serait volontiers fixé à Genève; mais, à Genève comme à Paris, on tenait Aristote en grande vénération: sur ce point, Théodore de Bèze se rencontrait avec Govea. Ramus avait donné quelques leçons dans cette ville; les péripatéticiens alarmés, Théodore de Bèze à leur tête, l'avaient aussitôt engagé à changer de méthode, ce qu'il refusa de faire, croyant savoir aussi bien qu'eux « la manière qu'il fallait suivre. »

Revenu à Paris après la paix de Saint-Germain (1570), Ramus trouva ses ennemis triomphants. Le roi consentit à lui laisser le titre et le traitement de professeur et de principal; il lui permit même, dit-on, de nommer son successeur au collège de Presles, mais il n'eut plus le droit d'enseigner. Dès lors, il ne s'occupa plus que de travaux littéraires et de théologie, et c'est au milieu de ces travaux qu'une mort horrible vint le frapper.

Le massacre des protestants venait d'être décidé. Dans la nuit du 24 août et les jours suivants, les meurtriers, répandus à travers Paris, exécutèrent les ordres de Catherine de Médicis. Ramus était alors dans son collège de Presles. Des assassins, soudoyés par Charpentier, son implacable ennemi, forcent l'entrée du collège, découvrent Ramus dans son cabinet de travail, l'égorgeant, le précipitent du cinquième étage et le traînent enfin dans la Seine. Ainsi périt le plus savant professeur du xvi^e siècle.

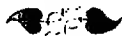
M. Waddington, dans le savant ouvrage qu'il a consacré à Ramus, en donne le portrait suivant : « Ramus était un homme grand, bien fait et de bonne mine. Il avait la tête forte, la barbe et les cheveux noirs, le front vaste, le nez aquilin, les yeux noirs et vifs, le visage pâle et brun et d'une beauté mâle. Sa bouche

tantôt sévère, tantôt souriante, était d'une grâce peu commune ; sa voix était à la fois grave et douce... Il était plein d'ardeur pour l'étude et infatigable au travail. Il fuyait tous les plaisirs des sens comme l'appât de tous les vices et le fléau d'une vie studieuse. Il se traitait durement, ne couchant que sur la paille, debout avant le chant du coq, passant toute sa journée à lire, à écrire et à méditer, usant dans ses repas de la plus grande sobriété... Il avait l'âme forte et préparée à tout événement ; sans orgueil dans la prospérité, le malheur ne pouvait l'abattre ni lui enlever son inébranlable confiance en Dieu. Il savait pardonner les injures et il avait l'habitude difficile de ne point répondre à ses adversaires, s'efforçant de surmonter par une longue patience l'extrême emportement de leurs attaques... Une piété éclairée couronnait toutes ces vertus. » Les auteurs de la *France protestante* nous donnent le revers de la médaille : « A une humeur trop irritable, à une opiniâtreté excessive, à un trop grand amour de la contradiction, se joignaient chez Ramus un défaut de circonspection et une présomption extrême, qui lui attirèrent en partie ses malheurs. » Quant à la portée de l'œuvre de Ramus, M. Franck l'a caractérisée en ces termes (*Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences morales et politiques*, août et septembre 1855) : « Ramus est un de ces esprits hardis, de ces réformateurs entreprenants du xvi^e siècle qui ont touché à tout, qui ont tout remué et qui, s'ils n'ont pas fondé la Science, la littérature nouvelle, destinées à naître un siècle plus tard, ont du moins le mérite de leur avoir préparé la voie en nous délivrant de la vieille barbarie, en mettant un terme aux stériles discussions de la scolastique, en appelant l'esprit humain à ces vastes espérances, à ces idées de progrès et de perfectibilité que les âmes

généreuses n'abandonneront jamais et dont se compose en quelque sorte le fonds même de l'esprit humain. Mais Ramus a d'autres titres à notre reconnaissance que d'avoir été un des adversaires et des adversaires victorieux du moyen âge; il a étudié avec amour les chefs-d'œuvre de l'antiquité, il a renouvelé l'enseignement des lettres, en introduisant le premier dans nos collèges, à côté du latin, la seule langue en usage dans l'Université, l'étude alors nouvelle du grec, et en composant, pour la jeunesse des écoles, des grammaires qui, un siècle plus tard, obtenaient les éloges des maîtres de Port-Royal. Il n'a pas moins fait pour les Sciences : Professeur au Collège de France, où il enseignait avec un rare éclat, où sa parole éloquente attirait au pied de sa chaire des milliers d'auditeurs, il a créé, pour ainsi dire, l'enseignement des Mathématiques et de l'Astronomie, soit par ses propres leçons, soit par la fondation d'une chaire qui fut remplie jusqu'à la Révolution française par plus d'un savant illustre. Enfin, il a écrit en latin et en français des traités de Grammaire, de Rhétorique, de Logique, d'Arithmétique, d'Algèbre et de Géométrie, qui furent accueillis, traduits, commentés dans presque toutes les Universités de l'Europe. »

En proclamant la raison comme le critérium de la vérité, Ramus fut le précurseur de Descartes et le promoteur de l'émancipation de la Philosophie. Il apporta aussi des améliorations considérables dans la Logique, la Rhétorique et la Grammaire, et vit triompher quelques-unes de ses idées sur l'orthographe et la prononciation française. C'est lui, notamment, qui établit la distinction du *j* et du *v*, confondus alors dans l'usage avec l'*i* et l'*u*. En Physique, il était ennemi des hypothèses et des abstractions. Le système de Copernic le compta parmi ses premiers adhérents.

Ses traités d'Arithmétique, de Géométrie et d'Algebre étaient encore en usage au siècle suivant.



PELETTIER DU MANS .

(Né au Mans en 1517, mort à Paris en 1582.)

Littérateur, médecin et mathématicien, il s'occupa d'abord de jurisprudence, puis devint successivement principal du collège de Bayeux, secrétaire de René du Bellay, médecin à Bordeaux, à Poitiers et à Lyon. Il parcourut ensuite l'Italie et la Savoie, où il professa l'Arithmétique, à l'Académie d'Annecy. Il mourut à Paris, principal du collège du Mans. Outre un assez grand nombre d'ouvrages littéraires, il a laissé une *Arithmétique* en quatre livres, une *Algèbre* en deux livres, un *Traité des usages de la Géométrie* et six livres de *Commentaires sur les éléments d'Euclide*.

Il reconnaît dans son *Algèbre* avoir fait de nombreux emprunts à Cardan, à Scheubel et à Stifel. Il dit, d'après ce dernier, des nombres négatifs, que ce sont *nombres absurdes ou nombres feints, au-dessous de rien*.



AMBROISE PARÉ.

(Né à Laval en 1517, mort à Paris en 1590.)

Son père était coffretier à Laval. Sa sœur épousa un chirurgien établi à Paris et l'un de ses frères fut barbier-chirurgien à Vitré. Ambroise fut mis en apprentissage chez un barbier-chirurgien

de Laval. Il vint ensuite à Paris pour se perfectionner dans son art. Il suivait les leçons qu'un docteur-régent faisait aux élèves barbiers, mais il étudiait seul les ouvrages d'Anatomie qu'il pouvait se procurer.

Au bout de quelque temps, il fut admis comme interne à l'Hôtel-Dieu. « Faut savoir, dit-il, que par l'espace de trois ans, j'ai résidé en l'Hôtel-Dieu de Paris, où j'ai eu le moyen de voir et connaître, eu égard à la grande diversité de malades y gisans ordinairement, tout ce qui peut être d'altération et maladie au corps humain; et, ensemble, y apprendre, sur une infinité de corps morts, tout ce qui se peut dire et considérer sur l'Anatomie, ainsi que souvent j'en ai fait preuve très suffisante, et cela publiquement à Paris aux Écoles de Médecine. C'est beaucoup pour parvenir à la connaissance des grands secrets de la Chirurgie. »

Il fut reçu maître-barbier-chirurgien vers 1536, c'est-à-dire déclaré, après examen, *idoine et suffisant, tant en théorie qu'en pratique, à guarir clous, antrax, bosses et charbons*. Mais, au lieu d'ouvrir boutique, il se fit agréer comme chirurgien militaire par le maréchal de Monte-Jean qui menait une armée contre Charles-Quint. Il eut aussitôt l'occasion de rendre l'immense service de faire abolir un usage aussi stupide que barbare.

« Je n'avais encore vu, dit-il, traiter les plaies faites par harquebuses. Il est vrai que j'avais lu en Jean de Vigo que les plaies faites par les bastons à feu participent de vénénosité à cause de la poudre; et, pour leur curation, commande de les cautériser avec l'huile de Sambuc, en laquelle soit mêlée un peu de thériaque. Et, pour ne faillir, paravant qu'user de ladite huile fervente, sachant que telle chose pourrait apporter aux malades extrême

douleur, je voulus savoir, premièrement que d'en appliquer, comme les autres chirurgiens fesaient pour le premier appareil, qui était d'appliquer ladite huile la plus bouillante qu'il leur était possible, dedans les plaies, avec tentes et setons : dont je pris la hardiesse de faire comme eux. Enfin mon huile me manqua, et je fus contraint d'appliquer en son lieu, un digestif fait de jaune d'œuf, huile rosat et térébenthine. La nuit, je ne pus bien dormir à mon aise, pensant que, par faute d'avoir cautérisé, je trouvasse les blessés où j'avais failli à mettre de ladite huile, morts empoisonnés : qui me fit lever de grand matin pour les visites, où, contre mon espérance, trouvai ceux auxquels j'avais mis mon médicament digestif, sentir peu de douleurs à leurs plaies, sans inflammation et tumeur, ayant assez bien reposé la nuit. Les autres, où l'on avait appliqué ladite huile, les trouvai fébricitants, avec grande douleur, tumeur et inflammation aux environs de leurs plaies. A donc je me délibérai de ne jamais plus brûler ainsi cruellement les pauvres blessés de harquebusades. »

Le maréchal de Monte-Jean mourut à Turin pendant la campagne, et Ambroise Paré revint à Paris, où il ouvrit boutique et se maria en 1541.

L'année suivante, il s'attacha au prince de Rohan qui allait rejoindre l'armée à Perpignan, et il eut, entre autres succès, le bonheur de sauver le maréchal de Brissac, atteint d'une balle que les autres chirurgiens n'avaient pu découvrir.

A son retour à Paris, il fit paraître la *Méthode de traiter les plaies faictes par les harquebuses et autres bastons à feu, et celles qui sont faictes par des flèches, dards et semblables*. Il n'en avait nul droit, n'étant pas docteur ; on cria : mais ce fut tout, et l'on adopta ses méthodes.

Au siège de Boulogne, en 1545, Ambroise Paré eut à soigner le duc de Guise, qui venait de recevoir le terrible coup de lance dont il devint le *balafré*. « Monseigneur le duc de Guise, dit Ambroise Paré, fut blessé devant Boulogne d'un coup de lance qui, au-dessus de l'œil dextre, déclinant vers le nez, entra et passa outre de l'autre part, entre la nuque et l'oreille, d'une si grande violence que le ter de la lance, avec portion du bois, fut rompu et demeura dedans; en sorte qu'il ne put être tiré hors qu'à grand' force, même avec des tenailles de maréchal. Nonobstant toutefois cette grande violence, qui ne fut sans fracture d'os, veines et artères, et autres parties rompues et brisées, mondit seigneur, par la grâce de Dieu, fut guari. »

Il revint à Paris après le siège de Boulogne, et publia, en 1550, un petit ouvrage intitulé : *Briefve collation de l'administration anatomique, avec la manière de conjoindre les os et d'extraire les enfants tant morts que vivants du ventre de leur mère, lorsque la nature de soi ne peut venir à son effet*.

Il accompagna de nouveau le prince de Rohan pendant la campagne de 1552. Un des hommes de la compagnie avait reçu sept coups d'épée à la tête, quatre autres dans les bras et un sur l'épaule droite. Le capitaine le voyant ainsi navré, et n'estimant pas qu'il dût jamais guérir, fit caver une fosse et le voulait faire jeter dedans, d'autant qu'on devait partir le lendemain dès la pointe du jour. « Mû de pitié, dit Ambroise Paré, je dis qu'il pourrait encore guérir s'il était bien pansé. Plusieurs gentilshommes de la compagnie le prièrent de le faire mener avec le bagage, puisque j'avais cette volonté de le panser; ce qu'il accorda; et, après que je l'eus habillé, fut mis en une charrette, sur un lit bien couvert et bien accommodé, qu'un cheval trainait. Je fus

son médecin, son apothicaire, son chirurgien, son cuisinier; je le pensai jusqu'à la fin de la cure, et Dieu le guarit. »

Dans cette même campagne, Ambroise Paré eut l'idée de substituer à la cautérisation par le fer rouge, à la suite d'amputations, la ligature simple des artères, pour arrêter l'hémorragie.

Il partit ensuite, avec le duc de Vendôme, pour aller combattre en Picardie les Espagnols; puis Henri II se l'attacha. L'armée, assiégée dans Metz par Charles-Quint, le demandait; Henri II l'envoya avec la charge de médicaments qu'un cheval pouvait porter. Paré parvint à pénétrer dans la ville; sa présence ranima la garnison, et le siège fut levé. Alors « je pris congé, dit-il, de M. de Guise et m'en revins devers le roi, qui me reçut avec bon visage et me demanda comment j'avais pu entrer dans la ville de Metz. »

L'année suivante, le roi l'envoya à Hesdin, que Charles-Quint assiégeait; les « morts rendaient une grande putréfaction, dit-il, n'étant point couverts de terre, à cause que n'en avions pas, et si j'entrais en un logis, il y avait des soldats qui m'attendaient à la porte, lorsque j'en sortirais, pour en panser d'autres. C'était à qui m'aurait et me portaient comme un corps saint, et ne pouvais satisfaire à ce grand nombre de blessés. » La ville se rendit, et Ambroise Paré fut quelque temps le prisonnier du duc de Savoie.

A son retour à Paris, en 1554, il demanda et obtint d'être admis à l'examen de docteur en Chirurgie. Il ne savait pas un mot de latin; on lui fit un discours, qu'il récita tant bien que mal, et fut reçu docteur. Il retourna ensuite aux armées jusqu'en 1564, et continua d'y rendre les plus grands services.

Il était huguenot; mais le roi l'envoya chercher, le soir de la

Saint-Barthélemy, et le cacha dans sa garde-robe. Charles IX voulut le faire abjurer : mais il s'y refusa absolument. Henri III, en montant sur le trône, le nomma son conseiller et son valet de chambre.

Outre les ouvrages dont nous avons déjà parlé, il a laissé encore : *Anatomie universelle du corps humain* ; *Dix livres de la Chirurgie* ; *Traicté de la peste, de la petite vérole et rougeole* ; *Des bandages, des fractures, des luxations, des morsures et des goustes* ; *De la génération de l'homme, et des monstres tant terrestres que marins* ; *Discours de la minie, des venins, de la licorne et de la peste*.

Ses œuvres ont été réunies et publiées à Paris, en 1840, par M. Malgaigne.



CÉSALPIN.

Né à Arezzo en 1519, mort à Rome en 1603.

Professeur de Médecine à l'Université de Pise, il décrivit, comme Servet, le passage du sang veineux, du cœur au poumon, et son retour comme sang artériel, du poumon au cœur. C'est lui qui, le premier, employa l'expression *circulation du sang*.

Ni Réaldo, ni Césalpin ne paraissent avoir eu connaissance de l'opinion émise par Servet, dans un livre exclusivement consacré, comme nous l'avons dit, à des controverses religieuses.

Malgré ses opinions anti-aristotéliques, formulées dans ses *questiones peripateticæ*, le pape Clément VII le nomma son premier médecin et professeur de Médecine au collège de la Sapience.

Il a publié sur la Botanique un livre intitulé *De plantis* Florence, 1583) dont Cuvier a dit : « C'est une œuvre de génie ». Il indiqua en effet la première méthode de classification, fondée sur les caractères de la fleur, du fruit et de la graine. Il reconnut, avant Linné, les organes mâles et femelles de la fleur.

Il y a, suivant lui, cinq choses à considérer dans les plantes : la durée vitale, la situation de la racine, le nombre des graines, la forme et la nature des racines.

Césalpin s'est aussi beaucoup occupé de Minéralogie.

Bayle essaye de prouver que la première idée de la circulation du sang appartient, non à Harvey, mais à Césalpin. « Les preuves sont si claires, dit-il, qu'il n'y a point de chicane qui puisse les éluder. »

Mais, en fait de découvertes scientifiques, la priorité appartient à celui qui a su rassembler les preuves les plus concluantes et qui, entraîné par sa propre conviction, s'est fait l'apôtre de la vérité et a su la faire accepter.



EUSTACHII BARTHÉLEMY.

(Ne vers 1520 à San-Severino, dans la Marche d'Ancone, mort en 1573)

Il était professeur d'Anatomie au collège de la Sapience, à Rome, et prit avec une grande acreté la défense de Galien contre Vésale. Cependant il montrait par ses découvertes qu'il y avait bien à reprendre à l'Anatomie de Galien. C'est lui qui découvrit la trompe auriculaire et la valvule qui se trouve à l'orifice de la veine cave inférieure. Ces deux appareils ont conservé les noms de *trompe d'Enstache* et de *valvule d'Enstache*.

Son principal ouvrage est : *Opuscula anatomica* publié à Venise en 1564.



FERRARI.

(Né à Bologne ou à Milan, en 1522, mort en 1562.)

Il sortait d'une famille pauvre et entra au service de Cardan comme simple domestique. Il montrait tant d'intelligence que Cardan lui donna des leçons et put bientôt se glorifier des progrès extraordinaires de son élève.

A dix-huit ans, Ferrari était en état de professer les Mathématiques. Plusieurs cours se le disputèrent; il choisit celle du cardinal Hercule Gonzague, qui lui confia le soin de lever la carte de l'État de Milan, travail auquel Ferrari consacra huit années, mais qu'il ne put achever.

Ferrari trouva avec Cardan la démonstration de la formule de résolution des équations du troisième degré, que Tartaglia leur avait communiquée sous forme d'énigme.

Il résolut, peu de temps après, l'équation du quatrième degré. Cardan qui nous l'apprend dans son *Arx magna*, nous a transmis la méthode de son disciple. C'est celle qui est connue sous le nom de *méthode italienne*. Elle consiste à faire disparaître le terme en x^2 , à isoler le terme en x^3 dans un membre et à déterminer l'arbitraire k , de façon qu'en ajoutant aux deux membres.

$$2kx^2 - k^2,$$

on en fasse des carrés.



FALLOPE.

Né à Malgara (Italie) vers 1523.

Élève de Vésale. Il professa d'abord l'Anatomie à Ferrare et à Pise et fut ensuite nommé par le Sénat de Venise à la chaire d'Anatomie de son maître, à l'Université de Padoue, et chargé en même temps de la direction du jardin botanique.

On lui doit la découverte des trompes utérines nommées depuis *trompes de Fallope*. Il étudia l'organe de l'ouïe, les appareils sécréteurs de la bile, etc.

Son principal ouvrage, qui a fait époque en Anatomie, est intitulé : *Observationes anatomicæ*. Ses œuvres ont été publiées à Venise en 1584, sous le titre *G. Fallopii opera*.



MEMMIUS OU MEMMO (JEAN-BAPTISTE).

(Né à Venise vers 1520.)

Donna la première traduction des *Coniques* d'Apollonius, ou, du moins, des quatre livres de cet ouvrage retrouvés de son temps, sous le titre : *Apollonii Pergei philosophi mathematici opera* (Venise, 1537).



COLOMBO (REALDO).

Né à Crémone vers 1520, mort vers 1570.

Professeur de Médecine à l'Université de Padoue et plus tard à Pise et à Rome, il donna vers 1563 la description de la circulation pulmonaire, à peu près dans les termes dont s'était servi Servet.

Il a le premier mentionné le repliement du péritoine et donné une description exacte du médiastin; il a reconnu aussi que le cœur se resserre quand les artères se dilatent, et réciproquement; enfin que les mouvements du cœur et ceux qui appellent la respiration se font toujours en même temps.

Son traité *Dere anatomica*, publié à Venise en 1559, obtint un grand succès.



FLETCHER.

Né vers 1550, mort vers 1580.

Professeur à Breslau. Il tenta le premier, dans un ouvrage publié en 1571, d'expliquer le phénomène de l'arc-en-ciel par la réfraction de la lumière; mais il croyait que le rayon lumineux, après avoir traversé une goutte, allait se réfléchir sur une autre, placée derrière la première, pour revenir ensuite à l'œil de l'observateur.



BOMBELLI.

Né en 1560.

Donna en 1589 un traité d'Algèbre où il fit voir avec certitude, ce que n'avait pas fait Cardan, que, dans le cas irréductible, l'équation du troisième degré a ses trois racines réelles.

L'analyse de ce travail se trouve dans le *Sermo de plus et minus* de Cardan et nous suffira.

Cardan commence par reprendre Bombelli pour avoir désigné ce que nous appelons aujourd'hui $-\sqrt{-a}$ et $+\sqrt{-a}$ par *plus*

moins la racine de a et moins moins la racine de a . Il propose de les désigner par *plus di moins* la racine de a et *moins di moins* la racine de a . *Di* est une abréviation dont le sens est probablement deux fois; *di moins* signifierait donc deux fois négatif, ou négatif même étant élevé au carré.

Il observe ensuite que *plus di moins* multiplié par *moins di moins* produit plus; que chacun d'eux multiplié par lui-même produit moins; que *plus* divisé par *plus di moins* donne *moins di moins*, et divisé par *moins di moins* donne *plus di moins*; enfin que *moins* divisé par *plus di moins* ou *moins di moins* donne *plus di moins* ou *moins di moins*.

« *In capitulo cubi æqualis numero et rebus, inquit, si fuerit cubus æqualis 15 rebus plus 4, duxerimus 5 tertiam partem numeri cuborum ad cubum, fiet 125; et oporteat facere ex 4 duas partes, ex quarum ductu unius in alteram fiat 125. Tunc partes erunt 4 minus 125, quod est minus 121, quarum radices additæ et detractæ à 4 quadrato je ne vois pas à quoi sert quadrato dimidiū efficiunt 4 plus R 121 et 4 moins R 121 (il aurait dû écrire R minus 121 et R cubillarum junctæ efficiunt rem, et hoc 121 minus il aurait dû écrire R minus 121) vocatur plus di minus cujus ut notum R est 11, et ita una pars erit 2 plus 11 et alia 2 plus minus 11 (il aurait dû écrire 2 plus 11 di minus 1 et 2 minus 11 di minus 1). Quarum R cu. 1, efficiunt rem quam constat esse 4. »*

C'est-à-dire :

« Il dit dans le chapitre du cube égalé au nombre et aux choses, si le cube est égalé à 15 choses et à 4 ou si l'équation est $x^3 = 15x + 4$, nous ferons le cube de 5, tiers de 15, ce qui donnera 125, et il faudrait diviser 4 en deux parties dont le produit

fût 125. Les parties s'obtiendront en ajoutant et retranchant à la moitié de 4 la racine de $4 - 125$ ou de -121 , et ainsi l'une des parties sera $2 + 11\sqrt{-1}$ et l'autre $2 - 11\sqrt{-1}$, dont les racines cubiques ajoutées donnent la chose qui est 4. »

« Quia dicit has *R* cub esse 2 plus di minus 11 et 2 minus di minus 11 il aurait dû dire 1 au lieu de 11. Quod si constaret haberemus intentum : nam 2 plus minus il aurait dû dire 2 plus di minus 1, et 2 minus di minus juncti faciunt 4. »

C'est-à-dire :

« Car il dit que ces racines sont $2 + \sqrt{-1}$ et $2 - \sqrt{-1}$, et si cela était, nous comprendrions, car la somme de $2 + \sqrt{-1}$ et de $2 - \sqrt{-1}$ fait 4. »

Quod ante dicit in hoc casu est quod 2 plus di minus 1 habet suum quadratum 3 plus di minus 4, et cubum esse 2 plus di minus 11. Ex quo sequitur quod ex 2 plus di minus 1 etiam ducto in 3 plus di minus 4, fiat 2 plus di minus 11. »

C'est-à-dire

« Ce qu'il dit auparavant sur ce cas est que le carré de $2 + \sqrt{-1}$ est $3 + 4\sqrt{-1}$, et que son cube est $2 + 11\sqrt{-1}$, ce qui vient de ce que $2 + \sqrt{-1}$ multipliés par $3 + 4\sqrt{-1}$ font $2 + 11\sqrt{-1}$. »

Les nombreuses fautes qui se trouvent dans le texte semblent indiquer que Cardan n'avait pas très bien compris.

Il ne réclame pas contre le résultat 4 qui est bien racine, mais il souhaiterait qu'on y arrivât plus clairement. Aussi ajoute-t-il : *Hic solum restant dubitationes quædam* (seulement il reste quelques doutes sur cela). Et il compte quatre *dubitationes*. La

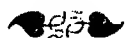
seconde est qu'avec ces *minus et minus*, il arrive que le carré d'une chose moindre surpasse le carré d'une chose plus grande, *quod destruit totum Euclidem* (ce qui détruit entièrement Euclide) : *nam quorum latera sunt majora, quadrata sunt majora* car si les côtés sont plus grands, les carrés sont plus grands ; la troisième dubitation est *quoniam nescimus quæ quantitates veræ sint quæ tot miracula faciunt, nec ipse ausus est explicare nec reddere rationem hujus rei* que nous ne savons ce que sont au vrai ces quantités qui font tant de miracles ; et lui-même [Bombelli] n'a pas osé l'expliquer ni en rendre raison.

Mais Bombelli, qu'il s'en doutât ou non, avait vingt fois raison de ne pas métaphysiquer sur les quantités imaginaires. Cardan le prouve bien dans sa quatrième dubitation en raisonnant, mais de travers.

Cardan ne dit pas comment, après avoir trouvé la première racine 4 de l'équation

$$x^3 + 15x - 4 = 0.$$

Bombelli obtenait les deux autres.



BENEDETTI (JEAN-BAPTISTE),

Né à Venise vers 1560, mort en 1609.

Il étudia les Mathématiques sous la direction de Tartaglia et devint un géomètre distingué. Il a laissé une *théorie* remarquable de la chute des graves ; des *Spéculations mathématiques* intéressantes et des *Disputes* où il s'élève contre Aristote et les péripa-

téticiens. Il dit dans ses *Disputes* que tous les corps tomberaient avec la même vitesse dans le vide, mais cet ouvrage ne fut publié qu'en 1585, à Turin, et les premières recherches de Galilée sur la pesanteur datent de 1583.



MOLEZIO (GIUSEPPE).

Né à Modène en 1551, mort à Padoue en 1590.

Il était professeur de Mathématiques à l'Université de Padoue et fut chargé par la République de Venise de rédiger les tables qui devaient servir à la réformation du Calendrier. Il les a publiées sous le titre : *Tabulæ gregorianæ ex Præteritis deductæ*. Venise 1580.



DANTI (IGNACE).

Né à Pérouse en 1555, mort en 1596.

Dominicain, professeur de Mathématiques en Toscane, à Pavie probablement, il fut appelé à Rome par Grégoire XIII pour entrer dans la commission de la réforme du Calendrier, et fut chargé en outre de dresser des cartes de Géographie ancienne et moderne. Il établit des gnomons considérables à Bologne et à Florence. Il fut nommé en 1583 évêque d'Alatri.

Il a laissé entre autres ouvrages : *Traité de l'Astrolabe* (Florence, 1569) où il mentionne la diminution de l'obliquité de l'écliptique ; *Scienze matheumatiche redotti in tavole*

Bologne 1577; *Anamographia* (Bologne, 1578). Il a laissé aussi des traductions de la *Sphère* de Proclus et de la *Perspective* d'Euclide.



CLAVIUS CHRISTOPHE.

(Né à Hambourg en 1577, mort à Rome en 1622.)

Il appartenait à l'ordre des Jésuites et professa les Mathématiques à Rome pendant les vingt dernières années de sa vie.

Le pape Grégoire XIII l'employa utilement à la réformation du Calendrier, et il paraît même que ce fut lui qui exécuta les principales opérations.

On l'avait surnommé l'Euclide du xvi^e siècle. Il a laissé : *Euclidis Elementorum...*, avec des commentaires un peu prolixes (Rome, 1574); *Calendarii romani Gregoriani explicatio* (1603); *Gnomonices* (1581), qui est le traité le plus volumineux, mais le moins clair, sur l'art de construire les cadrans solaires.

La réformation du Calendrier, au point de vue civil, ne présentait aucune difficulté depuis qu'on savait, par les observations faites durant le moyen âge, que l'année tropique est à peu près de $365 \frac{1}{4}$ jours, moins $\frac{1}{1536}$; et la réforme eût pu être opérée longtemps avant Grégoire XIII. Mais la question, pour l'Eglise, n'était pas tant de rétablir l'accord entre l'année tropique et l'année civile, que de régler toutes les questions relatives à la célébration des fêtes mobiles et ces questions présentaient des difficultés assez grandes. C'est pourquoi la réforme se fit si longtemps attendre. Ces difficultés étaient telles que Viète et Clavius ne se trouvèrent pas du même avis et que Viète avait tort.



GUILLAUME IV, LANDGRAVE DE HESSE-CASSEL.

Mort en 1567.

Il protégea les Sciences et les Arts, fit bâtir à Cassel, en 1561, un observatoire qu'il remplit d'instruments aussi parfaits qu'on pouvait alors se les procurer, se livra lui-même aux observations et s'attacha Rothmann et Juste Byrge pour l'y aider.

C'est à ses sollicitations que Tycho a dû la faveur dont il a joui près du roi Frédéric et qui lui facilita la création de son établissement d'Uranienbourg.

Il a laissé un ouvrage intitulé: *Cæli et siderum in eo errantium observationes*. Hesiace. 1628.



PRÆTORIUS JEAN.

Né à Joachim Stal, en 1537, mort à Altorf en 1610.

Il débuta par être fabricant d'instruments de Mathématiques à Nuremberg, puis vint à Vienne où il donna des leçons de Mathématiques à l'empereur Maximilien II. Il fut ensuite professeur de Mathématiques à Wittemberg (1571) et à Altorf (1576). Il est l'inventeur de la planchette. Képler dit qu'il lui doit une partie de ses progrès.



FABRIZIO D'AQUAPENDENTE JÉRÔME.

Né à Aquapendente, États de l'Église, en 1537, mort en 1600.

Succéda à Fallope en 1562 dans la chaire d'Anatomie de Padoue, qu'il occupa avec éclat pendant cinquante ans. Il fut le maître

d'Harvey, qu'il put mettre sur la voie de sa grande découverte. En effet « dans son *Traité sur les veines*, dit Cuvier, il décrit une disposition de leur intérieur qui pouvait le conduire à la découverte de la circulation du sang. Il avait observé que les valvules sont toutes dirigées vers le cœur.



NERI - ANTOINE .

N. à Florence vers 1470, mort en 1529.

Il entra dans les ordres, mais ne s'occupa que de sciences: il visita une partie de l'Europe et se lia avec les hommes les plus célèbres de son temps. C'est l'un des premiers chimistes qui aient écrit sur la fabrication du verre. Son livre est intitulé *Arte vetraria in libri V* (Florence, 1592 ; Il a été traduit par d'Holbach sous le titre de *Art de la Verrerie*.



BAPOZZI - FRANÇOIS .

N. à Venise en 1518, mort en 1587.

Outre des ouvrages peu importants, on lui doit la traduction des *Machines de Guerre* et de la *Géodésie* de Héron l'Ancien ou de Héron le Jeune. Cette traduction parut à Venise en 1572 sous le titre : *Heronis Mechanici liber de machinis bellicis nec non liber de Geodesia, a F. Barocio latinitate donati et illustrati*.

Quoique noble vénitien, il fut décrété de magie par l'inquisition et condamné à des peines gra



LUDOLPH VAN CEULEN.

Geometrie hollands, ne vult 12 bl. in 4to. 1661.

Adrien Romain venait de donner la valeur du rapport de la circonférence au diamètre avec dix-sept décimales; Van Ceulen poussa le calcul, par la méthode d'Archimède, jusqu'à la trente-cinquième. Il publia son travail en 1610, en hollandais; Snellius en a donné une traduction latine, en 1615, sous le titre : *De circulo et adscriptis*. On a aussi de Ludolph des *Problemata geometrica*.

FIN DE LA PREMIÈRE PARTIE.



TABLE ALPHABÉTIQUE.

	Page.		Page.
Aben Ezra.....	128	Basile Valenti.....	171
Aboul-Hassan-VI de Maroc.....	140	Bède.....	11
Aboul-Wéïa.....	118	Benedetti.....	207
Ahmed-ben-Musa-ben-Schaker.....	111	Bernard Palissy.....	272
Al-Banna.....	168	Bhaskara.....	13
Albatégnius.....	113	Bodée.....	75
Albert le Grand.....	148	Bombail.....	264
Alcibi.....	97	Brahma-Gupta.....	80
Alfarabius.....	125	Campanus.....	158
Alfragan.....	118	Capella.....	65
Alhazen Hassan-ben-Harithem.....	123	Cardan.....	246
Alkarkhi.....	126	Césalpin.....	310
Al-Mayoun.....	91	Clavius.....	260
Alpérage.....	122	Columb (Christophe).....	170
Alphonse, roi de Castille.....	166	Colombo (Rodrigo).....	168
Ambroise Paré.....	205	Commendat.....	269
Antémis.....	50	Copernic.....	200
Argyrus.....	171	Danti.....	258
Arnaut de Villeneuve.....	172	Dioclès.....	81
Aryabhata.....	71	Dionysius.....	87
Avicenne.....	120	Doehante.....	107
Barlaam.....	170	Don Proclat D'art.....	167
Battista.....	11	Ellen Davis.....	100

	Pag.		Pag.
Leibniz de Sulzbach.....	189	Ludolph van Ceulen.....	221
Estienne de la Roche.....	228	Marcus Aurelius.....	119
Massachi.....	361	Mardi chés Continuo ou Com	
Mathecius d'Ascalon.....	85	tano.....	189
Fabrizi d'Aquapendente.....	311	Mendico, Francisco.....	234
Mallope.....	363	Mennius ou Menmo.....	311
Marcel Jean.....	249	Mercator.....	281
Ferrari.....	362	Mohammed ben Musa Al-Kha-	
Fletcher.....	304	rizmi.....	165
Forendel.....	242	Mohammed ben Musa ben	
Gauricus (Luc).....	327	Schaker.....	119
Geber (Abou Moussah Diâfir		Mohammed ben Yahya.....	119
al Sou).....	165	Molezio.....	308
Geber Mohammed ben Aphia	127	Munster.....	231
Gemma Renenius.....	268	Mus i ben Schaker.....	119
Gérard de Crémone.....	181	Nassir ed din.....	155
Gérard de Sabbionetta.....	165	Néri.....	311
Gerbert.....	120	Nicolas Chuquet.....	165
Grammateus (Henricus).....	228	Nonius.....	232
Guillaume IV de Hesse.....	310	Pappus.....	44
Gutenberg.....	174	Paracelse.....	233
Guy de Chauliac.....	172	Peletier du Mans.....	265
Haçan-ben-Musa-ben-Schaker	111	Planude.....	179
Hémoalde.....	112	Proclus.....	94
Héron le jeune.....	94	Prætorius.....	310
Hypathia.....	63	Purbach.....	176
Jean de Séville.....	132	Ramus.....	287
Jean de Meris.....	169	Raymond-Lulle.....	165
Jordan Nemorarius.....	164	Reorde.....	245
Jordanus.....	163	Régiomontanus.....	183
Jules l'Africain.....	62	Reinhold.....	281
Kaleb Eifendipoulo.....	196	Rhasès.....	112
Lercèvre d'Elaples.....	196	Rheticus.....	282
Léonard de Pise ou Fibonacci	132	Ripley.....	164
Léonard de Vinci.....	196	Roger Bacon.....	199
Lillio.....	280	Rondelet.....	267
Lucas de Burgo.....	187	Rudolf (Christophe).....	228

Table alphabétique

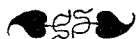
	Page		Page
Sacrobosco (Jean de Holywood)	147	Toscana	1
saint Thomas d'Aquin	166	Ulugh Beïgh	1
Satliger (Jules-César)	237	Vall' Aon Viti	1
Scheubel	238	Valla	1
Schoner	186	Vésale	1
Servet (Michel)	279	Vietri d'Aquidano	1
Stifel (Michel)	279	Vincenzo Beauvais	1
Städler ou Störler (Jean)	201	Vitebon	1
Tartagli	242	Walther	1
Thébit ben Corrah ben Haroun	111	Werner (Jean)	1



HISTOIRE
DES
SCIENCES
MATHÉMATIQUES
ET PHYSIQUES,

PAR
M. MAXIMILIEN MARIE,
RÉPÉTITEUR DE MÉCANIQUE
ET EXAMINATEUR D'ADMISSION A L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE.

TOME III.
DE VIÈTE A DESCARTES.



PARIS,
GAUTHIER-VILLARS, IMPRIMEUR-LIBRAIRE,
QUAI DES GRANDS-AUGUSTINS, 55.

—
1884

(Tous droits réservés.)



TABLE DES MATIÈRES.



Page:

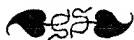
Sixième Période.

De VIÈTE, né en 1540, à KÉPLER, né en 1571.....



Septième Période.

De KÉPLER, né en 1571, à DESCARTES, né en 1596..... 14



SIXIÈME PÉRIODE.

*DE VIÈTE, né en 1540,
à KÉPLER, né en 1571.*

Noms des savants de cette Période.

	Né en	Mort en
VIÈTE	1540	1603
SCALIGER (Joseph)	1540	1609
ROTHMANN	1540	1610
GILBERT	1540	1603
DASYPODIUS	1540	1600
BESSON	1540	
GUIDO UBALDO DEL MONTE , ...	1545	1607
CATALDI	1545	1626
TYCHO-BRAHÉ	1546	1601
PEGEL	1547	1610
STEVIN	1548	1620
URSUS DITHMARSUS	1549	
BYRGE	1549	1632
NÉPER	1550	1617
MÆSTLIN	1550	1631
SARPI (Fra Paolo)	1552	1623
BALDI	1553	1617
VALERIO (Luca)	1553	1618
MAGINI	1555	1617
BRIGGS	1556	1630
HARRIOT	1560	1621
WRIGHT	1560	1615
PITISCUS	1561	1613
BACON (lord de Vérulam)	1561	1626
LANSBERG	1561	1632
ROMAIN (Adrien)	1561	1615
LONGOMONTANUS	1564	1647
GALILÉE	1564	1642
GHÉTALDI	1566	1627
DE DOMINIS	1566	1624
MÉTIUS (Jacques)	1570	1627
MÉTIUS (Adrien)	1571	1635



SIXIÈME PÉRIODE.

CETTE période est caractérisée par les travaux de Viète, de Néper, de Tycho-Braché, de Stevin et de Galilée. La méthode n'y subit de modifications profondes que de la part de Viète, mais la dynamique prend naissance entre les mains de Galilée. Nous avons à définir ces deux évolutions.

Application de l'Algèbre à la Géométrie.

Les relations entre les parties d'une même figure sont ou des relations de position ou des relations de grandeurs ; par exemple, trois points sont en ligne droite, quatre points sont sur un même cercle, etc., deux droites sont perpendiculaires l'une à l'autre, une droite est tangente à un cercle, ou asymptote à une hyperbole, un cercle est osculateur à une ellipse, etc. : voilà des relations de position.

Au contraire, la proportionnalité des lignes homologues de deux figures semblables, l'équivalence du carré construit sur

l'hypoténuse d'un triangle rectangle à la somme des carrés construits sur les côtés de l'angle droit, l'équivalence des rectangles construits sur les segments de deux cordes qui se coupent dans l'intérieur d'un cercle, etc., sont des relations de grandeurs.

Mais les relations de position gouvernent les relations de grandeurs et réciproquement, c'est-à-dire que les unes sont conséquences des autres. Ainsi, c'est parce qu'un triangle est rectangle que le carré construit sur le plus grand côté est égal à la somme des carrés construits sur les deux autres ; et, réciproquement, une telle relation entre les carrés construits sur les trois côtés d'un triangle entraînera la rectangularité de ce triangle.

Le géomètre peut donc indifféremment se proposer de tirer de l'étude d'une figure, soit la connaissance des relations de position, soit celle des relations de grandeurs, pourvu qu'il sache conclure des unes aux autres.

Bien plus, tout problème de géométrie peut toujours être résolu par l'une ou l'autre méthode ; et chacune des deux solutions fait connaître ce que l'autre a laissé à l'écart ; si c'est des relations de position que la solution procède, la figure construite fournit les éléments inconnus ; et, si on s'est proposé de trouver ces éléments, on peut, une fois qu'ils sont connus, effectuer la construction.

Mais, quoique conduisant au même but, les deux méthodes diffèrent essentiellement : la première, qui a conservé le nom de géométrie, consiste à atteindre le but par des combinaisons d'idées concrètes, se traduisant par des transformations de figures ; la seconde, la méthode algébrique, consiste à résoudre des équations.

Elles ont du reste l'une et l'autre leurs avantages et leurs incon-

venients : la seconde a pour but de substituer des difficultés comportant une solution méthodique, trouvée à l'avance, à d'autres, devant lesquelles un défaut d'inspiration laisse l'opérateur inerte ; la première a pour objet de substituer à un fastidieux travail d'élimination des combinaisons ingénieuses d'énoncés concrets.

Celle-ci a le grand avantage qu'un énoncé très simple y tient souvent lieu de formules très compliquées, mais l'emploi de l'autre est davantage à la portée de tous les opérateurs.

C'est à cette seconde méthode que pourrait s'appliquer, jusqu'à un certain point, l'observation du profane Jean-Jacques, que la géométrie analytique est un moulin dont il suffit de tourner la manivelle pour en voir sortir des solutions de problèmes. — Il serait à désirer que l'on eût, pour tous les genres de recherches, des moulins aussi utiles. Ce sont justement ces moulins que la Science cherche sous le nom de méthodes : plus ils peuvent moudre de solutions, et moins ils laissent à faire au meunier ; plus ils sont parfaits, et plus ils attestent le mérite des ingénieurs.

Quoique les anciens aient su passer souvent des relations de position aux relations de grandeurs, et réciproquement, comme ils avaient négligé de se faire une algèbre abstraite, je veux dire une théorie abstraite des transformations que peuvent subir les relations entre grandeurs, ils étaient bien obligés de se borner le plus souvent à la méthode dite *géométrique*.

Mais, dès qu'on eut appris à transformer et à résoudre des équations contenant quelques inconnues mêlées à des données, numériques, il est vrai, mais qui pouvaient changer sans que la méthode de solution en fût affectée, on devait forcément être amené à se proposer de tirer, des relations simples et dès longtemps

connues qui pouvaient exister entre les éléments voisins d'une même figure, les valeurs des éléments inconnus, au moyen de celles des éléments connus; c'est-à-dire à recourir à la méthode algébrique de solution, lorsque la méthode géométrique ne réussissait pas.

C'est bien un peu ce que nous avons vu faire à Tartaglia et à Cardan, mais leur méthode n'avait pas encore pris tout le développement nécessaire; il y manquait un complément indispensable, elle ne dépassait pas ce qu'eussent exigé des recherches géodésiques.

Leurs calculs portaient sur des nombres, mais il n'y a pas de nombres dans une figure. Pour y en voir, il faut, ou les supposer donnés, ou les y introduire. Les introduire nous paraît tout simple aujourd'hui: il ne s'agit pour cela que d'imaginer une unité et d'y rapporter tous les éléments de la figure. Mais c'est précisément l'introduction de cette idée qui constituait la difficulté, et une difficulté si grande, à ce qu'il paraît, que Viète même ne l'aborda pas encore et ne sut que la tourner, à l'aide d'un artifice assez singulier d'ailleurs. *Tantæ molis erat* de marier l'abstrait et le concret.



L'Algèbre de Viète.

La question, telle que se la posa Viète, était d'introduire les grandeurs elles-mêmes, sous leur forme concrète, dans les équations algébriques, sans rien enlever à ces équations de leur élasticité, c'est-à-dire de leur transformabilité; sans les rendre insolubles, sans les figer dans leurs formes primitives.

Voici comment il y parvint :

Supposons qu'on parte d'une équation entre longueurs ; une multiplication des deux membres par un même nombre, qui eût été utile s'il s'était agi d'une équation entre nombres, sera remplacée par la *duction*, sur chacune des longueurs contenues dans les deux membres, de la longueur correspondant au nombre par lequel on aurait dû multiplier tous les termes de l'équation. Duire (*ducere*) une longueur sur une autre, c'est faire des deux un rectangle.

De même, la division de tous les termes d'une équation par un même nombre sera remplacée par l'*application* de ces termes à une même longueur, c'est-à-dire par l'enlèvement d'une même hauteur à tous ces termes supposés représenter des rectangles ou des parallélépipèdes.

Appliquer un rectangle à une droite, c'est former la hauteur du rectangle ayant cette droite pour base et dont la surface équivaldrait à celle du proposé.

La duction successive de plusieurs longueurs sur les termes, linéaires par exemple, d'une équation, en fait, la première, des rectangles, la seconde, des parallélépipèdes rectangles, et les suivantes, afin que la Géométrie supplée au défaut de la Géométrie (*ut Geometria suppleatur Geometriæ defectus*), des *sursolides*, plans-plans, plans solides, etc.

De même, l'application successive de parallélépipèdes à deux droites en fait d'abord des rectangles, puis des longueurs, etc.

L'extraction des racines carrées ou cubiques des deux membres de l'équation à traiter sera aussi facilement remplacée par le retour aux côtés des carrés ou des cubes représentés dans les deux membres, etc.

Toutes les transformations utiles pour la résolution des équations restant ainsi possibles, rien n'empêchera plus de transporter aux équations entre grandeurs, les unes données et les autres inconnues, les méthodes de résolution déjà instituées pour la résolution des équations entre nombres, les uns donnés, et les autres inconnus, puisque ces méthodes ne consistent que dans l'emploi de combinaisons convenables des six opérations élémentaires de l'arithmétique, l'addition, la soustraction, la multiplication, la division, l'élévation à une puissance, l'extraction d'une racine à faire subir successivement aux deux membres de l'équation à résoudre.

En effet, les opérations mécaniques d'additionnement, de retranchement, de duction, d'application, de formation de carrés ou de cubes ou de quadrato-quadrata, etc., enfin, de retour aux côtés des carrés, des cubes, des quadrato-quadrata, etc., correspondant aux opérations arithmétiques qu'on aurait dû faire subir aux deux membres d'une équation numérique donnée, pour la résoudre, elles modifieront successivement de la même manière l'équation concrète correspondante et par conséquent en donneront aussi la solution.

On a pu remarquer que l'expression *ducere in* était déjà employée avant Viète, pour *multiplier par*. Cela tient à ce que les algébristes arabes et leurs imitateurs italiens ou allemands se servaient simultanément, dans leurs recherches, de considérations arithmétiques et géométriques. Quand ils voulaient faire le produit de deux nombres, ils employaient l'expression *multiplier par*, mais quand, pour raisonner sur ce produit, ils lui donnaient la figure d'un rectangle, ils disaient *ducere in*; ainsi 3 *ductus*

in 5 désignait le rectangle ayant pour mesure 3 multiplié par 5 ; mais ils n'observaient pas toujours la règle et employaient souvent *ducere in* pour *multiplicare*, et réciproquement.

On serait tenté de croire, en lisant les œuvres de Viète dans l'édition qu'en a donnée Schooten, qu'il se permettait la même confusion ; mais ce serait une erreur. C'est Schooten, dans les explications dont il entremêle quelquefois le texte de Viète, qui a fait la confusion, du reste bien innocemment, car les *multiplications* et *divisions* qu'il substitue dans ses additions au texte, aux *ductions sur* et aux *applications* à de Viète ne sont pas des multiplications et divisions de nombres, mais les multiplications et divisions concrètes imaginées par Descartes ; les produits et quotients qui en proviennent sont des quatrièmes proportionnelles.

Au reste, ce qui distingue de celui des Arabes le *ducere in* de Viète, c'est qu'il a pour corrélatif inverse l'*adplicare ad* inconnu jusqu'à Viète. L'*application* à, qui n'est autre chose que l'enlèvement de l'*appliquée* d'Apollonius, est une opération exclusivement géométrique et il en est de même de la *duction sur*.



Principe de l'homogénéité.

Ce principe ressort sans démonstration utile de la conception de Viète ; aussi en reproduit-il souvent l'énoncé, sans autre explication que celle qui résulte du mécanisme des opérations elles-mêmes.

C'est qu'en effet une équation qui vient d'être lue sur une figure est nécessairement homogène et que les opérations pratiquées dans l'algèbre *speciosa* modifient de la même manière les

degrés de tous les termes, en leur ajoutant ou retranchant les mêmes dimensions.

Mais nous profiterons de l'occasion que nous donne l'étude des travaux de Viète, pour examiner son principe de l'homogénéité à tous les points de vue qu'il comporte, au moins en ce qui concerne les relations géométriques.

Nous le retrouverons plus tard, sous une autre forme, d'abord à propos des travaux de Carnot, ensuite à l'occasion de ceux de Fourier.

Rappelons d'abord la démonstration qu'on donne habituellement de la loi d'homogénéité.

Les mesures des grandeurs, d'espèces différentes, qui peuvent entrer dans une même équation, dépendant des unités auxquelles ces grandeurs peuvent être rapportées, et ces unités ayant été laissées arbitraires, l'équation doit présenter, dans sa forme, un caractère tel que les mesures de toutes les grandeurs d'une même espèce puissent y varier proportionnellement, sans que les deux membres cessent d'être égaux.

Or, cette condition exige que tous les termes de l'équation soient de même dimension par rapport à chaque espèce de grandeurs.

On, pourrait reprocher à cette démonstration de supposer à peu près l'équivalent de ce qu'on voulait établir; car une partie de la question serait précisément d'éclairer le point important de la variabilité arbitraire des unités.

Le raisonnement sous-entendu par Viète fournirait une démonstration satisfaisante. Le voici :

Au moment où l'on note l'équation, la loi du phénomène dont il s'agit, où l'on traduit mot à mot les conditions de l'énoncé,

tous les termes que l'on écrit sont nécessairement de la même dimension, c'est-à-dire que, si les grandeurs considérées sont des longueurs, les signes + et — ne reliait entre elles que des grandeurs exprimées par des quatrièmes, des moyennes proportionnelles, etc.; de sorte qu'en comptant pour une seule lettre chaque radical, qui portera d'ailleurs sur autant de grandeurs de même espèce qu'il y aura d'unités dans son indice, on trouvera toujours dans chaque terme une lettre de plus à chaque numérateur qu'au dénominateur correspondant. Au reste, tous les termes de l'équation devant être de même nature, pour qu'elle ait un sens, tous les multiplicandes seront de même espèce. Enfin, comme deux grandeurs n'ont de rapport qu'autant qu'elles sont de même espèce, on trouvera toujours autant d'antécédents de chaque genre au numérateur que de conséquents semblables au dénominateur.

L'équation, dans cet état, sera homogène.

Si, ensuite, comme le faisait Viète, on élève le degré commun de tous les termes, en duisant à chacun d'eux l'un des conséquents, ou plusieurs successivement, au risque d'atteindre aux *sursolides* en Géométrie, et à des conceptions encore plus idéales en Mécanique, par exemple; ou si, comme les modernes, on a modifié l'équation primitive du phénomène en en multipliant ou divisant tous les termes dans les rapports de quelques données à leurs unités, comme on n'écrit jamais ces unités, on aura augmenté ou diminué chaque fois d'une unité le nombre des grandeurs de même espèce qui se trouvaient dans les numérateurs ou les dénominateurs. Tous les termes seront, par conséquent, restés toujours de même dimension, et l'équation elle-même sera restée homogène.

Il en serait de même si l'on avait élevé les deux membres de l'équation à une même puissance, ou qu'on en eût extrait des racines de même indice.

Si l'on avait eu à multiplier ou à diviser membre à membre des équations séparément homogènes, elles eussent fourni de même des équations homogènes.

Enfin, quant aux combinaisons par addition et soustraction d'équations différentes, comme elles ne peuvent jamais avoir pour objet, en analyse, qu'une élimination qui ne saurait réussir qu'autant que les équations ajoutées ou retranchées contiendraient un même terme, il en résulte que ces équations, étant déjà séparément homogènes et contenant un même terme, seront de même degré et donneront, par conséquent, en se combinant, des équations toujours homogènes.

Ce qui vient d'être dit des équations entre longueurs conviendrait évidemment aux équations entre surfaces et volumes, une surface étant le résultat de la duction d'une longueur sur une autre, et un volume, le résultat de la duction d'une longueur sur une surface : ces équations, au moment où elles seraient formulées, à la lecture d'une figure, seraient nécessairement homogènes.

Telle devait être à peu près la pensée de Viète. Mais on n'aurait qu'une idée très imparfaite de la loi d'homogénéité si l'on ne la rattachait à des considérations d'un ordre plus élevé.

Le fait général, évident, qui doit servir de base à l'établissement de la loi d'homogénéité, ne consiste vraiment pas en ce que l'unité ou les unités supposées sont toujours arbitraires, ce qui constitue le point de départ le plus généralement adopté, ni en ce que l'équation, au moment où on la pose, est nécessairement homogène, mais en ce que tout phénomène quelconque qui vient

de se développer pourrait être reproduit similairement en plus petit ou en plus grand, sans qu'aucune différence essentielle en résultât. En d'autres termes, la loi d'homogénéité est l'expression de la loi de similitude.

Quand on a pu obtenir les lois d'un phénomène sans faire aucune hypothèse sur la grandeur des données, les équations auxquelles on est parvenu conviennent à toute une série de phénomènes analogues, et notamment à tous ceux qui, sans sortir des conditions qu'on a supposées, se développeraient similairement. Ces équations doivent donc permettre une variation similaire quelconque des causes et des effets entre lesquels elles établissent des relations. C'est dans cette condition que la loi d'homogénéité prend son origine.

Par exemple, toute propriété générale d'une figure géométrique définie convient évidemment à toutes les figures semblables; or, la similitude en Géométrie exige l'égalité des angles et la proportionnalité des distances; toute équation qui traduira une propriété générale d'une figure quelconque devra donc être telle que les longueurs qu'elle contiendra puissent y varier proportionnellement, les angles restant constants, sans qu'elle cesse d'être satisfaite.

Cette manière de concevoir la loi d'homogénéité aura l'avantage, non seulement d'en présenter la vraie cause, pour les équations notées au moyen des signes des fonctions simples des trois premiers couples, mais encore de laisser entrevoir au moins que les fonctions transcendantes doivent être assujetties à une loi encore inconnue, qui dériverait du même principe, la possibilité de changer similairement un phénomène quelconque sans en altérer les lois.

Si toutes les grandeurs qui entrent dans une même équation sont de même espèce et doivent varier proportionnellement, pour que le phénomène reste semblable à lui-même, comme la même équation devra traduire également les lois de tous les phénomènes semblables à celui qu'on a supposé, il faudra qu'en multipliant dans un même rapport toutes les grandeurs qui y entrent, cette équation reste satisfaite, et, pour cela, il faudra que chaque terme y contienne en numérateur le même excédent de lettres par rapport au dénominateur. L'équation devra donc être homogène.

Si les grandeurs considérées étaient d'espèces différentes et pouvaient varier proportionnellement dans chaque genre et indépendamment, sans que le phénomène cessât de rester semblable à lui-même, il faudrait que tous les termes de chacune des équations de ce phénomène fussent de la même dimension par rapport à chaque espèce de grandeurs.

Il en est ainsi, par exemple, dans toute question mécanique : la similitude se conserve lorsque, les trajectoires des différentes molécules considérées restant les mêmes, elles sont parcourues avec des vitesses plus grandes ou plus petites, mais assujetties à la loi de proportionnalité.

Cela suppose que les forces varient dans un rapport carré, et les durées des transports, ou les intervalles de temps correspondants aux passages d'une même molécule par les mêmes points, dans le rapport inverse simple.

Par conséquent, toute équation d'un phénomène dynamique doit être telle que si les forces y sont multipliées dans un rapport carré, et les temps dans le rapport inverse simple, elle puisse rester satisfaite sans qu'aucune dimension du système mis en

mouvement ni aucun paramètre d'aucune trajectoire doive changer.

Si, dans cette équation, certaines constantes désignaient des vitesses initiales, ces vitesses devraient être multipliées dans le même rapport que les autres, c'est-à-dire dans un rapport égal à la racine carrée de celui des forces, ou dans le rapport inverse des temps.

Par exemple, la durée d'une oscillation complète du pendule simple est

$$t = \pi \sqrt{\frac{l}{g}} \left[1 + \frac{1}{8} \frac{h}{l} + \frac{3^2}{4^3} \frac{h^2}{l^2} + \dots \right],$$

h représentant la différence de niveau entre le point d'où l'on a abandonné le mobile à lui-même et le point le plus bas du cercle, et l le rayon de ce cercle; si, h et l restant fixes, g , l'intensité de la force, variait dans un rapport carré, le temps t d'une oscillation varierait dans le rapport simple inverse.

La similitude se conserve encore lorsque les trajectoires restent les mêmes et sont parcourues dans les mêmes temps par des systèmes matériellement semblables. Cela arrive lorsque les forces varient toutes en même temps que toutes les masses dans un même rapport. Par conséquent, toute équation d'un phénomène dynamique doit être telle que, les éléments géométriques du système en mouvement et les paramètres des trajectoires restant les mêmes, ainsi que les durées des temps des évolutions, les forces et les masses puissent y varier proportionnellement.

La similitude se conserve encore lorsque, les trajectoires variant similairement en même temps que les éléments géométriques du système mû, les trajectoires sont parcourues avec les

mêmes vitesses aux points homologues, de manière que les intervalles des passages des mêmes molécules aux points homologues varient proportionnellement aux éléments géométriques. Cela exige que les forces varient en raison inverse des paramètres des trajectoires, les densités d'ailleurs variant en raison inverse des cubes des mêmes paramètres, afin que les masses ne changent pas.

Si certaines constantes désignaient des vitesses initiales, il ne faudrait pas les modifier, puisque les vitesses variables devraient partout rester les mêmes aux points correspondants des trajectoires semblables.

Il en résulte que toute équation d'un phénomène dynamique doit être telle que, les masses ne variant pas, elle reste satisfaite si les temps et les éléments géométriques varient dans un même rapport, et les forces dans le rapport inverse.

C'est ce qu'on vérifie sur la formule

$$t = \pi \sqrt{\frac{l}{g}} \left[1 + \frac{1}{8} \frac{h}{l} + \dots \right]$$

citée plus haut; si h et l varient dans le même rapport, c'est-à-dire si l'on place semblablement deux points matériels de même masse sur deux circonférences verticales, et que la pesanteur rapportée à l'unité de masse, g , ou la force accélératrice, varie de l'un à l'autre en raison inverse de celle suivant laquelle varie le rayon de la circonférence, les temps d'une oscillation seront comme ces rayons.

Enfin, la similitude se conserverait encore si, les trajectoires variant similairement, en même temps que les éléments géométriques du système mû, ces trajectoires étaient parcourues avec

de nouvelles vitesses aux points homologues, plus grandes ou plus petites, mais ayant un rapport fixe avec les anciennes, de manière que les intervalles des passages des mêmes molécules aux points homologues variaient en raison directe des éléments géométriques et en raison inverse des vitesses. Pour qu'il en fût ainsi, il faudrait que les forces variaient en raison directe des éléments géométriques et en raison inverse des carrés des temps.

Il résulte de là que toute équation d'un phénomène dynamique doit être telle qu'elle reste satisfaite, lorsqu'on y change les éléments linéaires dans un même rapport, les intervalles des temps dans un autre rapport indépendant du premier, et les forces dans un rapport composé de celui des éléments géométriques et de l'inverse du carré de celui des temps.

Si dans cette équation certaines constantes désignaient des vitesses initiales, il faudrait les multiplier dans le même rapport que les autres, c'est-à-dire en raison composée de celle des éléments géométriques et de l'inverse de celle des temps.

Voici un cas particulier remarquable de la loi qui vient d'être énoncée : si des systèmes géométriquement semblables et de mêmes masses, sous les volumes homologues, décrivent des trajectoires semblables, et que les forces qui les meuvent varient de l'un à l'autre en raison inverse des carrés des éléments géométriques, les intervalles des temps des passages des molécules aux points homologues seront comme les cubes des éléments géométriques homologues.

La formule

$$t = \pi \sqrt{\frac{l}{g}} \left[1 + \frac{1}{8} \frac{h}{l} + \dots \right]$$

permet encore de vérifier ces prévisions : si, deux mobiles étant

placés en deux points semblablement placés sur deux cercles verticaux, la pesanteur variait de l'un à l'autre en raison inverse du carré de celle des rayons, les carrés des temps d'une oscillation seraient comme les cubes des rayons.

C'est l'analogie de la troisième loi de Képler : les carrés des temps des révolutions des planètes sont comme les cubes des grands axes de leurs orbites.

Cette loi de Képler n'est, comme on sait, qu'approximative; mais aussi les systèmes formés par le Soleil et les diverses planètes, prises séparément, ne sont-ils pas semblables, les planètes n'ayant pas toutes même masse, et les vitesses aux périhélies, qu'on pourrait considérer comme les vitesses initiales, n'ayant pas d'ailleurs les valeurs qu'elles devraient avoir dans l'hypothèse de la similitude.

Dans tous les exemples que nous avons pris jusqu'ici, la similitude se traduisait par la proportionnalité des éléments homologues; il n'en est pas toujours ainsi : pour les grandeurs angulaires, elle exige l'égalité, si l'on a pris pour origine des angles la direction d'une ligne de la figure, et l'équidifférence, si cette origine est restée arbitraire. Elle exige de même l'équidifférence pour les températures, lorsque le zéro de l'échelle thermométrique est resté arbitraire. Pour d'autres genres de grandeurs, elle pourrait se traduire par d'autres relations analytiques.

Enfin la loi d'homogénéité ou de similitude peut encore être considérée à un autre point de vue, bien plus important, que nous avons déjà indiqué, mais que nous ne pourrions nettement caractériser que plus tard : la nature de la condition de similitude, propre aux différents groupes de phénomènes, détermine la nature des fonctions simples qui peuvent entrer dans l'expression

analytique des lois qui régissent ces groupes de phénomènes. Ainsi, c'est parce que la similitude des figures géométriques exige la proportionnalité des éléments linéaires, que les relations entre ces éléments s'expriment naturellement au moyen des fonctions simples qui dérivent elles-mêmes de la loi de proportionnalité, produits, quotients, puissances et racines de tous les ordres.

C'est parce que la similitude des figures géométriques exige l'égalité des angles que les angles ne sauraient entrer sous les fonctions qui dérivent de la loi de proportionnalité. Mais lorsqu'on concevra, comme l'a fait Carnot, les angles comptés à partir d'une origine arbitraire, comme alors la loi de similitude, relativement à ces éléments, se traduira par une condition d'équidifférence, on pourra prédire que les fonctions sous lesquelles ils peuvent entrer dans les formules sont les fonctions exponentielles. Il en sera de même, et pour la même raison, des températures; au moins pour toutes les théories où, comme dans celle de Fourier, on admettra que l'échange de chaleur entre deux corps ne dépend que de la différence de leurs températures.



Origines de la Mécanique.

Il nous reste à indiquer les progrès que fit la Mécanique dans cette période, grâce aux travaux de Stevin et de Galilée.

On sait jusqu'où Archimède avait porté, par un seul effort, la théorie de l'équilibre des corps pesants; on a vu que la théorie du levier avait pris quelques développements dans les derniers temps où achevait de s'éteindre l'École d'Alexandrie, mais on se

rappelle que Pappus n'était arrivé qu'à une solution absurde du problème inénarrable qu'il s'était posé relativement au plan incliné.

Le frottement, qui joue un rôle important dans tous les mouvements effectifs, avait fait à ce point illusion aux anciens qu'ils ignoraient que, sans cette résistance passive, la moindre force mettrait en mouvement les plus grandes masses, soustraies à l'action de la pesanteur; et Pappus essayait de comparer les forces capables de mouvoir un même corps placé successivement sur un plan horizontal et sur un plan incliné, croyant parfaitement que, pour passer d'un cas à l'autre, il suffisait de tenir compte de l'inclinaison du plan; comme si une force si minime qu'elle fût ne mouvrait pas les plus grandes masses sur un plan horizontal, en supposant le frottement nul, parce que la pesanteur n'obtiendrait alors aucun effet.

La Mécanique théorique était, depuis lors, restée absolument stationnaire; elle ne reprit son essor qu'au seizième siècle.

Stevin établit la condition d'équilibre d'un corps pesant placé sur un plan incliné (sans frottement) et retenu par une force parallèle à la ligne de plus grande pente du plan, qui tendrait à le faire monter.

Il trouva encore, sous une forme, il est vrai, très vicieuse, mais dont il fut facile de tirer la règle du parallélogramme des forces, la condition d'équilibre d'un solide pesant, soumis à l'action de deux forces obliques, dirigées vers son centre de gravité et tendant à le faire monter.

Mais, jusque-là, la Dynamique n'avait pas encore pris naissance. Nous en avons indiqué les raisons, qui tiennent d'abord à ce que, les effets des résistances dues aux frottements se mêlant

partout aux effets des forces directement appliquées, il était bien difficile d'instituer des expériences capables de donner des résultats utilisables; en second lieu, à des habitudes vicieuses de l'esprit, dont il était très difficile de se débarrasser: nous voulons parler de la confusion d'idées qui devait naturellement naître de l'observation simultanée des effets produits par les causes de mouvement auxquelles seules nous donnons aujourd'hui le nom de forces, et par les percussions au moyen desquelles nous produisons la plupart des effets utiles, dans les circonstances ordinaires de la vie; car, même dans le cas où nous nous employons à une traction, la mise en marche n'est habituellement obtenue que par un effort instantané considérable, qui nous fait encore nécessairement illusion.

Il n'y avait guère que les effets dus à la pesanteur sur les corps tombant librement, ou n'éprouvant que des résistances presque insensibles, telles que celle de l'air, dont l'observation intelligente pût mettre sur la voie des premiers principes de la Dynamique.

C'est Galilée qui, le premier, sut faire convenablement ces observations.

On croyait et on professait depuis Aristote que les vitesses acquises, au bout de temps égaux, par des corps tombant librement sous l'influence de la pesanteur, sont proportionnelles à leurs poids. Galilée fit voir, par des expériences réitérées, que des corps de poids très différents, abandonnés en même temps à eux-mêmes, du haut d'une tour, arrivaient au pied à très peu près en même temps, s'ils avaient à peu près même densité; et il fit remarquer que, dans le cas où les densités différaient beaucoup, le retard des plus légers tenait simplement à ce que la résistance de l'air avait sur eux un effet plus marqué.

On avait fait toutes les hypothèses imaginables sur la loi de la variation de la vitesse d'un corps pesant, rapprochée soit de l'espace déjà parcouru, soit du temps déjà écoulé, depuis le commencement de la chute. Les uns croyaient la vitesse acquise proportionnelle au chemin déjà parcouru, d'autres tenaient pour une certaine division en moyenne et extrême raison, etc. Quant aux raisons alléguées en faveur de chaque système, la raison n'y avait naturellement aucune part. Galilée préféra recourir à l'expérience. Il trouva que les espaces parcourus croissent comme les carrés des temps, et il en conclut que les vitesses croissaient comme les temps.

Enfin, on croyait, avant Galilée, qu'un projectile lancé obliquement se meut en ligne droite, jusqu'à ce que sa vitesse soit détruite, et tombe ensuite verticalement. Galilée fit voir que la trajectoire d'un projectile est une parabole; il calcula le paramètre de cette parabole, d'après la grandeur et la direction de la vitesse initiale, en déduisit l'amplitude du jet et vérifia toutes les conséquences de sa théorie. La concordance des faits observés avec les prévisions lui permit d'établir ce principe, que la vitesse d'un projectile est, à chaque instant, représentée par la diagonale du parallélogramme construit sur les droites qui représentent la vitesse initiale et celle que le mobile aurait acquise, dans la direction verticale, en raison du temps écoulé.

La comparaison faite par Galilée des durées des oscillations de pendules de différentes longueurs vint encore fournir une nouvelle vérification de la théorie.

En résumé, il y avait preuves concluantes que la pesanteur appliquée à un corps, à partir du repos, lui imprime un mouvement uniformément accéléré, et que, si ce corps avait déjà une

vitesse initiale lorsque la pesanteur pourrait agir sur lui, son mouvement projeté sur la direction de la vitesse initiale, parallèlement à la verticale, reproduirait le mouvement rectiligne et uniforme, antérieurement acquis, tandis que, projeté sur la direction de la pesanteur, parallèlement à la vitesse initiale, il coïnciderait avec le mouvement rectiligne et uniformément varié que la pesanteur aurait imprimé au corps, pris au repos. C'était un progrès considérable.

Notons encore que Galilée avait des notions très nettes et très exactes sur les effets des frottements et de la résistance de l'air; enfin, qu'il eut une sorte d'intuition du principe de la théorie des machines, car il dit expressément : « Ce que l'on gagne du côté de la puissance, on le perd du côté du temps, et précisément dans le même rapport. »

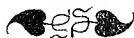
Cependant Galilée ne voyait encore dans la pesanteur qu'une cause générale, assez mal définie, de mouvement, ou plutôt la pesanteur des corps n'était encore à ses yeux que leur tendance au mouvement, dans la direction verticale; il ne voyait pas encore dans leur poids la force qui les meut. Il ne faudrait pas le moins du monde penser qu'il ait eu la conception du premier principe de la Dynamique, qu'une force constante de grandeur et de direction, appliquée à un corps, à partir du repos, lui communique un mouvement rectiligne et uniformément accéléré; encore moins qu'il ait formulé, comme on le dit, le principe de la composition des effets de deux forces constantes de grandeur et de direction, simultanément appliquées à un même solide. Les historiens lui ont prêté ces idées parce que l'analyse de ses travaux en devenait plus facile et que d'ailleurs il restait, en effet, peu de chose à faire après lui pour s'élever à ces idées nouvelles.

Il convient aussi de remarquer que la notion des masses ne s'était pas encore fait jour du temps de Galilée. Cela est d'autant moins étonnant que les masses n'ont aucun rôle à jouer dans les questions de Statique, qui avaient seules occupé les esprits jusque-là. En réalité, on ne trouve, dans les œuvres de Galilée, qu'un chapitre de la Cinématique.



Progrès de l'Arithmétique.

Ils consistent essentiellement dans l'invention du mode de calcul par logarithmes.



Progrès de l'Algèbre.

Viète établit la formule du développement des puissances successives d'un binôme, mais sans chercher à connaître l'expression des coefficients. Il se borne à remarquer que, pour former ceux du développement d'une nouvelle puissance, il suffit d'additionner, dans le développement de la puissance précédente, le premier et le second coefficient, le second et le troisième, etc., ce qui ressort évidemment de la règle pour faire la multiplication.

Il conçoit la décomposition du premier membre d'une équation entière dans les facteurs formés des différences entre l'inconnue et les différentes racines, et entrevoit les relations entre les coefficients et les racines. Harriot précise davantage ce point.

Viète enseigne à effectuer sur les racines des équations entières les transformations les plus simples : ajouter ou retrancher un même nombre à toutes les racines, multiplier ou diviser toutes

les racines par un même nombre. Harriot constitue la théorie des racines commensurables et enseigne à simplifier les équations qui en ont.

Viète enseigne à résoudre les problèmes déterminés de Géométrie par l'Algèbre et à construire les inconnues au moyen des formules qui les représentent; il réduit au degré de simplicité qu'elle comporte la résolution de l'équation du troisième degré; et explique la présence des racines étrangères positives, dans les équations qui donnent les lignes trigonométriques du sous-multiple d'un arc.

Stevin introduit la notation des exposants.



Progrès de la Géométrie.

Les deux trigonométries prennent leur forme définitive entre les mains de Viète. Néper y introduit ensuite les analogies ou proportions qui portent son nom.

Stevin fonde les bases de la perspective.



Progrès de l'Astronomie.

Tycho-Brahé corrige la durée de l'année tropique, qu'il fait de $365^{\circ}5^h49'$; détermine plus exactement la valeur de la précession annuelle des équinoxes et rectifie l'obliquité de l'écliptique, qu'il fait de $23^{\circ}31'30''$; il découvre une nouvelle inégalité de la lune, additive dans le premier et le quatrième octant, soustractive dans les deux autres; il reconnaît l'accroissement que subit.

ECOL.

des syzygies aux quadratures, l'inclinaison du plan de l'orbite lunaire sur le plan de l'écliptique et l'inégalité du mouvement de la ligne des nœuds de notre satellite; enfin il construit la première bonne table des réfractions astronomiques.

Galilée découvre les satellites de Jupiter, l'anneau de Saturne et les taches du Soleil; il constate que la Lune nous présente toujours la même face et enseigne à mesurer la hauteur de ses montagnes; il observe les phases de Vénus et de Mars et établit ainsi que les planètes empruntent leur éclat au Soleil.



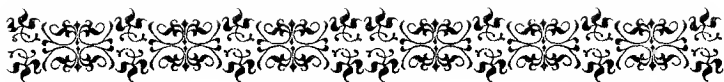
Progrès de la Mécanique.

Stevin découvre la condition d'équilibre d'un corps placé sur un plan incliné et celle de l'équilibre d'un corps pesant soumis à l'action de deux forces obliques dirigées vers son centre de gravité et tendant à le faire monter. Galilée constate l'isochronisme des petites oscillations d'un pendule, découvre les lois de la chute des corps et pose son fameux principe de la composition des mouvements.



Progrès de la Physique.

Mœstlin donne l'explication de la lumière cendrée de la nouvelle Lune. Gilbert assimile la Terre à un gros aimant. Galilée imagine la balance hydrostatique et une sorte de thermoscope. De Dominis fait faire un nouveau pas à la théorie de l'arc-en-ciel. Jacques Métius découvre le télescope appelé batavique; Galilée perfectionne cet instrument au point d'obtenir un grossissement de trente fois en longueur. Il invente le microscope.



BIOGRAPHIE
DES
SAVANTS DE LA SIXIÈME PERIODE
ET
ANALYSE DE LEURS TRAVAUX.



VIÈTE (FRANÇOIS).

(Né à Fontenay-le-Comte en 1540, mort en 1603.)

Il était naturellement doué d'une pénétration et d'une sagacité fort rares, et l'application avec laquelle il se livra à l'étude des Mathématiques était si grande qu'il passait, dit de Thou, quelquefois trois jours de suite dans son cabinet, ne prenant de nourriture et de sommeil que ce qui lui était absolument nécessaire pour se soutenir, sans quitter, pour cela, ni son bureau, ni son fauteuil. Aussi obtint-il des succès assez grands pour se faire admirer de ses contemporains et pour se faire beaucoup d'envieux.

Adrien Romain avait proposé à tous les géomètres de l'Europe la résolution d'une équation numérique du 45^e degré, dont il ne donnait pas l'origine. Viète reconnut de suite que la question, faite à plaisir, était celle de la division d'un angle en 45 parties égales; il envoya la solution et proposa à Adrien Romain un autre problème que celui-ci ne put résoudre. Romain partit aussitôt de Wurtzbourg, en Franconie, pour faire la connaissance

d'un si grand maître et l'alla trouver à sa résidence. Ils passèrent un mois ensemble et ne se séparèrent qu'à la frontière, où Viète voulut accompagner son nouvel ami.

J. Scaliger pensait avoir trouvé la quadrature du cercle; Viète releva les erreurs et les paralogismes de cette prétendue découverte et amena son adversaire à composition.

Les Espagnols, pour établir entre les membres épars de leur vaste monarchie une communication qui ne pût être interceptée, avaient imaginé des caractères de convention, qu'ils changeaient de temps en temps, afin de déconcerter ceux qui seraient tentés de suivre les traces de leur correspondance. Ce chiffre, composé de plus de cinquante figures, leur fut d'une grande utilité pendant nos guerres civiles. Viète, ayant été chargé par Henri IV d'en découvrir la clef, y parvint facilement et trouva même le moyen de le suivre dans toutes ses variations.

La France profita pendant deux ans de cette découverte. La cour d'Espagne déconcertée accusa la France d'avoir le diable et des sorciers à ses gages; elle s'en plaignit à Rome. Viète y fut traduit comme nécromant et magicien, ce qui fit beaucoup rire.

Dans ses dernières années, il s'occupa du Calendrier grégorien et, croyant y voir plusieurs fautes, il en dressa un nouveau, le mit au jour en 1600 et le présenta au cardinal Aldobrandini, qui était alors en France. Il en résulta une querelle avec Clavius, dont Grégoire XIII avait pris les avis. Viète, au fond, avait tort.

Viète était simple, modeste, sobre, désintéressé; il fut l'ami du président de Thou et participa aux affaires publiques comme maître des requêtes. Son ouvrage d'analyse est dédié à une femme illustre, Catherine de Parthenay, princesse de Rohan, sa bien-

faitrice et son amie, qui d'ailleurs goûtait elle-même toutes les Sciences.

« Je vous dois, lui écrivait-il, la vie et la liberté, et ce que j'ai de plus cher que la vie, je vous le dois encore : le fruit de mes veilles vous appartient. Vos conseils m'ont porté vers cet art sublime dont tous les secrets vous sont connus. »

Ses ouvrages étaient devenus très rares, parce qu'il ne les livrait au public que par la distribution qu'il en faisait à ses amis et aux personnes qui entendaient les matières qu'il y traitait. François Schooten, professeur de Mathématiques à Leyde, aidé de J. Golius, d'Anderson et du Père Mersenne, recueillit les principaux en un volume in-folio (Leyde, 1646).

Viète fit en Géométrie une révolution extraordinaire par son importance et par l'étrangeté de la forme sous laquelle les idées se présentèrent à lui. Sa méthode est très peu connue, Montucla et Bossut s'étant plutôt attachés à faire ressortir l'éclat de ses brillantes découvertes qu'à rechercher dans ses ouvrages la trace du progrès des idées. Au reste, son latin, moitié barbare, moitié grec, est fort difficile à entendre, ce qui fait que la plupart des personnes qui ont tenté de lire ses ouvrages s'y sont rebutées.

On lit dans une foule d'ouvrages que Viète, le premier, appliqua l'Algèbre à la Géométrie. Cette expression, pour des lecteurs modernes, n'a pas de sens ou présente une idée fausse. Si l'Algèbre est la théorie abstraite des lois ou relations de dépendance, si elle a pour objet l'étude des transformations que peut subir l'expression d'une loi constatée, si elle n'est que la logique universelle, personne, le premier, n'appliqua l'Algèbre à aucune science, à moins qu'il n'en ait saisi, le premier, la première loi. Ren-

verser les rapports dans une proportion est déjà une opération d'Algèbre. Les mots « application de l'Algèbre à la Géométrie » avaient alors un sens qu'ils n'ont plus; ils signifiaient : usage détourné des principes de l'Algèbre, alors purement arithmétique, dans l'expression des relations entre grandeurs.

Il n'est pas douteux que Viète, très versé dans les études algébriques (arithmétiques), ne se soit posé bien nettement la question d'arriver à faire servir au progrès de chacune des deux Sciences les progrès de l'autre, à appliquer en un mot l'Algèbre à la Géométrie dans le sens que cette locution devait avoir pour lui.

Il pouvait y parvenir par deux voies bien tracées : la première, qui eût consisté à supprimer Diophante et ses élèves et à refaire l'Algèbre des géomètres grecs, l'Algèbre des grandeurs concrètes; la seconde, qui eût été de supposer les grandeurs géométriques rapportées à une unité, comme nous le faisons aujourd'hui, de manière à substituer des questions de nombres à des questions de choses; il n'aperçut ni l'une ni l'autre.

Nous avons dit quelle solution il proposa de cette grande question. Nous le montrerons par l'analyse de son principal ouvrage.

L'Algèbre proprement dite doit à Viète l'invention des différentes transformations simples qu'on peut faire subir aux équations, telles que : ajouter ou retrancher une même quantité aux racines d'une équation, multiplier ou diviser ces racines par un même nombre. C'est lui qui découvrit la décomposition du premier membre de l'équation en facteurs du 1^{er} degré et la composition des coefficients en fonction des racines. Il connaissait la loi de formation du binôme; il s'en sert, mais la donne sans démonstration.

Quant à la Géométrie, Viète, après avoir su trouver par le calcul les expressions des inconnues, enseigna la manière de les construire; il montra que les équations du 3^e degré se ramènent à la duplication du cube ou à la trisection de l'angle. Enfin, il établit les formules des cordes de tous les arcs multiples d'un autre, expliqua la multiplicité des racines des équations auxquelles conduit le problème de la division des arcs et donna aux deux Trigonométries leur forme définitive.

« Viète, dit Delambre, n'était pas astronome, mais il était le plus grand géomètre de son temps; il a complété, enfin, le système trigonométrique des Arabes; il est le premier auteur des formules analytiques qui servent à la résolution de tous les triangles; il a mis dans un ordre plus satisfaisant les méthodes que les astronomes ont suivies longtemps de préférence; il a donné des règles qui facilitent la construction des tables de sinus, de tangentes et de sécantes. Une place distinguée lui est donc due dans l'histoire de l'Astronomie. »

Il nous reste à présenter l'analyse des principaux de ses ouvrages, qui sont, dans l'ordre où les a placés Schooten :

In artem Analyticen Isazoge;

Ad Logisticen speciosam notæ priores;

Zeteticorum libri quinque;

De Recognitione æquationum;

De Emendatione æquationum;

De numerosa potestatum purarum Resolutione;

Effectioinum geometricarum canonica Recensio;

Supplementum Geometriæ;

Pseudo Mesolabum et alia quædam adjuncta Capitula;

Ad angulares sectiones theorematum καθολικωτερά;

Ad Problema, quod omnibus Mathematicis totius Orbis construendum proposuit Adrianus Romanus, Responsum;

Apollonius Gallus, seu Exsuscitata Apollonii Pergæi περὶ Ἑκάρων Geometria, ad Adrianum Romanum;

Variorum de Rebus mathematicis Responsorum;

Munimen adversus nova Cyclometrica;

Relatio Kalendarii vere Gregoriani ad Ecclesiasticos Doctores;

Canones in Kalendarium Gregorianum perpetuum;

Adversus Christophorum Claviū explicatio.

Cet ordre est très convenable.

L'*Isaïoge in artem Analyticen* et les *Quinque libri Zeteticorum* ont été traduits en français, en 1630, par Vasset, qui dit avec raison *qu'il faudrait un second Viète pour traduire le premier*, et le prouve assez bien pour nous autoriser à nous abriter derrière cet aphorisme, en cas d'erreur.

Vasset conserve l'expression de Viète *appliquer à*; mais il remplace *ducere in* par *multiplier par*. Viète n'aurait dit ni *ducere 3 in 5*, ni *adplicare 15 ad 3*; mais il n'aurait, non plus, dit ni *multiplier A quarré par B*, ni *diviser A cube par C*. Il se sert des mots multiplication et division, en logistique *numerosa*, et des mots *ducere in* et *adplicare ad*, en logistique *speciosa*. Mais peut-être Vasset a-t-il simplement reculé devant le néologisme *duire*, que j'emploie faute de mieux.

Vasset avait pris pour sa traduction le titre, heureusement choisi, d'*Algèbre nouvelle*.



In Artem Analyticen Isazoge. ou Introduction à l'Art de l'Analyse.

CHAPITRE I. — *Définition et divisions de l'Analyse, et procédés employés par la Zététique.*

« Il y a, en Mathématiques, pour arriver à la vérité, une voie que l'on dit avoir été inventée par Platon, que Théon nomma *Analyse*, et qu'il définit l'assomption, par conséquences successive, de ce que l'on cherche, considéré comme donné, vers ce qui est vraiment donné, tandis que la synthèse est l'assomption, par conséquences, de ce qui est donné vers ce que l'on cherche. Les Anciens distinguaient dans l'Analyse deux parties : la *Zététique* et la *Poristique*; mais j'en vois une troisième, que j'appellerai *Rhétique* ou *Exégétique*. Il faut donc admettre que la Zététique s'emploie à la découverte des relations, proportions ou équations existant entre les données et les inconnues; la Poristique, à la recherche des théorèmes compris dans les formules de ces relations, autrement arrangées; et l'Exégétique, à l'exhibition, séparation ou extraction des inconnues, par une nouvelle ordonnance de ces relations. Et l'Analyse entière, remplissant ces trois offices, sera définie la *Doctrine pour bien inventer en Mathématiques*.

« Les moyens employés par la Zététique dérivent de la logique et ont pour bases les mêmes méthodes par lesquelles sont résolues les équations, méthodes fondées sur les axiomes ou sur les théorèmes d'Analyse précédemment établis.

« Quant à la manière de s'initier à la Zétèse, elle ne consistera plus à exercer ses facultés sur les nombres, ce qui fit la faiblesse des anciens Analystes; mais en comparant entre elles les grandeurs, par le moyen d'une logistique nouvelle, bien plus heureuse

et plus puissante que celle qui considère les nombres : en proposant d'abord la loi des homogènes et établissant l'échelle solennelle des grandeurs, dont les degrés servent à désigner et à distinguer ces grandeurs, lorsqu'elles sont comparées entre elles. »

CHAPITRE II. — *Des axiomes relatifs aux égalités et proportions.*

« L'Analyse reçoit comme démontrés les axiomes les plus connus dans les Éléments (d'Algèbre et de Géométrie). »

Viète les énonce en partie sous leur forme arithmétique, mais il les transporte par la pensée à la Géométrie. Il dit, par exemple : « Si des quantités proportionnelles sont multipliées par des quantités proportionnelles, les produits (*facta*) sont proportionnels. » Mais il ajoute : « Ce principe a été admis communément par les anciens Géomètres, comme on peut le voir dans différents passages d'Apollonius, de Pappus, etc. (*communitur hoc ab antiquis Geometris receptum est, ut passim apud Apollonium, Pappum et reliquos Geometros videre est*). Si des quantités proportionnelles sont divisées par des quantités proportionnelles, les quotients (*orta*) sont proportionnels. On trouve aussi des vestiges de cette manière d'argumenter dans Apollonius et les autres anciens Géomètres (*Hujus quoque argumentandi modi vestigia apud Apollonium, et alios veteres Geometros, sparsim apparent*). »

Les derniers axiomes sont énoncés dans la forme géométrique : « Ce qui est fait sous les segments séparés est égal à ce qui est fait sous les tous (le principe s'appliquera soit aux rectangles, dont la base et la hauteur seraient composées, soit aux parallélépipèdes, soit aux sur-solides); ce qui est fait continuellement sous des gran-

deurs (*facta continuè sub magnitudinibus*) ou ce qui en est tiré continuellement (*vel ex iis continuè orta*) reste le même dans quelque ordre que soient faites les *ductions* ou les *applications*; si trois ou quatre grandeurs sont proportionnelles, ce qui est fait sous les extrêmes est égal à ce qui est fait sous les moyens, et réciproquement. »

CHAPITRE III. — *De la loi des homogènes et des degrés et genres des grandeurs comparées.*

« La première et perpétuelle loi des égalités et proportions, qui, de ce qu'elle dérive de la conception des homogènes (*quoniam de homogeneis concepta est*), est dite la loi des homogènes, consiste en ce que les grandeurs qui peuvent être comparées entre elles sont homogènes; car celles qui sont hétérogènes, comment pourraient-elles s'ajouter? Cela ne peut se comprendre, ainsi que le disait Adrastus.

« Par conséquent, si deux grandeurs sont ajoutées ou retranchées, elles sont homogènes; si une grandeur est duite sur une autre, celle qui provient de la duction est hétérogène à l'une et à l'autre; si une grandeur est appliquée à une autre grandeur, ces deux grandeurs sont hétérogènes.

« C'est l'ignorance de ces principes qui causa la faiblesse et la cécité des anciens Analystes.

« Les grandeurs qui, de genre en genre, montent ou descendent, sont appelées échelons (*scalares*); ce sont : le côté, le quarré, le cube, le quarré-quarré, le quarré-cube, le cube-cube, le quarré-quarré-cube, le quarré-cube-cube, le cube-cube-cube, etc.

« Les genres des grandeurs sont : la longueur, le plan, le solide, le plan-plan, le plan-solide, le solide-solide, le plan-plan-solide, le plan-solide-solide, le solide-solide-solide, etc.

« Dans une série d'échelons, le plus élevé est appelé puissance; les autres sont les degrés à la puissance.

« Les puissances peuvent être ajoutées ou retranchées avec les grandeurs de mêmes genres; exemple : un quarré-quarré avec un plan-plan, lequel peut être un quarré-plan. »

Je ferai remarquer, à propos de ces dénominations, la tendance presque constante des inventeurs à employer, pour exprimer leurs idées, les termes dont s'étaient servis leurs prédécesseurs dans d'autres sens analogues, dans le but, sans doute, de se défendre du reproche d'innover et par là de dérouter la malignité du *genus irritabile vatum*.

Théon avait imaginé les quadrato-quadrata, les quadrato-cubi, etc.; il avait, pour cela, ses raisons : il voulait se donner des airs de géomètre. Diophante les a conservés, ce qui était une maladresse, car, ayant à son service le mot δύναμις, il devait appeler le nombre, δύναμις-α; le carré, δύναμις-β; le cube, δύναμις-γ; le quadrato-quadratum, δύναμις-δ, etc., ce qui eût beaucoup facilité l'expression de la loi des puissances. Enfin, Viète, chez qui, à la vérité, les mêmes dénominations ont leur raison d'être dans *ut geometria suppleatur geometriæ defectus*, ne songe, je crois, qu'à faire passer ses nouveautés sous l'étiquette diophantine.

Mais il a si bien endormi la vigilance des tardigrades de son temps, que le principe de son Algèbre est resté inaperçu, ce qui, sans doute, n'était pas le but qu'il s'était proposé. Il est vrai que, sous ce couvert, il a pu poursuivre en paix sa carrière, ce qui est bien quelque chose. Il se fit, en effet, de son temps, si peu de bruit autour de ses œuvres, que Descartes dit quelque part qu'il n'a jamais vu même la couverture de son livre.

« CHAPITRE IV. — Des règles et préceptes de la logistique

spécieuse. — Ces règles sont au nombre de quatre, comme pour la logistique nombreuse.

« 1^{re} Règle. — *Ajouter une grandeur à une grandeur*. — Ces grandeurs doivent être homogènes, on les désignera par la dénomination qui leur convient :

A plus B, si ce sont de simples longueurs ;

A quarré plus B plan ;

A cube plus B solide, etc.

« Or, les algébristes ont coutume de marquer l'affection de l'addition par le signe +.

« 2^e Règle. — *Soustraire une grandeur d'une grandeur*. — Mêmes observations; le signe de la soustraction est —.

« Mais si de A il fallait soustraire B moins D, le reste serait $A - B + D$.

« 3^e Règle. — *Duire une grandeur sur une autre*. — Soient deux grandeurs A et B, il faut duire A sur B. Elles produiront une grandeur qui leur sera hétérogène et qui sera commodément signifiée par les mots *par* ou *sous*, comme A par B, ou sous A et B.

« Au reste, les dénominations des grandeurs faites de celles qui sont rangées dans l'échelle proportionnelle, de genre en genre, se forment de la manière suivante :

Le côté duit sur lui-même fait le quarré ;

Le côté sur le quarré fait le cube ;

Le côté sur le cube fait le quarré-quarré, etc.

Et, pour les homogènes :

La longueur sur la largeur fait le plan ;

La longueur sur le plan fait le solide, etc.

Le plan sur le plan fait le plan-plan, etc.

« Si les grandeurs qu'il faut duire l'une sur l'autre sont composées, comme s'il fallait duire $D - G$ sur $A - B$, ce qui en proviendra sera

$$A \text{ par } D - B \text{ par } D - A \text{ par } G + B \text{ par } G.$$

« Dans cette opération, ce qui provient de deux grandeurs affirmées est affirmé, comme ce qui provient de deux grandeurs niées. Mais si l'une des grandeurs est affirmée et l'autre niée, ce qui en provient est nié. »

Viète a peut-être tort de faire cette remarque, qui n'a pas d'utilité, mais elle est correcte, parce qu'il ne s'agit que des signes des parties d'un produit, comparés aux signes des termes dont ils proviennent.

« 4^e Règle. — *Appliquer une grandeur à une autre grandeur.* — Soient deux grandeurs A et B, il faut appliquer A à B.

Ces grandeurs sont hétérogènes, et la plus haute (dans l'échelle des homogènes) est celle qu'il faut appliquer.

« On tirera une petite ligne entre A, la plus haute, et B, la plus basse, qui est celle à laquelle se fait l'application. Si A est un plan et B une ligne,

$$\frac{A \text{ plan}}{B}$$

marque la largeur qui revient de l'application de A plan à la longueur B.

« Si A est cube et B plan,

$$\frac{A \text{ cube}}{B \text{ plan}}$$

sera la largeur qui vient de l'application de A cube à B plan.

« Le quarré appliqué au côté produit le côté;

« Le cube appliqué au côté produit le quarré, etc. ;

$$\frac{B \text{ par } A}{B} \text{ c'est } A ;$$

et

$$\frac{B \text{ par } A \text{ plan}}{B} \text{ c'est } A \text{ plan ;}$$

s'il faut ajouter Z à $\frac{A \text{ plan}}{B}$ la somme sera

$$\frac{A \text{ plan} + Z \text{ par } B}{B}, \text{ etc. ;}$$

« CHAPITRE V. — *Des règles de la Zététique.* — La façon de pratiquer la Zététique consiste presque entièrement dans les règles suivantes :

« *L'égalité n'est pas changée par l'antithèse.* — C'est-à-dire on peut ajouter une même grandeur aux deux membres.

« *L'égalité n'est pas changée par l'hypobibasme.* — C'est-à-dire on peut enlever une grandeur qui est duite dans tous les termes.

« *L'égalité n'est pas changée par le parabolisme.* — Si la grandeur n'est pas duite dans tous les termes, on l'enlève dans les termes où elle est duite et on y applique les autres termes. »



Ad Logisticen speciosam Notæ Priores, ou Remarques qui seront employées en Logistique spécieuse.

« La Logistique spécieuse se sert des quatre préceptes qui ont été exposés dans l'introduction. Mais il importe de développer et de noter les résultats dont on se sert le plus fréquemment afin de ne pas retarder l'exposition de la Science.

« *Proposition I.* — Étant données trois grandeurs A, B, C, former la quatrième proportionnelle : on duira la seconde sur la troisième et on appliquera le résultat à la première.

« *Proposition II.* — Étant données deux grandeurs, former une troisième proportionnelle, une quatrième, une cinquième, etc., à l'infini.

Soient A et B les deux grandeurs données, les inconnues sont fournies par la suite

$$A, B, \frac{B \text{ quadratum}}{A}, \frac{B \text{ cubus}}{A \text{ quadrato}}, \frac{B \text{ quad. quadr.}}{A \text{ cubo}}, \text{ etc.}$$

« *Proposition III.* — Étant donnés deux carrés, former la moyenne proportionnelle. Soient A *quadratum* et B *quadratum* les deux carrés, le moyen proportionnel est ce qui provient de A duit sur B. »

La démonstration est à noter : Viète remarque que, d'après la proposition II, $\frac{B \text{ quadr.}}{A}$ est la troisième proportionnelle à A et B. En conséquence, il duit A sur les quatre termes de la proportion, ce qui donne

A *quad.* est à B *in* A comme B *in* A est à B *quadr.*

« *Proposition IV.* — Étant donnés deux cubes, former les deux moyennes proportionnelles. »

La démonstration est la même :

$$A, B, \frac{B \text{ quadr.}}{A} \quad \text{et} \quad \frac{B \text{ cubus}}{A \text{ quadrato}},$$

sont continuellement proportionnels, et, si on leur duit A *qua-*

dratum, les résultats, c'est-à-dire

A cubus, *B in A quad.*, *B quadr. in A* et *B cubus*,
seront encore continuellement proportionnels.

La même méthode se prolonge indéfiniment. C'est pourquoi Viète dit : De là vient qu'on peut proposer généralement de former entre deux puissances quelconques, également élevées, autant de moyennes proportionnelles qu'il y a de degrés dans ces puissances (*inter duas quascumque potestates æque altas, exhibere tot media continue proportionalia, quot sunt gradus parodici ad potestatem*).

Proposition V. — C'est à cette proposition que tendaient les précédentes. Il s'agit maintenant d'insérer tant de moyennes proportionnelles qu'on voudra entre deux longueurs (*latera*). Pour cela, Viète prend, parmi les séries précédentes de grandeurs continuellement proportionnelles, celle qui convient à la question, d'après le nombre de moyennes proportionnelles à insérer, et il forme les côtés des grandeurs qui entrent dans cette série, considérées comme des puissances exactes. Par exemple, pour insérer quatre longueurs continuellement proportionnelles entre A et B, il prend la série des moyennes proportionnelles entre A *quadrato-cubus* et B *quadrato-cubus*; cette série, en y comprenant les deux extrêmes, est :

A quadr. cub., *A quad. quad. in B*, *A cubus in B quad.*,
A quad. in B cubus, *A in B quad. quad.*, *B quad. cub.*

En prenant les côtés de ces six grandeurs, considérées comme des *quadrato-cubi* exacts, on aura une nouvelle série, dont les extrêmes seront A et B et dont les quatre intermédiaires seront les quatre moyennes proportionnelles cherchées.

Les propositions qui suivent immédiatement ont peu d'importance, mais elles sont suivies du théorème sur le développement d'une puissance d'un binôme. Voici par exemple la formule de la sixième puissance de $\overline{A + B}$ (*geneseos cubo cubi*) :

$\overline{A + B}$ *cubus cubus* est égal à

A *cubo-cubus* $+ A$ *quadrato-cubus in B*. 6 $+ A$ *quad.-quad. in B quad.* 15 $+ A$ *cubus in B cubum*. 20 $+ A$ *quadratum in B quad.-quad.* 15 $+ A$ *in B quad.-cub.* 6 $+ B$ *cubus-cubus*.

Viète trouve ces développements par ductions successives. Il ajoute que si le binôme était une différence au lieu d'une somme, il faudrait changer les signes des termes de rangs pairs dans le développement.

Viennent ensuite les théorèmes élémentaires relatifs à la somme ou à la différence des quarrés, ou des cubes, de la somme et de la différence de deux grandeurs. Mais, aussitôt après, Viète établit la formule, qui équivaut à la nôtre, relative au quotient de $a^m - b^m$ par $a - b$.

Exemples : 1° Duire $A - B$ sur A *quad.* $+ A$ *in B* $+ B$ *quad.* ; 2° appliquer A *quad.* $- B$ *quad.* à $A - B$. Mais il ne s'arrête pas aux secondes puissances.

Viète considère ensuite des expressions composées du binôme $A + B$ et d'autres termes. Il se propose, par exemple, de duire $A + B - D$ sur $\overline{A + B}$ *cube*. Ces opérations n'ont pas d'importance théorique. Elles seront utilisées dans la résolution des équations.

Les *Notæ priores* se terminent par des problèmes relatifs aux triangles rectangles.

Les cinq livres des Zététiques.

Les Zététiques sont des problèmes formés presque tous sur le modèle de ceux de Diophante, mais relatifs à des grandeurs au lieu de nombres.

En voici quelques-uns :

LIVRE I.

Zététique I. Étant données la somme et la différence de deux côtés, trouver ces côtés.

Zététiques II et III. Étant données la différence ou la somme de deux côtés et leur raison, trouver ces côtés.

LIVRE II.

Zététique I. Étant données l'aire d'un rectangle et la raison des côtés, trouver ces côtés. Mais l'aire donnée n'est pas un nombre ; c'est une surface donnée, B plan. Viète exprime les quarrés construits sur les côtés cherchés. Ce sont :

$$\frac{B \text{ plan } R}{S} \quad \text{et} \quad \frac{B \text{ plan } S}{R},$$

la raison donnée étant celle de R à S ; il resterait à prendre les côtés de ces surfaces mises sous la forme de quarrés.

Zététique II. Étant données l'aire d'un rectangle et la somme des quarrés construits sur les côtés, trouver ces côtés. Viète remarque, ce que n'avait pas fait Diophante, qu'en ajoutant et retranchant successivement à la somme des quarrés donnés le double de l'aire donnée, B plan, on aura les quarrés faits sur la somme et la différence des côtés, d'où cette somme et cette différence, et, par suite, les côtés.

Zététiques III et IV. Étant données l'aire d'un rectangle et la différence ou la somme des côtés, trouver ces côtés. Viète a le bon esprit de faire intervenir le carré construit sur la différence ou sur la somme donnée des côtés.

Zététiques V et VI. Étant données la somme des carrés des côtés et la différence ou la somme des côtés, trouver ces côtés. Viète cherche l'aire du rectangle des côtés inconnus, en faisant intervenir le carré construit sur la différence ou la somme des côtés. Voilà au moins de la bonne Algèbre ; Archimède n'eût pas fait mieux, parce que c'est impossible.

Zététiques VII et VIII. Étant données la différence des carrés des côtés et la somme ou la différence de ces côtés, trouver les côtés. Viète applique la différence donnée des carrés à la somme donnée ou à la différence donnée des côtés, et ce qui provient est la différence ou la somme des côtés.

Ni Diophante, ni Mohammed-ben-Musa, ni Léonard de Pise, ni Lucas de Burgo, ni Cardan n'avaient trouvé cela.

Zététiques XV et XVI. Étant données l'aire d'un rectangle et la somme ou la différence des cubes des côtés, trouver ces côtés. Viète cherche le carré de la différence ou de la somme des cubes.

Zététiques XVII, XVIII, XIX et XX. Étant données la somme ou la différence des côtés, avec la somme ou la différence des cubes, trouver les côtés. Même emploi de combinaisons ingénieuses.

LIVRE III.

Viète se propose différents problèmes relatifs à des triangles rectangles et d'autres relatifs à des séries de grandeurs continue-

ment proportionnelles. Il lui importait de montrer que sa méthode fournissait de meilleures solutions de ces problèmes que celle de Diophante; mais la théorie n'y est plus intéressée, au moins à notre point de vue, car Viète, comme nous le verrons plus loin, dispose ses zététiques, relatifs à quatre grandeurs continuellement proportionnelles, de façon à obtenir les solutions des différents cas de l'équation cubique.

Je remarquerai sur ce Livre III que, dans les applications aux données numériques, choisies par Diophante, par lesquelles Viète termine tous ses zététiques, il emploie les signes radicaux et ne s'en sert pas dans la théorie, où les données sont des grandeurs. Il ne pourrait, en effet, pas prendre la racine carrée d'un *plan* ou la racine cubique d'un *solide*; il prend les côtés du plan, supposé mis sous la figure d'un carré, ou du solide mis sous celle d'un cube.

LIVRES IV ET V.

Les questions y sont relatives à des nombres, ou ont pour objet de trouver en nombres les côtés de certaines figures.



*De Aequationum Recognitione et Emendatione tractatus duo ou Traité
de la Composition et de la Préparation des Équations.*

Ces deux *Traité*s n'avaient pas été publiés par Viète. Les manuscrits en furent confiés par les éditeurs à Alexandre Anderson, pour les mettre en ordre, les revoir et les compléter. Un avertissement d'Anderson nous apprend qu'il eut beaucoup à faire pour les mettre en état d'être publiés, des passages man-

quant entièrement, d'autres étant simplement indiqués et le papier partout sali et déchiré.

Nous ne pouvons donc pas être assurés d'avoir complètement la pensée de Viète. Mais, heureusement, les *deux Traités* dont il s'agit ne contiennent que des découvertes, et les faits, bien ou mal présentés, subsistent, ainsi que les traces de la manière originale dont ils ont été aperçus.

Une phrase de cet avertissement semble indiquer que la mort de Viète n'aurait pas été naturelle : Anderson, voulant expliquer l'état d'imperfection des manuscrits qui lui avaient été confiés, l'attribue *præcipiti et immaturo autoris fato* ; mais il ajoute, entre parenthèses, *nobis certe iniquissimo*, ce qui constitue une insinuation grave. Je n'ai trouvé nulle part d'indication à ce sujet.

Le traité *De Recognitione Æquationum* se compose de vingt chapitres, dont plusieurs ne sont que des introductions, souvent peu claires, aux suivants, et dont quelques autres se rapportent à des vues qui n'ont pu être poursuivies d'une façon utile. Nous nous en tiendrons à ce qui est plus particulièrement remarquable, tout en regrettant d'être obligé de nous borner.

Après avoir indiqué, dans les deux premiers chapitres, les questions qu'il traitera et les moyens qu'il emploiera pour les résoudre, Viète s'occupe, dans le troisième et le quatrième, de former les énoncés les plus généraux des problèmes de Géométrie pouvant conduire aux équations quadratiques et cubiques ; celles-ci manquant d'abord du terme qui contiendrait le carré de l'inconnue. Il montre qu'il s'agit toujours de problèmes relatifs à trois ou quatre grandeurs continuellement proportionnelles.

Il distingue, dans chacun des deux degrés, trois cas, l'équa-

tion pouvant être *Καταφατική*, *Ἀποφατική* ou *Ἀμφίβολος*, car la manie des distinctions n'est pas encore tombée en désuétude.

L'équation *καταφατική* quadratique est

$$A \text{ quad.} + B \text{ in } A \text{ égale } Z \text{ quad.}$$

Z est la moyenne proportionnelle entre A et $A + B$. La question est donc, connaissant la moyenne Z de trois grandeurs continuellement proportionnelles et la différence B des extrêmes, de trouver la plus petite de ces extrêmes, A.

L'équation quadratique *ἀποφατική* est

$$A \text{ quad.} - B \text{ in } A \text{ égale } Z \text{ quad.}$$

Z est la moyenne proportionnelle entre A et $A - B$. La question est donc, connaissant la moyenne Z de trois grandeurs continuellement proportionnelles et la différence B des extrêmes, de trouver la plus grande de ces extrêmes, A.

Enfin, l'équation *ἀμφίβολος* quadratique est

$$B \text{ in } A - A \text{ quad.} \text{ égale } Z \text{ quad.}$$

Z est la moyenne proportionnelle entre $B - A$ et A. La question est donc, connaissant la moyenne Z de trois grandeurs continuellement proportionnelles et la somme B des extrêmes, de trouver les extrêmes, car, dit Viète, la somme des extrêmes est B, mais l'inconnue A peut être la plus grande comme la plus petite des extrêmes; c'est pourquoi l'équation est amphibologique.

L'équation *καταφατική* cubique (privée du carré de l'inconnue) est

$$A \text{ cub.} + B \text{ quad. in } A \text{ égale } B \text{ quad. in } Z.$$

(B étant donné, on peut le mettre en évidence dans le terme

tout connu.) Il est facile de voir que si

$$B, A, U \text{ et } V$$

sont quatre grandeurs continuellement proportionnelles, et qu'on fasse

$$A + V = Z,$$

d'où

$$V = Z - A,$$

il en résulte

$$U = \frac{A^2}{B} \quad \text{et} \quad U^2 = AV = A(Z - A),$$

d'où

$$A^3 + B^2 A = B^2 Z.$$

La question était donc, connaissant la première B de quatre grandeurs continuellement proportionnelles et la somme Z de la seconde A et de la quatrième V, de trouver la seconde A.

L'équation ἀποφατική cubique est

$$A \text{ cub.} - B \text{ quad. in } A \text{ égale } B \text{ quad. in } Z.$$

Il est facile de voir que si

$$B, A, U \text{ et } V$$

sont quatre grandeurs continuellement proportionnelles, et qu'on fasse

$$V - A = Z,$$

d'où

$$V = A + Z,$$

il en résultera

$$U = \frac{A^2}{B} \quad \text{et} \quad U^2 = AV = A(A + Z),$$

d'où

$$A^3 - B^2A = B^2Z;$$

en sorte que la question était, connaissant la première B de quatre grandeurs continuellement proportionnelles et la différence Z entre la quatrième et la seconde, de trouver cette seconde A.

Enfin, l'équation ἀμφιβολος cubique est

$$B \text{ quad. in } A - A \text{ cub. égale } B \text{ quad. in } Z.$$

Si B, A, U et V sont quatre grandeurs continuellement proportionnelles et que l'on fasse $A - V = Z$, on trouve, comme précédemment,

$$B^2A - A^3 = B^2Z.$$

La question était donc, connaissant la première B, de quatre grandeurs continuellement proportionnelles, et la différence Z entre la seconde et la quatrième, de trouver cette seconde. Viète ne dit pas en cet endroit pourquoi l'équation cubique amphibologique a deux solutions.

Il traite de même, dans le chapitre V, les trois équations cubiques *in quibus affectiones sunt sub quadrato* (dans lesquelles l'inconnue entre par son cube et son carré) et montre qu'il s'agit encore de problèmes relatifs à quatre grandeurs continuellement proportionnelles. Nous ne reproduisons pas ses démonstrations parce que Viète ramènera ailleurs ces équations à celles *in quibus affectiones sunt sub latere* (dans lesquelles l'inconnue entre par son cube et sa première puissance).

Le Chapitre VI est consacré à des transformations des énoncés contenus dans le quatrième.

Le Chapitre VII est intitulé *de generali methodo transmutandarum æquationum* (de la méthode générale de transformation des équations). Il est divisé en deux sections comprenant, la première, les transformations qui altèrent les racines, et, la seconde, celles où les racines restent invariables.

Dans la première, Viète enseigne à augmenter ou à diminuer toutes les racines d'une grandeur donnée et à les modifier en raison donnée.

La seconde ne contient que des indications vagues sur la possibilité d'abaisser les degrés de quelques équations.

Le Chapitre VIII, intitulé, je ne sais pourquoi, *Singularia de Plasmate*, traite principalement de la manière de faire disparaître le second terme d'une équation, en affectant la racine (par addition ou soustraction) de la moitié, ou du tiers, ou du quart, ou du cinquième, etc., du coefficient de la racine, de son carré, de son cube ou de son carré-carré, etc., suivant que l'équation est quadratique, cubique, quadrato-quadratique, ou quadrato-cubique, etc., c'est-à-dire du second, du troisième, du quatrième ou du cinquième degré, etc.

Les Chapitres IX, X, XI, XII, XIII et XIV ne contiennent que des applications de ces *plasmata*.

Le Chapitre XV est remarquable en ce qu'il contient une théorie des équations du second degré, absolument parfaite et dont l'enseignement n'a pas profité. Ce chapitre est intitulé : *Ambiguitates radicum quarum potestates de homogeneis adfectionum in adæquationibus negantur, demonstratæ*, c'est-à-dire : démonstration de l'ambiguïté des racines dont les puissances (les plus hautes) sont retranchées de puissances moins élevées, affectées. On trouvera que ce titre contient l'indication d'une idée à la fois

fausse et incomplète; car Viète attribue la présence de deux solutions positives dans les équations

$$BA - A^2 = Z$$

et

$$BA^2 - A^3 = Z,$$

où A est l'inconnue, à ce que A^2 et A^3 sont retranchés de BA et de BA^2 (Z étant une grandeur affirmée). Cela est bien vrai pour l'équation du second degré, mais nous comptons trois racines pour l'équation du troisième degré et nous en compterions quatre et cinq pour des équations du quatrième et du cinquième degré, auxquelles cependant Viète voudrait que son théorème s'étendît, car il ajoute: *quod ad ulterioris ordinis æquationes posse extendi satis fit manifestum*, c'est-à-dire : il est assez manifeste que cela peut s'étendre aux équations de degrés supérieurs.

Il est vrai que Viète ne considère que les racines positives, c'est-à-dire les solutions proprement dites.

Quoi qu'il en soit, voici l'explication qu'il donne pour l'équation du second degré : supposons qu'on veuille que la différence entre B et A (A est l'inconnue) soit S et que B soit plus grand que S (B et S sont des données), il pourra se faire que B soit plus grand que A ou moindre; dans le premier cas on aura

$$B - A \text{ égale } S,$$

et dans le second,

$$A - B \text{ égale } S;$$

mais si on élève ces deux équations au carré, il viendra dans les deux cas

$$B \text{ quad.} - 2B \text{ in } A + A \text{ quad.} \text{ égale } S \text{ quad.},$$

et, comme B est plus grand que S,

$$2 B \text{ in } A - A \text{ quad. égale } B \text{ quad.} - S \text{ quad., égale } Z,$$

Z étant affirmé, et cette équation a deux solutions qui sont

$$A \text{ égale } B - S,$$

et

$$A \text{ égale } B + S.$$

On voit que Viète fait porter l'ambiguïté sur ce que

$$B^2 - 2BA + A^2$$

n'est pas plus le carré de $B - A$ que celui de $A - B$.

C'est cette remarque dont je dis que l'enseignement n'a pas su profiter : si l'on veut, par exemple, résoudre devant des enfants l'équation

$$x^2 - 12x + 32 = 0,$$

après l'avoir mise sous la forme

$$x^2 - 12x + 36 = 4,$$

on recourt à cette idée que 4 a deux racines carrées, l'une égale à + 2, et l'autre égale à - 2 ; tirant donc les racines des deux membres, on écrit :

$$x - 6 = \pm 2.$$

Mais l'ambiguïté n'était pas dans le second membre de l'équation : c'est $x^2 - 12x + 36$ qui a deux racines, étant aussi bien le carré de $6 - x$ que celui de $x - 6$. Il fallait donc écrire $x - 6$ égale 2, à moins que ce ne soit $6 - x$, ce qui revient à $x - 6 = \pm 2$.

Voici le raisonnement que fait Viète pour l'équation du troisième degré : l'équation quadratique

$$BA - A^2 = BD$$

a deux solutions; j'en tire, en retranchant DA des deux membres,

$$(B - D) A - A^2 = BD - DA = (B - A) D;$$

mais, d'après la première,

$$B - A = \frac{BD}{A};$$

donc, la seconde peut s'écrire

$$(B - D) A - A^2 = \frac{BD}{A} D$$

ou

$$(B - D) A^2 - A^3 = BD^2,$$

et cette équation cubique admet les deux solutions de l'équation quadratique.

Le Chapitre XVI est intitulé *De syncrissi. Syncrissi*, dit Viète, *est duarum æquationum correlatarum mutua inter se ad deprehendendam earum constitutionem collatio*, c'est-à-dire : la *syncrissi* est la comparaison de deux équations corrélatives, en vue d'obtenir leur constitution. En réalité, il s'agit surtout de savoir comment les coefficients se forment au moyen des racines.

Soit d'abord l'équation quadratique amphibologique

$$B \text{ in } A - A \text{ quad. égale } Z \text{ plan.};$$

comparons-lui l'équation

$$B \text{ in } E - E \text{ quad. égale } Z \text{ plan.},$$

E étant, comme on voit, la seconde solution.

Puisque *Z plan.* est égal à la fois à *B in A — A quad.* et à *B in E — E quad.*, il en résulte que

$$B \text{ in } A - A \text{ quad. } \text{égale } B \text{ in } E - E \text{ quad.},$$

ou

$$B \text{ in } (A - E) \text{ égale } A \text{ quad.} - E \text{ quad.};$$

appliquons les deux membres à $A - E$, nous aurons

$$B \text{ égale } A + E,$$

donc déjà B est la somme des *radices*.

Remplaçons B par $A + E$ dans la première, il viendra

$$\overline{A + E} \text{ in } A - A \text{ quad. } \text{égale } Z \text{ plan.},$$

ou

$$A \text{ in } E \text{ égale } Z \text{ plan.}$$

Donc la résolution de l'équation du second degré consistait à trouver deux grandeurs homogènes dont la somme fût B et dont la duction mutuelle produisît *Z plan.*

Prenons maintenant l'équation cubique amphibologique

$$B \text{ planum in } A - A \text{ cub. } \text{égale } Z \text{ solido},$$

et comparons-la à

$$B \text{ planum in } E - E \text{ cub. } \text{égale } Z \text{ solido};$$

en retranchant, et appliquant les deux membres à $A - E$, il vient

$$B \text{ plan. } \text{égale } A^2 + AE + E^2,$$

et, en remplaçant dans la proposée *B plan.* par sa valeur,

$$Z \text{ solidum } \text{égale } AE (A + E).$$

Viète ne fait pas ici intervenir la troisième racine parce qu'elle est négative ; son énoncé reste incomplet, mais la question sera reprise plus loin.

Viète compare ensuite, toujours par syncrisis, des équations à trois termes, dont l'un est changé de signe (il dit un ou deux, parce que le terme tout connu est excepté, étant toujours affirmé). Mais je ne vois là rien d'intéressant.

Je ne trouve non plus rien à noter dans les quatre derniers chapitres. Je passe donc au livre *De Emendatione æquationum*.

Ce livre se compose de quatorze chapitres, mais il contient beaucoup de répétitions, ce qui tient à ce que Viète a divisé son ouvrage en beaucoup trop de parties placées sous des titres différents et dont chacune ne contient, pour une même question, que ce qui peut rentrer sous le titre philosophique de ce chapitre ; de sorte que la même question revient plusieurs fois et ne se trouve finalement résolue que lorsque l'on en a déjà depuis longtemps saisi la solution. On est tout étonné alors de s'apercevoir que tout ce qu'on avait regardé comme suffisamment complet n'était, dans l'idée de l'auteur, qu'un simple préambule. Il en est ainsi, par exemple, des transformations dont Viète a parlé dans le livre *De Recognitione æquationum*, et qui reviennent dans celui *De Emendatione æquationum*. C'était au point de vue philosophique qu'il en parlait dans le premier, et il y revient au point de vue pratique dans le second ; mais nous ne reproduirons que ce que nous trouverons de nouveau.

Viète, dans son introduction, prévient que, dans ce livre, il s'occupera de l'analyse *numerosa*, ce qui concerne le point de vue géométrique devant trouver sa place ailleurs ; mais, je remarque

qu'il ne fait pas ce qu'il dit : le point de vue concret reprend toujours le dessus malgré lui.

Il existe cinq manières de préparer les équations :

- I. *Expurgatio per uncias.*
- II. *Transformatio* πρώτον-ἔσχατον.
- III. *Anastrophe.*
- IV. *Isomeria.*
- V. *Climactica Paraplerosis.*

Le plus sûr remède contre πολυπάθειαν est l'*expurgatio per uncias*.

Il y a πολυπάθεια lorsque l'équation contient l'inconnue sous de nombreuses affections (puissances); *uncia* est ce qu'il faut ajouter ou retrancher à l'inconnue pour faire disparaître l'affection immédiatement inférieure à la plus haute, c'est-à-dire pour faire disparaître le second terme de l'équation. Mais nous avons déjà vu cela en style moins héroïque.

La transformation πρώτον-ἔσχατον (du premier au dernier) est le remède contre l'embarras qui vient de ce qu'un terme est retranché (*remedium est adversus vitium negationis*); elle revient à notre transformation par inversion. Soit

A *cub.* — B *pl. in* A égale Z *solid.*;

c'est la négation du second terme qu'il faut faire disparaître.

En posant

$$A = \frac{Z \text{ solidum}}{E \text{ planum}},$$

il viendra

$$\overline{E \text{ plan. cub.}} + B \text{ pl. in } \overline{E \text{ pl. quad.}} \text{ égale } \overline{Z \text{ solid. quad.}}$$

Ainsi, au lieu de $x^3 - px = q$, on aura l'équation $x^3 + p'x^2 = q'$, et le terme soustractif aura disparu.

Viète indique ailleurs la transformation inverse de l'équation $x^3 + p'x^2 = q'$ en $x^3 - px = q$, qui a l'avantage de faire disparaître le carré de l'inconnue.

Il fait, au reste, usage de la même transformation dans d'autres buts, comme de rendre rationnel le terme tout connu, quand il est irrationnel. Exemple :

$$A \text{ cub.} - 10 A \text{ égale } \sqrt{48},$$

il pose

$$A \text{ égale } \frac{\sqrt{48}}{E},$$

$\sqrt{48}$ disparaît comme facteur commun.

L'anastrophe est employée contre l'amphibologie. Soit, par exemple, proposée l'équation :

$$B \text{ plan. in } A - A \text{ cub. égale } Z \text{ solid.}$$

Cette équation a deux solutions et n'est pas appropriée à l'analyse (*neque ad analysin idonea*). On la transforme d'abord en

$$A \text{ cub. égale } B \text{ plan. in } A - Z \text{ solid.};$$

on ajoute alors $E \text{ cub.}$ aux deux membres; il vient

$$A \text{ cub.} + E \text{ cub. égale } B \text{ plan. in } A + E \text{ cub.} - Z \text{ solid.}$$

Si $E \text{ cub.} - Z \text{ solid.}$ était $B \text{ plan. in } E$, l'équation aurait ses deux membres divisibles par $A + E$ et se réduirait à

$$A \text{ quad.} - A \text{ in } E + E \text{ quad. égale } B \text{ plan.};$$

on pose donc

$$E \text{ cub.} - Z \text{ solid. égale } B \text{ plan. in } E,$$

c'est-à-dire

E cub. — B plan. in E égale Z solid. ;

or, cette dernière n'a plus qu'une seule solution, et l'autre, qui est du second degré en A, donne les deux valeurs de A, après que E a été trouvé.

Il est clair que la transformation ne vaut rien, théoriquement; nous l'indiquons parce qu'il s'agit d'histoire.

L'Isométrie est employée contre le vice des fractions (*de Isoméria, adversus vitium fractionis*). Il s'agit de faire disparaître les dénominateurs, lorsqu'il y en a dans les termes qui suivent le terme de plus haut degré, sans introduire de coefficient à la plus haute puissance de l'inconnue.

La Climactique symétrique est employée contre le vice de dissymétrie (*adversus vitium asymmetriæ*). Il y a asymmétrie lorsque l'équation contient des coefficients irrationnels.

La transformation appelée Climactique Paraplérosine est définie par Viète en termes que je ne saurais traduire. Mais l'usage qu'il en fait est compréhensible. Il s'agit de ramener l'équation du quatrième degré à une équation du second en prenant comme intermédiaire une équation du troisième.

Soit l'équation

$$A^4 + G^2 A^2 + B^3 A = Z^4,$$

que nous écrivons, pour abrégér, à la mode moderne; Viète en tire

$$A^4 = Z^4 - G^2 A^2 - B^3 A;$$

il ajoute, de part et d'autre, $E^2 A^2 + \frac{1}{4} E^4$, E étant une nouvelle inconnue; il en résulte

$$A^4 + E^2 A^2 + \frac{1}{4} E^4 = (E^2 - G^2) A^2 - B^3 A + \frac{1}{4} E^4 + Z^4;$$

le premier membre est le carré de

$$A^2 + \frac{1}{2} E^2,$$

et, pour que le second soit également carré, il suffit que

$$B^6 = (E^2 - G^2) \left(\frac{1}{4} E^4 + Z^4 \right);$$

ce qui donne lieu à la résolution d'une équation du troisième degré en E^2 . E étant connu, on trouvera ensuite A par une équation du second degré.

Cette méthode est à peu près celle de Ferrari. Descartes a proposé depuis la décomposition du premier membre de l'équation du quatrième degré en deux facteurs du second. Il est probable que Viète ne connaissait pas la méthode italienne.

Jusqu'ici, Viète n'a encore résolu que l'équation du second degré, beaucoup mieux, il est vrai, que tous ses prédécesseurs; il va maintenant aborder la résolution de l'équation du troisième degré; je dis résolution, parce que Cardan ne nous donne que la vérification d'une formule juste, mais empirique.

Soit l'équation

$$A^3 + 3 B^2 A = 2 Z^3.$$

Viète pose

$$A = \frac{B^2}{E} - E,$$

E étant une nouvelle inconnue; il en résulte, par la substitution,

$$E^6 + 2 Z^3 E^3 = B^6,$$

équation du second degré en E^3 .

Il ne dit pas comment il est arrivé à cette transformation ;

mais il est évident qu'il a d'abord mis son équation sous la forme

$$A (A^2 + 3B^2) = 2Z^3,$$

et qu'il a cherché ce que devait être $\dot{A}$ pour que

$$A (A^2 + 3B^2)$$

devînt la différence de deux cubes. Pour cela, il fallait que A eût la forme $M - N$ et $A^2 + 3B^2$ la forme $M^2 + MN + N^2$. Mais si

$$A = M - N,$$

$$A^2 + 3B^2 = M^2 - 2MN + N^2 + 3B^2,$$

et, pour que la condition soit remplie, il faut que

$$B^2 = MN.$$

Le reste va de soi :

$$M = \frac{B^2}{N}$$

et

$$A = \frac{B^2}{N} - N.$$

Viète appelle cette méthode *duplicata Hypostasis*. Il en étend ensuite l'application aux autres cas de l'équation cubique.

Le dernier chapitre du livre *De Emendatione Aequationum* contient la composition d'une équation de degré quelconque, ayant autant de solutions qu'il y a d'unités dans son degré; il va jusqu'au cinquième degré et pourrait aller plus loin. Nous nous bornons à citer l'exemple relatif à l'équation cubique :

$$\text{Si } A \text{ cub.} - \overline{B + D + G} \text{ in } A \text{ quad.} + \overline{B \text{ in } D + B \text{ in } G + D \text{ in } G}$$

in A, æquetur B in D in G : A explicabilis est de qualibet illarum trium B, D vel G.

C'est-à-dire si l'on a l'équation

$$A^3 - (B + D + G)A^2 + (BD + BG + DG)A - BDG = 0,$$

les valeurs de A sont B, D et G.

On voit quels immenses progrès Viète fit faire à l'Algèbre, et comme tout est parfait dans sa méthode. On peut, je crois, caractériser son œuvre en deux mots : il fit de bonne Algèbre avec de l'excellente Géométrie.

Les autres ouvrages de Viète ne sont que secondaires par rapport à l'ensemble de ceux dont nous venons de rendre compte, qui constituent une doctrine entièrement neuve et presque complète; nous nous étendrons peu sur ceux qu'il nous reste à faire connaître.

Le Traité *De numerosa Potestatum Resolutione*, ou de la Résolution des Équations numériques, quoique fort étendu, n'est qu'un essai infructueux de résolution des équations de tous les degrés à coefficients numériques, fondé sur l'hypothèse fautive, quoique fort naturelle du temps de Viète, de la possibilité de résoudre une équation de degré m en cherchant les différentes manières de rendre son premier membre une puissance $m^{\text{ième}}$ exacte.

Le Traité intitulé : *Effusionum Geometricarum canonica Recensio* a pour principal objet la construction de quelques expressions algébriques et la résolution graphique des équations du second degré; on y trouve aussi les solutions d'un certain

nombre de problèmes de Géométrie du second degré, traités algébriquement.

Le *Supplementum Geometricæ* a pour buts principaux la trisection d'un angle et l'insertion au cercle du polygone régulier de sept côtés; mais Viète s'y propose aussi de ramener la résolution des équations cubiques ou quadrato-quadratiques à l'un ou l'autre des deux problèmes de la trisection de l'angle et de l'insertion de deux moyennes proportionnelles entre deux longueurs données.

On se rappelle qu'Ératosthène avait imaginé un instrument nommé Mésolabe, pour construire les deux moyennes proportionnelles à insérer entre deux longueurs données: dans le Traité intitulé *Pseudo-Mesolabum*, Viète se propose de restituer le procédé d'Ératosthène.

Dans les *Adjuncta Capitula*, Viète traite la question de construire le quadrilatère inscriptible qui aurait quatre côtés donnés, et revient sur l'inscription de l'heptagone régulier. Pour résoudre la question relative au quadrilatère inscriptible, il calcule une de ses diagonales et la construit.

Nous nous étendrons un peu plus sur la *Théorie des sections angulaires*. Viète forma les développements des cordes des multiples successifs d'un arc donné, en fonction de la corde de cet arc, et indiqua la loi de formation des coefficients, loi qui est naturellement moins simple que dans la formule dont nous nous servons, d'abord parce que, au lieu des cordes, nous y introduisons les sinus des arcs, mais surtout parce que notre formule contient à la fois le sinus et le cosinus de l'arc simple.

Viète, au sujet du problème inverse, remarque que les solutions du problème de la division d'un arc en un nombre m de

parties égales, tirées de l'équation qui donne la corde du multiple $m^{\text{ième}}$ d'un arc, se rapportent à la $m^{\text{ième}}$ partie de l'arc proposé et aux $m^{\text{ièmes}}$ parties de cet arc augmenté de une, deux, etc. $(m - 1)$ circonférences. Mais, à la vérité, il ne considère pas encore les racines négatives.

Il montre ensuite la possibilité de résoudre, par la division d'un arc en parties égales, les équations de tous les degrés qui pourraient s'identifier à celles qu'il a obtenues. C'est ainsi, du reste, qu'il ramena le cas irréductible du troisième degré au problème de la trisection de l'angle. C'est aussi ce qui lui permit de répondre immédiatement au défi porté à tous les Géomètres par Adrien Romain, de résoudre une équation du quarante-cinquième degré, qui était précisément celle dont dépendait la corde de la 45° partie d'un arc donné; *ut legi, ut solvi*, dit Viète. On s'est moqué d'Adrien Romain sans remarquer que le fait, au moins, prouve qu'il avait trouvé, de son côté, la formule de la corde de l'arc ma , connaissant la corde de l'arc a . Seulement, Adrien Romain n'avait vu dans son équation d'autre racine que la corde de la 45° partie de l'arc qu'il avait considéré, et Viète lui en fit voir les vingt et une autres racines positives.

En lui envoyant sa solution, Viète avait répondu au défi d'Adrien Romain par un autre défi : il lui proposait le problème du cercle tangent à trois cercles donnés, dont on savait qu'Apolonius s'était occupé dans son Traité perdu *De Tactionibus*. Il demandait une solution *géométrique*. Adrien Romain résolut le problème par l'intersection de deux hyperboles. Viète lui adressa alors la solution géométrique du problème, sous le titre : *Apolonius Gallus*. Il l'appelle *Clarissime Adriane*; mais il lui dit : *Dum circulum per hyperbolas tangis, rem acu non tangis*,

c'est-à-dire, en touchant le cercle par des hyperboles, tu ne touches pas la chose finement.

L'*Apollonius Gallus* se termine par deux appendices. Dans le premier, Viète donne les solutions géométriques de problèmes que Regiomontanus avait dit n'avoir pu résoudre; on va voir qu'ils n'étaient pas difficiles. Il s'agit de construire un triangle dont on donne la base, la hauteur et le rectangle fait sur les côtés; ou la base, la hauteur et la somme ou la différence des côtés; ou la base, la hauteur et l'angle au sommet.

Dans le second, il s'agit de problèmes relatifs à l'Astronomie, que Ptolémée, Albategni et Copernic s'étaient posés, mais qu'ils résolvent, dit Viète, *infelicitèr*.

Le livre *Variorum Responsorum de rebus mathematicis* traite de la construction de deux moyennes proportionnelles, de la trisection de l'angle, de la quadrature du cercle et de la quadratrice de Dinostrate. Viète trace l'histoire de ces différents problèmes, ou, du moins, donne des extraits des anciens auteurs sur ces diverses questions. On y trouve la formule du côté du polygone régulier de 2^n côtés, inscrit dans un cercle de rayon 1,

$$\sqrt{\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{2} + \dots}}}$$

Ce livre se termine par les deux Trigonométries.

Le *Munimen adversus nova Cyclometrica* est une réfutation des erreurs contenues dans un ouvrage où J. Scaliger croyait donner la solution du problème de la quadrature du cercle.

Enfin, dans sa *Relatio Kalendarii vere Gregoriani ad Ecclesiasticos doctores*, adressée à Clément VIII, Viète relève

les erreurs qu'il croyait avoir aperçues dans le travail de la Commission réunie par Grégoire XIII.



SCALIGER (JOSEPH-JUSTE).

(Né à Agen en 1540, mort à Leyde en 1609.)

Il était fils de Jules-César Scaliger. Il s'est illustré comme philologue et érudit. Il habita longtemps la Touraine, dans le château d'un riche seigneur. Les États de Hollande le nommèrent à une chaire à l'Université de Leyde et le demandèrent à Henri IV, qui eut beaucoup de peine à le laisser partir.

Ses immenses travaux sont presque tous purement littéraires; cependant, il a rendu un grand service à l'Astronomie en rétablissant toute la chronologie dans son *Opus de emendatione temporum*, publié à Paris en 1583.



ROTHMANN (CHRISTOPHE).

(Né vers 1540, mort vers 1610.)

Astronome du landgrave de Hesse-Cassel, Guillaume IV, il entra au service de ce prince en 1577 et dirigea son observatoire jusqu'en 1590. A cette époque, il visita Tycho dans son île de Hué et passa quelque temps dans son intimité.

Tycho l'accusa plus tard d'avoir abusé de ses confidences pour s'approprier l'idée de son système; mais Rothmann était copernicien avant d'avoir connu Tycho, et rien ne prouve qu'il se soit rendu aux raisons, d'ailleurs mauvaises, alléguées par son

hôte. Il est donc à croire que la crainte, bien plus qu'une réalité quelconque, a engagé Tycho à crier au plagiat.

Les observations de Rothmann ont été publiées avec d'autres par Snellius, en 1618, sous le titre : *Cœli ac siderum in eo errantium observationes*, etc.

Rothmann paraît avoir eu le premier l'idée d'attribuer la réfraction astronomique au passage de la lumière du vide dans l'air. On conçoit que les Anciens, ne sachant ni que l'atmosphère qui nous entoure appartient à la Terre, ni qu'il ne s'étend pas indéfiniment, ne pouvaient acquérir que des notions bien confuses de la réfraction atmosphérique.



GILBERT (GUILLAUME).

(Né à Colchester en 1540, mort en 1603.)

Médecin de la reine Élisabeth, puis de Jacques I^{er}. Il s'occupa beaucoup des propriétés des aimants, et, pour expliquer l'inclinaison et la déclinaison des aiguilles aimantées, admit, le premier, que la Terre est un aimant.

Ses recherches ont été réunies sous le titre : *De magnete magneticisque corporibus et de magno magnete Tellure* (Londres, 1600).



DASYPODIUS (CONRAD).

(Né à Strasbourg vers 1540, mort dans la même ville en 1600.)

Son véritable nom est *Rauchfuss* (pied velu); Dasypodius en est la traduction grecque.

Il professait les Mathématiques à Strasbourg; on lui doit un grand nombre de traductions d'ouvrages de mathématiciens grecs.

C'est sur ses dessins que fut construite, en 1580, l'horloge de la cathédrale de Strasbourg.



BESSON (JACQUES).

(Né à Grenoble vers 1540.)

Professeur de Mathématiques à Orléans. Il croyait pouvoir découvrir les sources souterraines, ce qui n'est pas impossible, et a transmis ses observations dans un ouvrage intitulé : *l'Art et la Science de trouver les eaux et les fontaines cachées sous terre* (1569). Il inventa aussi d'ingénieux appareils pour faciliter les démonstrations mathématiques : le *cosmolabe* et un *compas euclidien*.



GUIDO UBALDO DEL MONTE.

(Né en 1545, mort en 1607.)

Disciple de Commandin. Sa famille était une des plus illustres de l'Italie. Il porta les armes contre les Turcs. A son retour, en 1588, il fut nommé inspecteur général des forteresses de la Toscane. C'est vers cette époque qu'il se lia avec Galilée, dont il resta depuis lors l'ami et le protecteur fidèle, et à qui il gagna l'appui important de son frère, le cardinal del Monte. Il se retira, peu après, dans ses terres pour ne plus s'occuper que de travaux scientifiques.

Sa *Mécanique*, qui parut en 1577, contient la théorie des machines, déduite de celle du levier, étendue au cas où les forces ne sont plus parallèles. Elle repose sur une théorie élémentaire des moments et le principe des vitesses virtuelles y est énoncé comme remarque, dans les cas simples du levier et des moufles.

Sa *Théorie du planisphère* parut en 1579. Il s'y trouve des théorèmes intéressants sur la transformation des figures.

Il publia, en 1588, un commentaire sur le *Traité d'Archimède*, *De incidentibus in humido*, et un *Traité de Perspective*, en 1600. Il remarque dans ce dernier ouvrage que les perspectives de lignes parallèles vont concourir en un même point du tableau, celui où le tableau est percé par le rayon visuel qui leur est parallèle.

Il avait encore composé deux ouvrages, qui parurent après sa mort; l'un, intitulé : *Problèmes astronomiques*, et l'autre : *De Cochlea*.

Enfin, il a laissé des ouvrages qui sont restés manuscrits.



CATALDI.

(Né vers 1545, mort à Bologne vers 1626.)

Il professait déjà les Mathématiques à Florence en 1563; on le trouve ensuite professeur à l'Université de Pérouse en 1572. Il fut nommé en 1584 à la chaire de Mathématiques de l'Université de Bologne, où il paraît avoir achevé sa carrière.

Il publia, en 1603, un *Traité des Nombres parfaits*, définis comme dans Théon de Smyrne.

Son *Traité de la Manière expéditive de trouver la racine*

carrée d'un nombre contient deux méthodes, nouvelles alors, pour approcher indéfiniment de cette racine. La première consiste à corriger une valeur quelconque de cette racine en y ajoutant le quotient de la différence entre le nombre proposé et le carré de la valeur approchée de la racine, par le double de cette valeur approchée et à répéter la même opération sur chaque valeur corrigée. Dans la seconde, on pourrait dire que Cataldi développe la racine en fraction continue, s'il avait soin de faire en sorte que tous ses numérateurs fussent égaux à 1, mais il leur laisse prendre des valeurs entières quelconques.

Ainsi, au lieu de

$$\sqrt{18} = 4 + \frac{1}{4 + \frac{1}{8 + \frac{1}{4 + \frac{1}{8 + \dots}}}}$$

il trouve

$$\sqrt{18} = 4 + \frac{2}{8 + \frac{2}{8 + \frac{2}{8 + \dots}}}$$

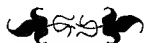
Il fait voir, du reste, que deux valeurs consécutives d'une pareille suite comprennent toujours entre elles la racine cherchée.

C'est lord Brouncker qui a constitué la théorie des fractions continues.

Dans son *Algèbre linéaire ou géométrique*, Cataldi construit les racines des équations du second degré, et quelques expressions algébriques. M. Libri trouve que c'est là de la Géométrie analy-

tique. C'est tout au plus l'inverse de ce que nous avons appelé *Application de la Géométrie à l'Algèbre*, et Viète avait précédé Cataldi dans cette transformation des opérations arithmétiques en constructions correspondantes.

Outre les ouvrages que nous venons de mentionner, Cataldi en avait publié beaucoup d'autres, mais qui ne sont que des traités didactiques.



TYCHO-BRAHÉ.

(Né à Knudstrup (Scanie) en 1546, mort à Prague en 1601.

Son père, Otto Brahé, ne se souciait pas de lui faire donner aucune éducation. Ce fut son oncle, Georges Brahé, qui le plaça à l'Université de Copenhague, à l'âge de treize ans. Une éclipse de Soleil, annoncée pour le 21 août 1560, ayant eu lieu au jour indiqué, le jeune Tycho en fut tellement impressionné qu'il en conçut un vif désir de s'appliquer à l'étude des Sciences.

Cette résolution, qui, suivant les préjugés du temps, était peu digne d'un gentilhomme, fut vivement combattue par sa famille. Cependant son oncle obtint de le faire partir, accompagné de son précepteur, André Sørensen Vedel, pour l'Université de Leipzig, avec ordre d'y suivre uniquement les cours de droit pour se préparer à occuper les hautes charges de l'État. Tycho trouva toutefois l'occasion de puiser quelques notions d'Astronomie dans les éphémérides de Stadius et d'apprendre à se servir des tables de Reinhold.

Tous ses instruments se bornaient alors à un globe céleste gros comme le poing, et à quelques cercles qu'il avait fabriqués

lui-même. Ces instruments lui suffirent néanmoins à constater quelques inexactitudes dans les tables en usage.

Sa famille le laissa enfin libre de suivre ses goûts. Il visita pendant cinq ans les différents observatoires d'Allemagne et de Suisse, cherchant partout à se lier avec les astronomes les plus distingués et à trouver des mécaniciens habiles pour la construction des instruments qu'il comptait se procurer. Une querelle qu'il eut durant ces voyages fut suivie d'un duel nocturne dans lequel son adversaire lui abattit le bout du nez.

Devenu, à la mort de son père, en 1571, seigneur de Knudstrup, il préféra s'établir au monastère de Herridsvad, situé dans le voisinage, et d'où il reconnut, le 11 novembre, dans la constellation de Cassiopée, la belle et singulière étoile de 1572 qui a donné lieu à tant de conjectures, de calculs et de controverses. Cette étoile resta visible jusqu'au mois de mars 1574, toujours au même point du Ciel; elle n'avait ni queue ni chevelure; elle surpassait en éclat Sirius, et atteignait presque la dimension apparente de Vénus.

On l'apercevait d'abord en plein jour, elle perdit peu à peu son éclat et finit par disparaître entièrement. Elle fit l'objet du premier ouvrage de Tycho-Brahé : *De nova stella anni 1572*, qui parut en 1573. Tycho-Brahé n'était pas encore bien convaincu, alors, qu'il convînt à un homme de sa condition de rien faire imprimer : il lui fallut les conseils de ses amis pour l'ébranler; l'un d'eux, Pratensis, sans plus le consulter, livra le manuscrit à l'imprimeur.

C'est à cette époque (1573) que Tycho-Brahé se maria; il épousa la fille d'un pasteur ou d'un paysan, nommée Christine, avec laquelle il vécut heureux, mais que, à cause de l'obscurité de sa

naissance, sa famille ne voulut jamais reconnaître; il en eut six enfants.

Après avoir, en 1573, sur l'invitation du roi Frédéric II, professé quelque temps l'Astronomie à l'Université de Copenhague, il entreprit un nouveau voyage et se rendit en Suisse; on dit même, ce qui paraît douteux, qu'il formait le projet d'abandonner sa patrie pour se fixer à Bâle, lorsque le roi de Danemark lui fit don de l'île de Hveen, l'investit d'un fief situé en Norvège et d'un canonicat dont les revenus étaient de 2000 écus, enfin lui assura en outre une pension de 5000 écus. Grâce à ces dons magnifiques, provoqués par le savant chancelier Pierre Oxe, Tycho-Brahé put faire ériger son magnifique château d'Uranienborg (palais d'Uranie), et, plus tard, l'observatoire de Stalleborg (château des Étoiles). Les instruments que Tycho-Brahé y réunit se trouvent décrits, ainsi que l'observatoire, dans son ouvrage intitulé : *Astronomiæ instauratæ mechanica* (Nuremberg, 1602). Il évalua à plus de 100 000 écus danois l'argent qu'il y consacra.

Voici les principaux articles de la description qu'il adressa au landgrave de Hesse, astronome lui-même, qui désirait compléter son observatoire : un demi-cercle de 6 coudées de diamètre, porté sur un cercle azimutal de 4 coudées de diamètre; un sextant astronomique; un quart de cercle en cuivre de $2\frac{1}{2}$ coudées de rayon, avec un cercle horizontal de 3 coudées de diamètre; des règles construites sur le modèle de celles de Ptolémée, mais en cuivre, et portant les divisions de la table des sinus à cinq chiffres; un quart de cercle avec son horizon et ses alidades; une horloge de cuivre marquant les secondes (?), dont la roue principale a 2 coudées de diamètre et 1200 dents. Dans un autre observatoire, se trouve l'armille équatoriale en cuivre, de 4 cou-

dées. Un troisième observatoire contient des règles parallactiques de $4\frac{1}{2}$ coudées, couvertes en cuivre, l'horizon a 12 pieds de diamètre; un demi-sextant de 4 coudées de rayon, un sextant entier, les règles parallactiques qui avaient appartenu à Copernic. Dans un autre petit observatoire, sont des armilles équatoriales servant à suppléer aux précédentes, parce que la construction du bâtiment ne permet pas de voir tout le ciel d'un même point; un grand quart de cercle placé dans le plan du méridien, où les sixièmes de minute sont donnés par des transversales. Un grand globe de 6 pieds de diamètre, où furent reportées toutes les étoiles observées par Tycho-Brahé, se trouvait dans la salle de la bibliothèque, qui servait de cabinet de travail aux calculateurs, dont le nombre allait souvent jusqu'à huit. Dans un souterrain à toit mobile, se trouvait un demi-cercle de 6 coudées de diamètre; dans un autre était une grande machine parallactique ou équatoriale dont le cercle avait 9 coudées de diamètre. C'est la plus grande qui ait jamais été construite. Dans un troisième était attaché à une colonne en fer un grand carré vertical circonscrit à un quart de cercle de 5 coudées de rayon, divisé en sixièmes de minute, et donnant les sinus avec six chiffres. Ce quart de cercle était accompagné d'un azimutal de 9 coudées de rayon, recouvert en cuivre. Un quatrième souterrain contenait les mêmes instruments que le troisième, mais d'un plus petit modèle. Un cinquième souterrain renfermait des armilles zodiacales, dont le méridien, en acier, avait 3 coudées de diamètre. Des instruments portatifs venaient compléter la collection, qui, comme on le voit, était magnifique. La grande dimension des appareils s'explique par le défaut de lunettes et ne suffisait pas encore à donner une bien grande approximation. Un petit équatorial de 1^m de dia-

mètre, muni de lunettes à réticules micrométriques, donnerait à lui seul aujourd'hui des résultats bien supérieurs à ceux qu'on pouvait obtenir d'une aussi grandiose collection.

L'île de Hveen devint bientôt un lieu célèbre, où l'Astronomie et les diverses Sciences qui s'y rattachent étaient cultivées avec un éclat inconnu dans les plus grandes villes et même dans les universités les plus renommées. Les princes, les savants venaient des contrées les plus lointaines y visiter l'illustre maître; une foule de disciples se pressaient à ses leçons, disciples qu'il entretenait avec une magnificence vraiment royale.

A la mort de Frédéric II (1588), Tycho-Brahé se trouva, sans défense, en butte aux rancunes de la noblesse, dont il avait excité la jalousie et secoué les préjugés; un de ses membres surtout, Christophe Valkendorf, dont il s'était fait depuis longtemps un ennemi, n'omit rien pour lui susciter des difficultés et ne se lassa pas qu'il ne lui eût fait retirer son fief, son bénéfice et sa pension.

Décidé à quitter son île pour se retirer en Allemagne, Tycho partit d'Uranienborg le 29 avril 1597, pour se rendre d'abord à sa maison de Copenhague, où il fit transporter ses livres, son imprimerie et ses instruments; mais on ne le laissa pas même s'y établir. Il remballa donc tous ses instruments et partit pour l'Allemagne avec sa femme et ses enfants.

« Privé, dit-il, de tous moyens de travailler à la perfection de l'Astronomie et voyant que des goûts auxquels je ne croyais pouvoir renoncer sans crime étaient vus de si mauvais œil dans ma patrie, il ne me restait qu'à quitter ce pays et faire en sorte que tant de peines ne fussent pas entièrement perdues. A peine avais-je quitté le Danemark que le chancelier, faisant l'ac-

quisition de ma prébende, la convertit à son propre usage et m'ôta ainsi toute espérance de rentrer dans cette possession. Je demurai à Rostock pendant trois mois, malgré l'épidémie régnante, afin de donner aux ministres le temps de faire de plus mûres réflexions; mais Henry de Rançon m'ayant invité à me préserver de la contagion, j'acceptai un asile dans son château de Wandenburg, à un demi-mille de Hambourg; là je passai l'hiver, soit à continuer mes observations, soit à travailler à des ouvrages commencés.»

En 1599, l'empereur Rodolphe II lui offrit un asile à Prague avec un traitement de 3000 écus d'or, sans compter d'autres revenus éventuels; mais Tycho ne profita pas longtemps de cette faveur, car il mourut deux ans après, le 24 octobre 1601. Il expira doucement, entre les consolations, les prières et les larmes de sa femme, de ses enfants et de ses collaborateurs, Képler, Fabricius et Muller. La nuit précédente, pendant son délire, il répéta plusieurs fois les mots : *Ne frustra vixisse videar* et fit promettre à Képler de terminer ses tables et de veiller à leur publication. Sa mort fut un coup fatal pour sa famille. L'empereur, qui avait promis de la soutenir, l'oublia; elle ne toucha même pas les 20 000 rixdalers que produisit la vente de ses instruments. La veuve de Tycho mourut dans la misère, à Meissen, en 1604, et tout ce qu'on sait de ses enfants, c'est qu'ils ne retournèrent jamais dans leur pays.

Tycho-Brahé avait le cœur grand et généreux, l'âme élevée et libre de préjugés, mais le caractère violent et emporté, ce qui explique en partie, sans les excuser, les persécutions dont il a été l'objet.

Tycho-Brahé a apporté de notables améliorations à la théorie

de la Lune. Le premier, il tint compte, dans le calcul, de la réfraction et proposa les premiers éléments de la théorie des comètes. Malheureusement il combattit Copernic et prit trop au sérieux les folles doctrines de l'Astrologie. C'est avec le secours de ses *Observations* que Képler trouva les trois fameuses lois qui ont immortalisé son nom.

Les ouvrages imprimés de Tycho-Brahé sont : *De nova stella anni*, 1572, dont nous avons déjà parlé; *De mundi ætherei recentioribus phænomenis* (1588); *Tychonis-Brahæ apologetica responsio ad cujusdam peripatetici in Scotia dubia, sibi de parallaxi cometarum opposita* (1591); *Tychonis-Brahæ, Dani, epistolarum astronomicarum libri* (1596); *Astronomiæ instauratæ mechanica* (1578); *Progymnasmata*, (Uranienborg, 1587-1589); *Tychonis-Brahæ, de disciplinis mathematicis oratio, in qua simul astrologia defenditur et ab objectionibus dissentientium vindicatur* (posthume); *Collectanea historiæ cœlestis*. C'est le recueil de ses observations qui fut confié après sa mort à Képler et qui n'a été imprimé que bien plus tard.

Le plus important de ces ouvrages, au point de vue théorique, est celui qui porte le titre de *Progymnasmata*. L'auteur débute en disant : « Copernic a pensé qu'on devait faire du Soleil le centre des mouvements célestes; son hypothèse est fort ingénieuse, mais elle n'est pas conforme à la vérité; nous laisserons donc la Terre immobile au centre du monde et nous ferons tourner le Soleil autour d'elle. » Il serait difficile de connaître les motifs qui déterminèrent Tycho-Brahé à se prononcer pour l'immobilité de la terre; peut-être la secrète vanité d'ériger un nouveau système y eut-elle la plus grande part; peut-être aussi la crainte de se rendre l'Église hostile le retint-elle, mais son caractère entier

rend cette supposition peu probable. L'esprit de Tycho-Brahé n'était pas naturellement spéculatif; il n'a montré de véritable génie que comme observateur; il nous semble que son erreur est suffisamment expliquée par là. Tycho-Brahé, quoique fortement attaché à son opinion, ne parle, au reste, jamais de Copernic qu'avec les plus grands éloges.

Tycho-Brahé commença par reviser toute la théorie du Soleil. Par la comparaison de dix équinoxes, il trouve l'année de $365^j\ 5^h\ 49^m$ et le mouvement diurne $0^{\circ}\ 59'\ 8''\ 19'''\ 43^{iv}\ 40^v$. Ces résultats sont bien plus exacts que tous ceux qu'on avait obtenus avant lui. Il avait remarqué que l'angle de l'équateur avec l'horizon, donné par l'observation des solstices, n'était pas le complément de la hauteur apparente du pôle. Il en conclut la réfraction et se proposa d'en tenir compte.

Le phénomène de la réfraction atmosphérique avait été soupçonné par Ptolémée et décrit par l'Arabe Alhazen, dont Tycho connaissait les ouvrages, car il les cite; mais aucun astronome avant Tycho n'avait dressé de table pour servir à faire la correction. Pour établir la sienne, Tycho, supposant la réfraction nulle à la hauteur de 57° , où s'élevait le Soleil au solstice d'été, à Uranienborg, suivit le mouvement apparent du Soleil depuis son lever jusqu'à son coucher, et le compara à celui qu'il aurait eu dans son parallèle, si la réfraction n'eût pas augmenté sa hauteur. Les erreurs de la table qu'il construisit ne dépassent jamais $2'$. Il est remarquable, au reste, que Tycho n'attribuait pas la réfraction au passage de la lumière du vide dans l'atmosphère, mais à l'influence des vapeurs contenues dans l'air. Les bonnes raisons que Rothmann lui opposait ne purent pas le convaincre.

Ses observations lui permirent de rectifier la valeur de l'obliquité de l'écliptique, qu'il trouva de $23^{\circ} 31',5$ tandis que Copernic et Regiomontanus l'avaient faite de $23^{\circ} 28'$.

Les belles recherches de Tycho sur le Soleil sont encore dépassées par celles qu'il fit sur la Lune. Les observations d'Hipparque avaient principalement porté sur les syzygies et lui avaient permis de déterminer l'excentricité de l'orbite de la Lune; celles que Ptolémée y avait ajoutées sur les quadratures lui avaient fait découvrir l'*évection*; Tycho s'attacha aux octants et découvrit la *variation*, additive dans le premier et le quatrième octant, soustractive dans les deux autres. Cette découverte portait immédiatement Tycho sur le rang de Ptolémée; il y ajouta celle plus importante encore de l'inégalité de l'obliquité de l'orbite lunaire et de l'équation du nœud. Tous les anciens avaient supposé constant et égal à 5° l'angle du plan de l'orbite lunaire avec celui de l'écliptique; Tycho reconnut que l'orbite éprouvait dans le cours de chaque lunaison un balancement sensible, que l'inclinaison de 5° , plus exactement $4^{\circ} 58' 30''$, convenait bien aux syzygies, mais qu'elle s'élevait à $5^{\circ} 17' 30''$ dans les quadratures.

D'un autre côté, on avait regardé la révolution de la ligne des nœuds comme uniforme; Tycho constata l'inégalité de sa vitesse angulaire et en détermina les variations. Imitant alors pour la Lune l'explication que Copernic avait proposée de la précession des équinoxes, il donna au pôle de l'orbite lunaire un mouvement de rotation autour de son lieu moyen.



PEGEL (MAGNUS).

(Né à Rostock en 1547, mort vers 1610.)

Après s'être fait recevoir docteur en médecine, il professa les Mathématiques et la Physique à Rostock, puis à Helmstædt.

Il a laissé un curieux ouvrage : *Thesaurus rerum selectarum magnarum, dignarum, utilium, suavium, pro generis humani salute oblatus* (1604), qui contient l'exposition de diverses inventions mécaniques.



STEVIN (SIMON).

(Né à Bruges vers 1548, mort à Leyde en 1620.)

Ingénieur des digues de Hollande, il s'est principalement occupé de Mécanique et d'Hydrostatique ; toutefois il aurait déjà employé en Algèbre la notation des puissances à l'aide des exposants numériques et, suivant M. Budan de Boislaurent, étendu même cette notation au cas des exposants fractionnaires ; c'est probablement à lui qu'est due la connaissance de la génération de l'ellipse au moyen du cercle, dont les ordonnées seraient raccourcies dans un rapport donné ; il avait indiqué quelques propriétés de la loxodromie, appliqué d'une façon intéressante, à la construction de certaines expressions algébriques, le théorème de Ptolémée relatif aux segments déterminés par une transversale sur les côtés d'un triangle et porté ses études de perspective assez loin pour oser se poser ce problème général, qu'il résolvait dans quelques cas particuliers : *deux figures qui sont perspectives l'une de l'autre étant données, placer l'une par rapport à l'autre de manière que la perspective ait lieu, et déterminer la position de l'œil.*

Stevin résolut le premier le problème de l'équilibre d'un corps placé sur un plan incliné et celui, beaucoup plus important, de l'équilibre de trois forces appliquées à un même point.

L'Hydrostatique lui doit l'explication du fameux paradoxe sur la pression exercée par un liquide sur le fond d'un vase conique. Il démontre successivement, par l'expérience et par un raisonnement juste, que la pression est toujours égale au poids du liquide que contiendrait un cylindre ayant pour base le fond du vase et pour hauteur la distance de ce fond au niveau. On lui attribue encore la connaissance de la pesanteur de l'air.

Ses ouvrages écrits en flamand ont été traduits en latin par Snellius et réunis sous ce titre : *Hypomnemata, id est de Cosmographia, de praxi Geometriæ, de Statica, de Optica, etc.* Albert Girard en a donné une édition française comprenant : le *Traité d'Arithmétique*, les *Six livres d'Algèbre de Diophante* (les quatre premiers avaient été traduits par Stevin, Albert Girard y a joint les deux derniers), la *Pratique de l'Arithmétique* et l'*Explication du X^e livre d'Euclide*, la *Cosmographie*, la *Géographie* et l'*Astronomie*, la *Pratique de Géométrie*, la *Statique*, l'*Optique*, la *Castramétation*, la *Fortification par écluses* et le *Nouveau système de fortification*. Stevin a été incontestablement un géomètre très distingué.

La découverte de la condition de l'équilibre des forces concourantes a une telle importance et les moyens de démonstration employés par Stevin sont tellement curieux qu'on nous saura sans doute gré de donner ici de son ouvrage un extrait qui permette de prendre une idée nette de sa théorie.

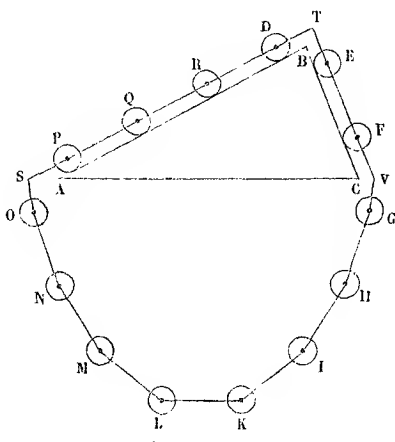
Cette théorie est précédée de l'avertissement suivant : « Jusques icy ont esté déclarées les propriétés des pesanteurs directes ; sui-

vent les propriétés et qualités des obliques, desquelles le fondement général est compris au théorème suivant. »

Théorème.

« Si un triangle a son plan perpendiculaire à l'horizon et sa base parallèle à iceluy; et sur un chacun des deux autres costez un poids sphérique, de pesanteur égale : comme le costé dextre

Fig. 1.



du triangle (est) au sénestre, ainsi la puissance du poids sénestre (sera) à celle du poids dextre.

« Soit ABC un triangle ayant son plan perpendiculaire à l'horizon, et sa base AC parallèle à iceluy horizon; et soit sur le côté AB (qui est double à BC) un poids en globe D, et sur BC un autre E, égaux en pesanteur et en grandeur.

« Il faut démontrer que, comme le costé AB₂ (est) au costé BC₁, ainsi la puissance ou pouvoir du poids E (est) à celle de D.

« Soit accommodé à l'entour du triangle un entour de 14 globes, égaux en pesanteur, en grandeur, et équidistans, comme D, E, F, G, H, I, K, L, M, N, O, P, Q, R, enfilez d'une ligne passant par leurs centres, ainsi qu'ils puissent tourner sur leurs susdits centres, et qu'il y puisse avoir 2 globes sur le côté BC, et 4 sur BA, alors comme ligne (est) à ligne, ainsi le nombre des globes (est) au nombre des globes : qu'aussi en S, T, V soient trois poincts fermes (fixes), dessus lesquels la ligne, ou le filet puisse couler, et que les deux parties au-dessus du triangle soient parallèles aux côtés d'iceluy AB, BC; tellement que le tout puisse tourner librement et sans accrochement, sur lesdits côtés AB, BC.

« Si le pouvoir des poids D, R, Q, P, n'était pas égal au pouvoir des deux globes E, F, l'un costé sera plus pesant que l'autre. Supposons donc (s'il est possible) que les quatre D, R, Q, P, soient plus pesans que les deux E, F; mais les quatre O, N, M, L, sont égaux aux quatre G, H, I, K; par quoy le costé des huit globes D, R, Q, P, O, N, M, L, sera plus pesant selon leur disposition, que non pas les six E, F, G, H, I, K, et puisque la partie plus pesante emporte la plus légère, les huit globes descendront et les six autres monteront : qu'il soit ainsi donc, et que P vienne où O est présentement et ainsi des autres; voire que E, F, G, H, viennent où sont maintenant P, Q, R, D, aussi I, K, où sont maintenant E, F. Ce néant moins, l'entour des globes aura la même disposition qu'auparavant et, par même raison, les huit globes auront le dessus en pesanteur, et, en tombant, feront revenir huit autres à leurs places, et, ainsi, ce mouvement n'aurait aucune fin, ce qui est absurde. Et de mesme sera la démonstration de l'autre costé.

« La partie donc de l'entour D, R, Q, P, O, N, M, L sera en équilibre

avec la partie E, F, G, H, I, K. Que si l'on ôte des deux costés les pesanteurs égales et qui ont mesme disposition, comme sont O, N, M, L, d'une part, et G, H, I, K, d'autre part, les quatre restans D, R, Q, P, seront et demeureront en équilibre avec les deux E, F. Par quoy E aura un pouvoir double au pouvoir de D.

« Comme donc le costé AB 2 est au costé BC 1, ainsi le pouvoir de E est au pouvoir de D. »

Les conséquences que Stevin tire immédiatement de ce théorème sont évidentes :

1^o Deux corps reposant sur deux plans inclinés adossés l'un à l'autre se font équilibre aux deux bouts de la corde qui les unit, lorsque leurs poids sont proportionnels aux longueurs des deux plans (on suppose naturellement que les deux brins de la corde sont parallèles aux deux plans et dirigés vers les centres de gravité des deux corps).

2^o Le théorème s'applique encore lorsque l'un des plans est vertical et que la corde, passée sur une poulie, a l'un de ses brins parallèle au plan incliné sur lequel repose l'un des corps, tandis que l'autre brin pend librement au delà de la poulie.

3^o Un corps placé sur un plan incliné est retenu en équilibre lorsqu'il est tiré de bas en haut, parallèlement à la ligne de plus grande pente du plan, par une puissance, ayant avec le poids du corps un rapport égal à celui de la hauteur du plan à sa longueur.

Mais Stevin va encore plus loin et tire de son théorème la condition d'équilibre de trois forces concourantes :

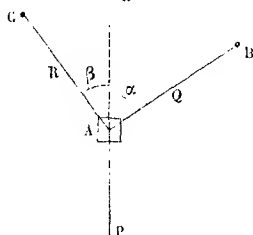
Soit A un corps de poids P, tiré par deux puissances Q et R dirigées suivant AB et AC; si on considère ce corps comme placé sur le plan incliné AB, Q peut détruire la portion de P qui est à Q comme la longueur de AB est à la hauteur; de même

R peut détruire la portion de P qui est à R comme la longueur de AC est à sa hauteur; pour l'équilibre, il faut que les portions de P que peuvent détruire Q et R, ajoutées, fassent P; on tire immédiatement de là la condition :

$$P = Q \cos \alpha + R \cos \beta,$$

α et β désignant les angles des deux forces Q et R avec la verticale. Stevin ne va pas jusque là, il dit simplement : il appert que si une colonne (il prend pour exemple un cylindre, mais cela

Fig. 2.



importe peu) est attachée par deux lignes (cordes) non parallèles, on pourra cognoître combien chaque ligne soustiendra, ou de quelle force chaque ligne agira. Mais Albert Girard donne la raison de Q à R, d'une façon il est vrai très compliquée, parce qu'il y fait intervenir l'axe de la colonne, dont la direction n'a rien à voir dans la question.



DITHMARSUS (URSUS).

(Né vers 1549.)

Il est connu par sa table des sinus, calculée par la méthode des différences, et par ses querelles avec Tycho-Brahé. Tycho pré-

tendit que Dithmarsus lui avait volé sa méthode des différences, dans une visite à Huen en 1584. D'autre part, Dithmarsus réclamait l'invention du système du monde de Tycho. Le plagiat peut fort bien n'exister ni d'un côté ni de l'autre.



BYRGE.

(Né à Lichtenstein en 1549, mort en 1632.)

Fut un des plus habiles constructeurs d'instruments de Mathématiques de son temps, et employé à ce titre par le landgrave de Hesse, Guillaume IV, puis par l'Empereur. Il passe pour être l'inventeur du compas de réduction. Il publia, à Prague, en 1620, une table de logarithmes plus judicieusement disposée que celles que nous employons encore aujourd'hui, en ce qu'il y faisait croître les logarithmes en progression arithmétique, au lieu que, dans nos tables, ce sont les nombres qui varient en progression arithmétique, ce qui est absolument vicieux.

Ce sont les logarithmes hyperboliques que Byrge avait inscrits dans sa table; il serait difficile de savoir s'il avait eu connaissance de l'invention de Néper.

L'ouvrage où Néper développe cette invention est de 1614, antérieur, par conséquent, de six ans à celui de Byrge, ce qui assure à Néper la priorité. Mais il est peu probable qu'en six années Byrge ait pu apprendre l'existence de l'ouvrage du géomètre écossais, étudier cet ouvrage, se disposer à réaliser l'invention qu'il indiquait, calculer effectivement 33 000 nombres correspondants à 33 000 logarithmes en progression arithmétique et faire imprimer la table contenant le tout en sept feuilles et demie.



NEPER OU NAPIER (JEAN, BARON DE MERCHISTON).

(Né en 1550, mort en 1617.)

Il paraît avoir eu une existence très tranquille, car on n'en connaît aucun détail. L'ouvrage où il expose son invention est intitulé : *Logarithmorum canonis descriptio, seu arithmeticonum supputationum mirabilis abbreviatio, ejusque usus in utraque trigonometria, ut etiam in omni logistica mathematica amplissimi, facillimi et expeditissimi explicatio, authore ac inventore Joanne Nepero barone Merchistonii, Scoto*. Il est de 1614.

Neper, dans cet ouvrage, n'indiquait pas la méthode dont il s'était servi pour calculer les logarithmes ; il promettait seulement de la donner plus tard ; mais la mort l'en empêcha. C'est son fils qui la fit connaître en publiant, en 1618, le manuscrit laissé par son père, sous le titre : *Mirifici logarithmorum canonis constructio et eorum ad naturales ipsorum numeros habitudines una cum appendice de alia eaque præstantiori logarithmorum specie condenda*, etc.

Les connaissances mathématiques de Neper étaient bien loin d'être aussi étendues qu'on est naturellement porté à le supposer par les difficultés apparentes que présentait l'établissement des tables qu'on lui doit ; la méthode qu'il a suivie pour les construire est extrêmement ingénieuse, mais elle le dispensait de toute théorie. Non seulement Neper ne songeait en aucune façon à la quadrature de l'hyperbole en calculant ses logarithmes, qu'on a nommés hyperboliques, mais il lui eût même été assez difficile d'en indiquer ce que nous nommons la base ; quant à en imaginer le développement en série, il en était encore plus éloigné. Le progrès des Sciences a été si rapide à partir de 1600, que la con-

fusion s'établit naturellement quand on néglige de remonter aux sources. Voici le procédé qu'employa Neper pour former la progression géométrique dont les termes devaient occuper l'une des colonnes de sa table. La raison de cette progression, qu'il faisait décroissante, étant supposée $1 - \frac{1}{10^7}$, chaque terme devait être égal au précédent, diminué de sa $n^{\text{ième}}$ partie; le calcul n'exigeait donc que de simples soustractions. Les progressions de Neper sont :

$$0, \frac{1}{10^7}, \frac{2}{10^7}, \frac{3}{10^7}, \dots$$

pour la progression par différence, et

$$10^7, 10^7 \left(1 - \frac{1}{10^7}\right), 10^7 \left(1 - \frac{1}{10^7}\right)^2, \text{etc.},$$

pour la progression par quotient, de sorte que le logarithme décroissait quand le nombre augmentait. On voit que le module du système était, à peu près, -1 .

Pour former la table des logarithmes sinus, Neper démontrait que $\log \sin A$ est compris entre $(1 - \sin A)$ et $(\coséc A - 1)$. En conséquence, pour calculer $\log \sin A$, il prenait les moyennes arithmétique et géométrique entre $(1 - \sin A)$ et $(\coséc A - 1)$, pour s'assurer qu'elles différaient peu l'une de l'autre, et gardait dans ce cas la moyenne géométrique pour la valeur de $\log \sin A$. Cette moyenne géométrique est

$$\frac{1 - \sin A}{\sqrt{\sin A}} ;$$

elle n'exigeait donc pas un calcul bien long.

Neper avait à peine publié son canon des logarithmes, qu'il avait formé le projet d'en changer la disposition, en donnant l'unité pour logarithme au nombre 10.

Il paraît être le premier savant qui ait substitué le calcul décimal au calcul des fractions ordinaires.

On connaît les analogies (proportions) qui portent son nom et qui servent à calculer les extrêmes de cinq parties consécutives d'un triangle sphérique, connaissant les trois intermédiaires.

Neper eut le plaisir de voir son invention adoptée par Briggs, professeur de Mathématiques à l'Université d'Oxford, qui fit exprès le voyage d'Édimbourg pour venir en conférer avec lui et lui soumettre ses idées pour l'établissement des tables des logarithmes vulgaires. Les calculs projetés devaient exiger des extractions de racines cinquièmes; Neper indique le moyen de tout ramener à des racines carrées.

Il est remarquable que l'ouvrage de Neper contient déjà les idées de fluxions, de fluentes et d'incréments infinitésimaux; et que l'auteur, comme Newton devait le faire systématiquement plus tard, emploie souvent dans ses explications des images tirées de l'ordre des faits dynamiques.



MÆSTLIN (MICHEL).

(Né en Wurtemberg en 1550, mort en 1631)

Ce fut lui qui, pendant un voyage en Italie, détermina Galilée à abandonner le système de Ptolémée, pour adopter celui de Copernic.

Après avoir été diacre à Bagnang (1576), il enseigna les Ma-

thématiques à Heidelberg (1580) et à Tubingue (1584). Il eut Képler pour disciple.

C'est lui qui, le premier, a donné l'explication de la lumière cendrée de la Nouvelle Lune.



SARPI (FRA PAOLO).

(Né à Venise en 1552, mort dans la même ville en 1623.)

Son père, qui était marchand, ayant perdu sa fortune, il entra dans l'ordre des Servites, à l'âge de treize ans. Il étudia le grec, l'hébreu, la Théologie, la Philosophie, l'Histoire, le droit public, les Sciences naturelles, l'Anatomie, les Mathématiques et l'Astronomie. Il a joué un rôle important dans la République de Venise, dont il était le théologien et le jurisconsulte, notamment à l'occasion des dissentiments qui s'élevèrent entre Venise et le pape Paul V. Il est surtout connu pour son histoire du *Concile de Trente*, réimprimée un grand nombre de fois et traduite dans presque toutes les langues.

Nous lui donnons une place dans cette *Histoire* à cause de son affection pour Galilée et de la protection dont il l'entoura. Il était du reste en relation avec tous les savants de l'Europe; et ses vues, qu'il répandait libéralement, n'ont pas été inutiles au progrès.

On lui a attribué la découverte de la circulation du sang, dès 1580.

Il fut, en 1607, victime d'un guet-apens, qu'on a supposé avoir été dirigé par Paul V, parce qu'il en avait combattu les prétentions.

Depuis la guérison de ses blessures, il ne sortit plus guère de son couvent.

Ses funérailles furent célébrées en grande pompe par le Gouvernement de Venise, et sa mort fut officiellement notifiée à toutes les puissances.



BALDI (BERNARDIN).

(Né à Urbino en 1553, mort en 1617.)

Il avait été élève de Commandin. Sa famille voulait qu'il se fît médecin, mais les Mathématiques l'attiraient invinciblement. Il fut chargé de les enseigner à Fernand Gonzague, prince de Mantoue, puis fut nommé à l'abbaye de Guastalla, qu'il abandonna, du reste, peu de temps après.

Il avait, à vingt ans, traduit les *Automates*, de Héron l'Ancien. Plus tard il étudia les langues orientales et donna des traductions d'un assez grand nombre d'ouvrages arabes. Il avait écrit une *Histoire des Mathématiques*, qui est restée inédite, à l'exception de quelques fragments, les biographies de Héron, de Vitruve et de Commandin; le manuscrit est entre les mains du prince Boncompagni. Outre les *Automates* dont il avait donné la traduction dans sa jeunesse, il traduisit plus tard les *Machines de guerre*.

Il apprenait constamment de nouvelles langues et en savait seize à la fin de sa vie.



VALÉRIO LUCA.

(Né vers 1553, mort en 1618.)

Il fut professeur de Mathématiques à Rome. On a de lui : *De centro gravitatis solidorum* (Rome, 1604), ouvrage remarquable

pour le temps, où l'auteur détermine les centres de gravité de tous les segments formés dans les conoïdes des anciens, par des plans parallèles à la base. Il publia aussi un *Traité de la quadrature de la parabole* par une méthode différente de celle d'Archimède. Ces deux ouvrages ont été réimprimés à Bologne en 1661.



MAGINI (JEAN-ANTOINE).

(Né à Padoue en 1555, mort à Bologne en 1617.)

Ami de Képler. Outre ses cartes de l'Italie, les plus parfaites qu'on eût vues encore, il a laissé un commentaire de Viète, des tables donnant pour tous les angles, de minute en minute, les sinus, sinus verses, tangentes et sécantes; une *Trigonométrie* où l'on remarque la considération des triangles sphériques supplémentaires, d'après Viète, et où les calculs commencent à prendre une forme simple, etc.

Il s'était d'abord déclaré grand admirateur du système de Copernic, mais finit par traiter ses hypothèses d'absurdes.

Il professa pendant longtemps l'Astronomie à l'Université de Bologne.



HENRI BRIGGS.

(Né dans le Yorkshire vers 1556, mort à Oxford en 1630.)

Professeur d'Astronomie à Oxford et de Géométrie au collège de Gresham, fondé à Londres en 1596 par le chevalier de ce nom, Briggs est surtout connu par ses tables de logarithmes vulgaires infiniment plus étendues que celles qu'avait laissées Néper, et qui constituent un travail gigantesque.

Ces tables devaient contenir les logarithmes des nombres de 1 à 100 000 avec quatorze décimales et les logarithmes des sinus et tangentes de tous les arcs de centièmes en centièmes de degré. Briggs avait beaucoup avancé le travail, mais la table qu'il publia sous le titre : *Arithmetica logarithmica* ne contenait que les logarithmes des nombres de 1 à 20 000 et de 90 000 à 100 000. Henri Gellibrand acheva le travail, et publia ses tables de sinus et tangentes en 1633, sous le titre de *Trigonometria Britannica*.

En même temps Gunther, professeur comme Briggs au collège de Gresham, publiait en 1620, sous le titre de *Canon of triangles*, les logarithmes des sinus et tangentes de tous les arcs, de minutes en minutes, avec sept décimales.

Outre son *Arithmetica logarithmica* (Londres, 1624), on a de Briggs une *Trigonométrie* (1630), des *Tables pour le perfectionnement de la navigation* et une *Table pour trouver la hauteur du pôle*.



HARRIOT (THOMAS).

(Né à Oxford en 1560, mort à Londres en 1621.)

Après avoir pris le grade de maître ès arts en 1579, il accompagna Walther Raleigh en Virginie. Peu après son retour, le duc de Northumberland se l'attacha, lui donna un logement dans son château du comté de Sussex et lui assura une pension de 7500 livres. C'est près du duc de Northumberland que Harriot passa le reste de ses jours.

Ses recherches analytiques sont consignées dans son *Artis analyticae praxis* qui ne fut publié qu'en 1631, par les soins de

Walther Warner, son ami, et commensal, comme lui, du duc de Northumberland.

Harriot a le premier transporté d'un même côté tous les termes d'une équation.

Il fait très nettement la remarque qu'une équation a autant de racines qu'il y a d'unités dans son degré et qu'on forme une équation, connaissant ses racines, en faisant le produit des différences entre l'inconnue et ces racines. Il en conclut que, si l'équation a des racines entières, ces racines sont des diviseurs du dernier terme.

Harriot avait une idée des racines négatives, mais il les rejetait. Il les qualifiait de *privatives*, pour exprimer que leur présence réduisait le nombre des façons dont l'équation pouvait être expliquée.



WRIGHT (EDWARD).

(Né vers 1560, mort vers 1615.)

Ami et collaborateur de Briggs, inventeur du canevas des cartes dites réduites, ou à latitudes croissantes, dont se servent les navigateurs.

Après avoir achevé ses études à Cambridge, il accompagna en 1589 le comte G. de Cumberland, dans son expédition aux Açores. C'est durant ce voyage que, reconnaissant l'insuffisance et l'inexactitude des cartes jusque-là employées dans la marine, il eut l'idée, en continuant à représenter, comme Mercator, les méridiens par des droites parallèles entre elles et équidistantes, de figurer les parallèles par des perpendiculaires aux méridiens,

menées à des distances telles les unes des autres, que le rapport des longueurs d'arcs semblables de chaque parallèle et du méridien fût exactement conservé dans le dessin, de façon que la direction de la droite joignant deux points suffisamment voisins de la carte correspondît exactement à l'orientation de l'arc mené entre les deux lieux correspondants sur la surface de la terre.

Il expose cette nouvelle méthode dans un ouvrage intitulé : *Errours in navigation detected and corrected*, qui parut en 1599.

Il s'adonna alors tout à fait à l'Astronomie et devint précepteur du prince Henri, pour qui il fit construire une grande sphère mécanique, que l'on conserve encore en Angleterre, et où les mouvements du Soleil et de la Lune étaient si bien reproduits qu'on pouvait, dit-on, y observer leurs éclipses, pour une période de 17000 ans.

Il a laissé divers ouvrages sur la Sphère et la navigation.

Il fut l'un des premiers admirateurs et promoteurs de la théorie nouvelle des logarithmes, et se mit courageusement à en dresser des tables, que son fils a publiées après sa mort.



PITISCUS (BARTHÉLEMY).

(Né près de Grunberg vers 1561, mort à Heidelberg en 1613.)

D'abord précepteur de Frédéric IV, électeur palatin, il devint plus tard son théologal.

Il fit d'importantes additions aux tables que Rhéticus avait laissées manuscrites, et obtint, de concert avec Adrien Romain, que Jonas Rose en entreprit la publication à ses frais. C'est là la principale obligation qu'on lui doit.

Il a laissé un ouvrage intitulé : *Trigonometriæ libri quinque, item problematum variorum libri decem* (Heidelberg, 1595) dont la troisième édition est de 1612. Il dit dans sa préface que rien n'est plus propre à adoucir les mœurs que l'étude de l'Astronomie : « Bon Dieu ! quel ornement que la douceur et qu'il est rare chez les théologiens. Combien ne serait-il pas à souhaiter que les théologiens de ce siècle fussent astronomes et mathématiciens, c'est-à-dire doux et faciles à vivre » !

Il suivait la doctrine de Copernic, mais sans prendre directement parti pour le mouvement de la Terre.



BACON (FRANÇOIS, LORD DE VÉRULAM)

(Né à Londres en 1561, mort en 1626.)

Il entra à treize ans à l'université de Cambridge et la quitta à seize, assez peu satisfait de ce qui s'y enseignait ; il fit une excursion en France et rentra à l'Ecole de Gray's Jun pour y étudier le droit.

Nous ne raconterons pas les tristes péripéties de sa vie en quête d'emploi sous Elisabeth, de son inféodation au comte d'Essex, favori de la reine, et de son ingratitude envers lui, de son avènement au ministère sous Jacques I^{er}, sous la présidence de Buckingham, dans les bonnes grâces de qui il avait su se glisser, comme il avait fait pour le comte d'Essex, de son élévation à la pairie sous le titre de lord de Vérulam ; non plus que de sa chute méritée par une longue suite de concussions effrontées.

On serait presque tenté de regretter que la Science et la Philosophie aient pu se faire un gîte dans le même esprit où régnait en

maîtresse l'ambition du pouvoir, alimentée par le dessein d'en exprimer toutes les jouissances les plus abusives.

La réputation de Bacon commença avec la publication des *Essais de morale et de politique* (1547), qui ont puissamment contribué à former la langue anglaise.

Il fit paraître en 1605 son *Traité de la valeur et de l'avancement de la Science divine et humaine*, première forme de l'ouvrage célèbre *De dignitate et augmentis scientiarum*, où il passe en revue toutes les parties de la science, pour en montrer les lacunes et indiquer les nouvelles recherches à tenter.

Son *Novum organum*, celui de ses ouvrages auquel il attachait le plus de prix, est de 1620. Il avait été précédé de plusieurs opuscules qui s'y trouvent fondus. C'est un nouveau guide qu'il propose pour remplacer l'*Organon* d'Aristote.

Voici les découvertes ou aperçus dont on peut faire honneur à Bacon : l'influence, diminuée par la distance, que la terre exerce sur les corps étrangers ; l'influence de la Lune sur les marées ; l'explication des couleurs des corps par la manière dont ils réfléchissent la lumière ; une expérience sur l'incompressibilité des liquides ; diverses expériences sur les densités des corps, la pesanteur et l'élasticité de l'air, la dilatation par la chaleur ; enfin cette vue remarquable que la chaleur des corps tient à un mode de mouvement des particules qui les composent.

Les ouvrages de Bacon ont produit une impression profonde dont on trouve la trace dans les écrits des grands hommes qui occupèrent après lui les fonctions de directeurs de l'humanité. En voici quelques preuves :

GASSENDI : Par une résolution vraiment héroïque, Bacon a osé s'ouvrir une route inconnue ; on peut espérer, s'il persiste avec

vaillance dans son entreprise, qu'il fondera et nous donnera enfin une philosophie nouvelle et parfaite.

DESCARTES (*Lettre au P. Mersenne*) : Vous désirez savoir un moyen de faire des expériences utiles. Sur cela je n'ai rien à dire après ce que Verulamius en a écrit.

HOOKE : Personne, excepté l'incomparable Verulam, n'a eu quelque idée d'un art pour la direction de l'esprit dans les recherches de la science.

LEIBNITZ : C'est l'incomparable Verulamius qui, des divagations aériennes et même de l'espace imaginaire, rappela la philosophie sur cette terre et à l'utilité de la vie.

VICO : On ne saurait assez louer le grand philosophe Bacon de Verulam d'avoir enseigné aux Anglais la méthode et l'usage de l'induction.

HORACE WALPOLE : Bacon a été le prophète des choses que Newton est venu révéler aux hommes.

VOLTAIRE (*Lettre sur les Anglais*) : On sait comment Bacon fut accusé d'un crime qui n'est guère d'un philosophe, de s'être laissé corrompre par argent... Aujourd'hui, les Anglais vénèrent sa mémoire au point qu'à peine avouent-ils qu'il ait été coupable. Si on me demande ce que j'en pense, je me servirai, pour répondre, d'un mot que j'ai ouï dire à lord Bolingbroke. On parlait en sa présence de l'avarice dont le duc de Marlborough avait été accusé, et on en citait des traits sur lesquels on en appelait au témoignage de lord Bolingbroke qui, ayant été d'un parti contraire, pouvait, peut-être, avec bienséance, dire ce qui en était : « C'était un si grand homme, répondit-il, que j'ai oublié ses vices. » Je me bornerai donc à parler de ce qui a mérité au chancelier Bacon l'estime de l'Europe. Le plus singulier

et le meilleur de ses ouvrages est celui qui est aujourd'hui le moins lu, je veux parler de son *Novum organum*. C'est l'échafaud avec lequel on a bâti la nouvelle Philosophie; et quand cet édifice a été élevé, au moins en partie, l'échafaud n'a plus été d'aucun usage. Le chancelier Bacon ne connaissait pas encore la nature, mais il savait et indiquait tous les chemins qui mènent à elle. Il avait méprisé de bonne heure ce que des fous en bonnet carré enseignaient sous le nom de Philosophie dans les petites maisons appelées collèges; et il faisait tout ce qui dépendait de lui afin que ces compagnies, instituées pour la perfection de la raison, ne continuassent pas de la gâter par leurs *quiddités*, leurs *horreurs du vide*, leurs *formes substantielles*, et tous ces mots que non seulement l'ignorance rendait respectables, mais qu'un mélange ridicule avec la religion avait rendus sacrés... Personne, avant lui, n'avait connu la Philosophie expérimentale; et, de toutes les expériences qu'on a faites depuis, il n'y en a presque pas une qui ne soit indiquée dans son livre. Peu de temps après, la Physique expérimentale commença tout d'un coup à être cultivée à la fois dans presque toutes les parties de l'Europe. C'était un trésor caché dont Bacon s'était douté, et que tous les philosophes, encouragés par sa promesse, s'efforcèrent de déterrer.

D'ALEMBERT (*Discours préliminaire de l'Encyclopédie*) : A considérer les vues saines et étendues de Bacon, la multitude d'objets sur lesquels son esprit s'est porté, la hardiesse de son style, qui réunit partout les plus sublimes images avec la précision la plus rigoureuse, on serait tenté de le regarder comme le plus grand, le plus universel et le plus éloquent des philosophes. Bacon, né dans le sein de la nuit la plus profonde, sentit que la

Philosophie n'était pas encore, quoique bien des gens sans doute se flattassent d'y exceller... Il commença donc par envisager d'une vue générale les divers objets de toutes les Sciences naturelles ; il partagea ces Sciences en différentes branches dont il fit l'énumération la plus exacte qui lui fut possible ; il examina ce que l'on savait déjà sur chacun de ces objets et fit le catalogue immense de ce qui restait à découvrir. C'est le but de son admirable ouvrage *De la dignité et de l'accroissement des connaissances humaines*. Dans son *Novum organum*, il perfectionne les vues qu'il avait données dans le premier ouvrage ; il les porte plus loin, et fait connaître la nécessité de la Physique expérimentale à laquelle on ne pensait point encore. Ennemi des systèmes, il n'envisage la Philosophie que comme cette partie de nos connaissances qui doit contribuer à nous rendre meilleurs ou plus heureux : il semble la borner à la science des choses utiles, et recommande partout l'étude de la nature. Ses autres écrits sont formés sur le même plan. Tout, jusqu'à leurs titres, y annonce l'homme de génie, l'esprit qui voit en grand. Il y recueille des faits, il y compare des expériences, il en indique un grand nombre à faire ; il invite les savants à étudier et à perfectionner les arts qu'il regarde comme la partie la plus relevée et la plus essentielle de la science humaine ; il expose avec une simplicité noble *ses conjectures et ses pensées* sur les différents objets dignes d'intéresser les hommes, et il eût pu dire, comme ce vieillard de Térence, que rien de ce qui touche à l'humanité ne lui était étranger. Science de la nature, morale, politique, économique, tout semble avoir été du ressort de cet esprit lumineux et profond, et on ne sait ce qu'on doit le plus admirer ou des richesses qu'il répand sur tous les sujets qu'il traite, ou de la dignité avec laquelle il en parle.

REID : Après que les hommes eurent travaillé à la recherche de la vérité pendant deux mille ans avec l'aide du syllogisme, lord Bacon proposa la méthode de l'induction comme un instrument plus puissant. Son *Novum organum* peut être considéré comme une seconde grande ère dans le progrès de la raison humaine.

LAPLACE : Le chancelier Bacon a donné, pour la recherche de la vérité, le précepte et non l'exemple. Mais, en insistant avec toute la force de la raison et de l'éloquence sur la nécessité d'abandonner les subtilités insignifiantes de l'école pour se livrer aux opérations et aux expériences, et en indiquant la vraie méthode de s'élever aux causes générales des phénomènes, ce grand philosophe a contribué aux progrès immenses que l'esprit humain a réalisés dans le beau siècle où il a terminé sa carrière.

Les œuvres de Bacon, dont une partie seulement avaient été publiées de son vivant, n'ont été réunies qu'un siècle après sa mort. Les éditions les plus estimées qui en aient été faites sont : celle de 1730 (Londres, 4 vol. in-fol.); celle de 1740 (Londres, 4 vol. in-fol.); celle de 1765 (Londres, 5 vol. in-4°); enfin, celle de 1825-36 (Londres, 12 vol. in-8°), la plus complète de toutes, avec une traduction anglaise des œuvres latines et avec des éclaircissements de tout genre. M. Bouillet a donné une édition des *Œuvres philosophiques de Bacon* (3 vol. in-8°, Paris, 1834-35). C'est la première qui ait paru en France. Plusieurs des ouvrages de Bacon avaient été traduits, de son vivant même, en français ou en d'autres langues. A la fin du dernier siècle, Lasalle, aidé des secours du gouvernement, fit paraître, de l'an VIII à l'an XI (1800-1803), en 15 vol. in-8°, les *Œuvres de F. Bacon, chancelier d'Angleterre*, traduites en français, avec des notes critiques, historiques et littéraires.

DE LANSBERG OU LANSBERG DE MEULABEECKE.

(Né à Gand en 1561, mort en 1632.)

Fut élevé en Angleterre, où s'étaient réfugiés ses parents chassés des Pays-Bas par la persécution contre les protestants. Il rentra plus tard dans sa patrie, devint ministre à Anvers, mais dut quitter cette ville lorsqu'elle retomba au pouvoir de Philippe II. Il se réfugia alors en Zélande.

Il a publié un grand nombre d'ouvrages de Mathématiques et d'Astronomie, mais qui ne présentent pas un grand intérêt, excepté une *Trigonométrie* où l'on trouve quelques modes heureux de démonstration. Képler dit s'être servi avantageusement des tables trigonométriques de Lansberg.



ROMAIN (ADRIEN).

(Né à Louvain en 1561, mort à Mayence en 1615.)

Il professa à Louvain la Médecine et les Mathématiques et publia en 1609, sous le titre : *Adriani Romani canon triangulorum sphæricorum, brevissimus simul ac facillimus*, un traité où il se proposait de réduire le nombre énorme de cas que ses prédécesseurs avaient considérés. Il en distinguait toutefois encore dix-sept. Mais Viète venait, peu avant, d'effectuer la réduction totale.

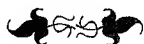


LONGOMONTANUS (CHRISTIAN).

(Né dans le Jutland en 1564, mort à Copenhague en 1647.)

Fut élève de Tycho-Brahé, près de qui il passa huit années et qu'il aida dans la plupart de ses travaux, notamment pour la confection de son catalogue d'étoiles et pour sa théorie de la Lune.

A son retour dans sa patrie, il obtint la chaire de hautes Mathématiques à Copenhague. Son principal ouvrage est : *Astronomia Danica*, qui a eu trois éditions de 1622 à 1640. La théorie des planètes y est exposée dans les trois systèmes de Ptolémée, de Copernic et de Tycho. Celle de la Lune est conforme aux idées et aux découvertes de Tycho. Il admettait l'existence du mouvement diurne de la Terre, mais rejetait le mouvement de translation. Il a connu les découvertes de Képler, mais n'en a pas tenu compte. Halley le lui reproche avec raison ; toutefois il est juste d'observer qu'avant Newton, le système tout géométrique de Képler n'avait pas encore reçu sa consécration définitive, et que Képler, dont au reste Longomontanus ne parle qu'avec la plus grande estime, avait publié bien des folies avant sa théorie de Mars.



GALILÉE.

(Né à Pise en 1564, mort à Arcetri, près de Florence, en 1642.)

Ses ancêtres avaient porté le nom de Bonajuti ; l'un d'eux, Galileo Bonajuti, médecin distingué, devint gonfalonier de justice de la République de Florence ; il se fit appeler *Galileo dei*

Galilei et ses descendants adoptèrent ce nouveau nom de famille, Galilée ne porta jamais que le nom de *Galileo Galilei*.

Son père et sa mère habitaient ordinairement Florence, mais c'est à Pise, où son père remplissait sans doute une mission temporaire, qu'il naquit, le 18 février 1564.

Son père, Vincenzo Galileo, était très versé dans les littératures grecque et latine, il savait un peu de Mathématiques et connaissait la théorie de la Musique, sur laquelle il a écrit des ouvrages estimés de son temps.

Vincenzo présida à l'instruction première de son fils et lui communiqua ses goûts pour la littérature et les Arts. Galilée dut une partie de ses succès à son talent d'écrivain et puisa, durant toute sa vie, de douces joies dans la culture de la Musique et de la Peinture, où il eût pu exceller, si son génie scientifique ne l'avait emporté vers de plus hautes destinées.

Quoique les ressources de Vincenzo fussent bien bornées, il se résolut néanmoins à tous les sacrifices pour donner à son fils aîné, Galilée, une éducation qui lui permît de se faire un nom et d'atteindre à une position d'où il pourrait venir en aide à ses deux frères et à ses trois sœurs. Son espoir fut exaucé, car Galilée fut pour eux une providence.

Galilée avait à peu près seize ans lorsque son père se décida à l'envoyer à l'Université de Pise, pour y suivre les cours de philosophie et aborder ensuite l'étude de la Médecine. On appelait alors *Philosophie* l'ensemble des Sciences physiques et naturelles, enseignées d'après Aristote, dans l'état à peu près où il les avait laissées. Non seulement Aristote n'avait pas toujours bien vu les faits qu'il avait décrits, mais de nouvelles observations en grand nombre avaient été recueillies depuis l'antiquité ; cependant les maîtres se

bornaient alors strictement à la doctrine péripatéticienne. Quant à la méthode, elle consistait à rechercher, dans des raisonnements abstraits, bâtis sur des hypothèses imaginées exprès, des démonstrations des faits, vrais ou faux, sans jamais recourir à l'expérience. Cette méthode a régné encore longtemps à peu près seule dans le domaine de la Physique. Ce sont les chimistes qui ont montré aux physiciens la marche à suivre dans l'étude de la nature.

Galilée paraît avoir, dès le principe, refusé toute confiance à ses maîtres ; bientôt il en vint à les contredire.

Il avait à peine 19 ans lorsqu'il fit sa première grande découverte. Un jour, dans la cathédrale, ses yeux rêveurs se portèrent sur une lampe suspendue à la voûte, et à laquelle le sacristain, en l'allumant, venait de communiquer un mouvement oscillatoire. Galilée crut remarquer que les oscillations conservaient la même durée, bien que leur amplitude diminuât peu à peu ; n'ayant pas d'autre chronomètre à sa disposition, il se servit des battements de son poulx, pour vérifier l'exactitude du fait. Cette observation paraît lui avoir inspiré dès lors l'idée d'appliquer le pendule à la mesure du temps ; il y revint plusieurs fois dans la suite, mais ne put, je crois, la réaliser, n'ayant pas trouvé le moyen, imaginé seulement par Huyghens, de restituer sa vitesse au pendule, à mesure qu'elle se perdait.

Galilée commença vers cette époque ses études médicales, que son père le pressait d'aborder et auxquelles il lui recommandait de consacrer tous ses soins ; mais, soit que ces nouvelles études ne satisfissent pas son esprit positif, soit qu'il lui répugnât de se destiner à la pratique d'un art où se mêlait alors nécessairement beaucoup de charlatanisme, il ne put prendre sur lui de satisfaire

complètement son père, et se trouva bientôt emporté dans une autre voie.

Il désirait beaucoup être initié aux Mathématiques et une circonstance fortuite lui en procura l'accès : la cour de Toscane se trouvant momentanément à Pise, Ricci, professeur de Mathématiques des pages, y donnait ses leçons de Géométrie. Galilée s'y introduisit et se fit remarquer du maître, qui lui conseilla la lecture méthodique des *Éléments* d'Euclide et l'aida à se les rendre familiers ; Ricci lui fit ensuite cadeau des œuvres d'Archimède que Galilée s'assimila avec la même facilité. Telle est, du moins, la version de Gherardini.

D'après Viviani, Ricci était lié avec le père de Galilée, dont il connaissait les intentions, et il n'aurait reçu qu'avec réserves les avances du fils. Mais, surpris des premiers succès obtenus par son élève, il en aurait informé Vincenzo, qui aurait répondu en priant son ami Ricci de cesser ses leçons. Galilée aurait alors poursuivi seul la lecture d'Euclide et se le serait si bien assimilé que Ricci aurait cru devoir intervenir de nouveau près de Vincenzo, pour obtenir pour son fils la liberté de se livrer entièrement à ses goûts, ce qui aurait été accordé.

On croit que c'est la lecture du *Traité des corps portés sur un fluide* qui inspira à Galilée l'idée de la *balance hydrostatique*, dont il enseigna l'usage, pour la détermination des densités, dans un ouvrage qui ne fut publié que beaucoup plus tard, mais dont il communiqua des copies à diverses personnes, entre autres à Guido Ubaldi del Monte (M. Favaro écrit Guidobaldo) ⁽¹⁾.

Guido Ubaldi, frappé du mérite de cet ouvrage, se déclara le

(¹) *Galileo Galilei e lo studio di Padova*. Firenze, 1883, 2 vol. in-8.

protecteur de Galilée, qu'il présenta aussitôt à son frère, le cardinal del Monte.

Celui-ci s'empessa de recommander le jeune physicien à Ferdinand de Médicis, grand-duc régnant de Toscane, et Galilée obtint en 1589, à l'âge de vingt-cinq ans, la chaire de Mathématiques à l'Université de Pise, où il était, pour ainsi dire, encore étudiant, n'ayant pu, faute d'argent, se faire recevoir docteur.

Le cardinal del Monte ne cessa depuis lors de lui donner les témoignages de la plus vive affection et d'un entier dévouement.

Le traitement attaché à la chaire de Mathématiques était bien inférieur à celui que recevaient les autres professeurs de la même Université; il ne se montait qu'à soixante écus, à peu près un franc par jour; mais Galilée n'hésita pas à accepter, comptant que son titre de professeur ne manquerait pas de lui attirer des élèves.

Il se fit bientôt remarquer par les tendances pratiques de son esprit et par son éloignement pour les vagues dissertations qui tenaient alors lieu de preuves, aux faits même les plus imaginaires. Il rejeta hautement toutes les autorités autres que l'expérience.

Les lois du mouvement des corps soumis à l'action de la pesanteur furent l'objet de ses premières recherches; il démontra par des expériences publiques, faites du haut de la tour penchée, les erreurs énormes de la doctrine enseignée avant lui, et formula les lois vraies de la chute des graves. Ces découvertes étaient expliquées par le professeur, dans ses cours, et devenaient ainsi publiques, mais Galilée ne publia ses théories mécaniques que sur la fin de sa vie, en 1638, dans les *Discorsi Mathematiche*

intorno a due nuove Scienze, imprimés à Leyde par les Elzeviers. Galilée a fait connaître la plupart de ses découvertes, avec le même abandon ; aussi a-t-il été exposé aux tentatives de corsaires qui osaient ensuite l'accuser de plagiat.

Ses expériences publiques sur la chute des corps, faites devant ses collègues à l'Université, qui enseignaient par exemple qu'un corps dix fois plus lourd doit, dans le même temps, parcourir un chemin dix fois plus grand, lui avaient fait de ses anciens maîtres des ennemis irréconciliables ; la franchise que montra Galilée envers un fils naturel de Côme I^{er}, qui avait soumis à son examen un projet ridicule de machine à draguer, acheva de lui rendre intenable sa position à l'Université de Pise. Au moment d'être congédié, Galilée se retira à Florence. Heureusement la chaire de Mathématiques se trouvait vacante à l'Université de Padoue. Galilée se rendit à Venise pour chercher à s'y faire nommer. Le marquis del Monte s'entremît pour la lui faire obtenir et y réussit. Le doge de Venise, en notifiant sa nomination à ses futurs collègues, leur écrivait : « Par la mort du professeur Moleti, la chaire de Mathématiques, à l'Université, est demeurée longtemps vacante. Connaissant toute l'importance de ces études et leur utilité pour les Sciences principales, nous avons différé la nomination, faute d'un sujet suffisamment méritant. Aujourd'hui se présente le sieur Galilée, qui professe à Pise avec grand succès et qui est justement regardé comme le plus habile en ces matières. Nous l'avons chargé, en conséquence, de la chaire de Mathématiques pour quatre années, avec les appointements de 180 florins. »

Galilée prit possession de sa nouvelle chaire au mois de septembre 1592.

La République de Venise était depuis quelques années en disputes continuelles avec le pape, elle venait d'interdire aux Jésuites l'enseignement des Sciences sur son territoire et se disposait à les en expulser tout à fait; enfin ses conseils étaient dirigés par des amis dévoués de notre philosophe, Fra Paolo Sarpi qui, bien que procureur général de son ordre, les Servites, avait épousé la cause de Venise contre le pape, et Sagredo qui devint doge plus tard. Galilée était donc assuré de trouver à Padoue une entière indépendance et une considération méritée.

Il débuta par l'invention du *compas de proportion*, qui accrut encore sa renommée : d'après Montferrier, l'instrument imaginé par Galilée ne différerait du compas de proportion dont on se sert aujourd'hui, qu'en ce que, pour s'en servir, il faudrait employer un compas à pointes, tout à fait indépendant : le compas de Galilée se composerait de deux branches pouvant s'écarter l'une de l'autre comme celles d'un compas ordinaire, et le long desquelles seraient tracées deux droites concourant au centre de l'axe de rotation relative de l'une des branches par rapport à l'autre. Ces deux droites étant divisées en parties égales comptées à partir de leur point de concours, si l'on voulait obtenir une partie aliquote donnée, $\frac{1}{7}$ par exemple, d'une longueur donnée, on comprendrait cette longueur entre les pointes d'un compas ordinaire; on écarterait les branches du compas de proportion de façon que les pointes du compas ordinaire pussent tomber exactement sur les numéros 7 des deux lignes divisées; ensuite on prendrait, avec le compas ordinaire, la distance des deux points situés aux numéros 1 sur les deux mêmes lignes. C'est en raison de cette disposition que Galilée aurait donné à son instrument le nom de compas de proportion.

Mais les deux branches de ce compas portaient plusieurs autres échelles pouvant servir à mesurer en degrés les angles tracés sur le papier, à diviser un angle ou un arc en parties égales, à inscrire dans le cercle les polygones réguliers des différents nombres successifs de côtés, à construire les côtés d'un polygone semblable à un polygone donné, dont l'aire dût avoir un rapport donné avec celle de ce polygone donné, ou les côtés d'un polyèdre semblable à un polyèdre donné, dont le volume dût avoir un rapport donné avec le volume de ce polyèdre donné, etc.

Galilée imagina bientôt après le premier thermomètre. Cet instrument, encore bien imparfait, et auquel d'ailleurs Galilée n'adapta aucune graduation, se composait d'un récipient sphérique surmonté d'un long tube d'un petit calibre; en chauffant légèrement la boule et plongeant aussitôt dans l'eau l'extrémité du tube, on introduisait dans ce tube une petite colonne d'eau qui s'y arrêtait à une certaine hauteur. La petite colonne descendait ou montait dans le tube lorsque la température de la boule s'élevait ou s'abaissait. Cet instrument excita l'admiration de Sarpi et de Sagredo qui tous deux s'occupaient de Sciences. Sagredo en construisit d'autres sur le même modèle et gradua l'un d'eux, pour son usage, mais entre des limites non définies.

Il est présumable que la simplicité du système astronomique de Copernic avait de bonne heure séduit Galilée. Il écrivait en effet, en 1597, à Képler, qui lui avait adressé son *Mystère cosmographique* : « Je vous lirai d'autant plus volontiers que, depuis plusieurs années, je me suis converti aux opinions de Copernic, dont la théorie m'a fait comprendre bien des phénomènes qui, dans l'hypothèse contraire, sont tout à fait inexplicables, » mais il ne s'était pas prononcé à Pise, il en donne les

raisons dans la même lettre : « J'ai réuni un grand nombre d'arguments pour réfuter les opinions opposées, mais je n'ai pas encore osé les publier dans la crainte d'éprouver le même sort que notre maître Copernic, qui, malgré la gloire immortelle qu'il a acquise dans l'esprit d'un petit nombre de personnes, n'en est pas moins, aux yeux de la grande majorité, un objet de sarcasme et de risée. S'il y avait beaucoup d'hommes de votre mérite, je me hasarderai à publier mes conceptions. Mais, puisqu'il n'en est pas ainsi, je prendrai mon temps pour le faire. » Il devait bientôt apporter à l'appui du nouveau système, non plus des arguments mais des preuves directes et convaincantes.

Il construisit en 1609, sur des indications venues de Hollande, mais d'après une théorie en règle, un télescope d'un fort grossissement (trente fois) à l'aide duquel il allait renouveler l'Astronomie et résoudre enfin, au moyen de l'observation des variations des diamètres apparents des planètes, le problème de leurs distances mutuelles, que Copernic n'avait pu aborder qu'intuitivement.

Cette lunette était formée de deux verres, l'un, l'objectif, convexe-plan, et l'autre, l'oculaire, plan-concave; Galilée les plaçait, comme cela doit être, à une distance égale à la différence de leurs longueurs focales, déterminées avec soin par l'expérience. On sait que, dans cette sorte de lunettes, les images sont droites, condition que Galilée s'était sans doute imposée à l'avance et qui déterminait la combinaison des verres à employer.

Aussitôt en possession de sa lunette, dont il avait lui-même façonné les verres, Galilée la dirigea vers le Ciel et en quelques mois il reconnut que la Lune nous présente toujours la même face, sauf de petites libérations qu'il signala (mais qu'il attribuait exclusivement à la variation de la distance qui séparait l'obser-

vateur de la ligne des centres de la Terre et de la Lune); et que sa surface, dont l'aspect, dit-il, est analogue à celui de la Bohême, (*Consimilis Boemiæ*) présente de hautes montagnes qu'il enseigna à mesurer; il découvrit les quatre premiers satellites de Jupiter, dont il détermina les révolutions et dont il eut dès lors l'idée de faire servir les éclipses à la détermination des longitudes en mer, projet qu'il communiqua, sans succès d'ailleurs, à l'Espagne d'abord et ensuite à la Hollande. Il découvrit l'anneau de Saturne et observa les taches du Soleil, du mouvement desquelles il conclut la durée de la révolution de l'astre sur lui-même; enfin il observa les phases de Vénus et de Mars, et constata les variations du diamètre apparent de cette dernière planète.

Ces brillantes découvertes, publiées en partie par Galilée dans son *Nuntius sidereus*, excitèrent d'abord beaucoup d'incrédulité, mais bientôt après un enthousiasme universel, non seulement à Venise, où les sénateurs se réunissaient pour jouir par eux-mêmes de la vue d'un spectacle si nouveau, et des explications qu'y ajoutait Galilée, mais encore dans toute l'Europe, où, de toutes parts, on demandait à Galilée des télescopes de son invention, ceux qu'on fabriquait sans méthode en Hollande ne donnant encore qu'un grossissement insuffisant pour vérifier ses découvertes.

Galilée avait donné le nom d'*astres de Médicis* aux satellites de Jupiter. Henri IV avait droit, par sa femme, à la jouissance de la moitié au moins de l'une de ces lunes, mais il désirait avoir un astre pour lui tout seul. Il chargea son ambassadeur près la République de Venise de prier Galilée de lui en découvrir un, qui porterait son nom, pas celui de *Bourbon*, mais celui de *Henri*. « Vous aurez ainsi, disait-on à Galilée, l'occasion de

faire une chose juste et bienséante, et vous vous rendrez en même temps, vous et votre famille, riches et puissants à jamais. »

Le Sénat de Venise avait demandé à Galilée de lui faire hommage de son télescope; il porta, en récompense, à mille florins le traitement du professeur et le confirma à vie dans la possession de sa chaire. D'après M. Favaro, le Sénat de Venise, croyant l'invention nouvelle, aurait eu l'idée de la tenir secrète, et de s'en servir pour assurer un avantage considérable à la marine de la République. Je ne suis pas en mesure de vérifier cette assertion, qui ne me paraît pas certaine.

Arrivé au faîte de la gloire, Galilée jouissait en paix à Padoue du fruit de ses travaux et était entouré d'amis puissants, désintéressés et soucieux de son honneur et de sa gloire. Tous ses biographes ont regretté pour lui qu'il n'ait pas eu le bon esprit de se renfermer dans son bonheur. On a peut être trop oublié que les grands hommes sont, qu'ils le veuillent ou non, les prisonniers de leur mission. Archimède s'est-il sauvé de Syracuse au moment de l'arrivée des Romains? Non; il a vu, dans la destruction de l'armée de Marcellus, un intéressant problème à résoudre. Qu'importaient à Platon, au milieu des amis qui peuplaient son Académie, les procédés de gouvernement de Denys? Était-il raisonnable d'aller exposer sa liberté pour catéchiser cette brute? Platon allait chercher en Sicile la mesure du pouvoir de la raison, de l'éloquence et de la vertu.

Galilée, en 1610, était définitivement armé pour la lutte; pourquoi aurait-il fui la bataille? Il n'avait même pas encore osé prendre parti pour Copernic; et les partisans d'Aristote restaient tout puissants malgré les humiliations dont il les avait abreuvés.

D'ailleurs ce n'était pas à Venise, où il n'avait que des amis, ni à plus forte raison en Allemagne, qu'il s'agissait de porter la guerre. C'était à Rome. Galilée y était si invinciblement attiré qu'il ne manquait jamais de s'y rendre durant ses vacances académiques; il y portait ses instruments et passait ses jours et ses nuits à montrer aux cardinaux les merveilles qu'il avait découvertes. L'Église avait tout entre ses mains à cette époque, c'était donc l'Église qu'il fallait amener aux idées nouvelles.

En résumé Galilée ne se croyait pas le droit de fuir la lutte, et il la voulait glorieuse. Au reste il avait aussi des amis dans le Sacré-Collège et ils l'aideraient à se défendre.

Les représentations affectueuses que lui firent ses amis de Venise, leur douleur de le perdre, l'appréhension des dangers auxquels il allait s'exposer, tout échoua devant une détermination prise ⁽¹⁾.

Au reste, le grand-duc de Toscane le pressait depuis quelque temps avec instances de rentrer à Florence et lui avait fait faire les plus belles promesses. Galilée avait modestement répondu :

« Après avoir employé vingt années, les meilleures de ma vie, à mettre au service de quiconque s'adressait à moi les faibles talents que Dieu a bien voulu accorder à mon application et à mon assiduité dans la profession que j'ai embrassée, l'objet de

(1) D'après M. Favaro, les mobiles qui dirigèrent Galilée n'auraient pas été aussi élevés que je l'ai supposé : son but aurait été d'acquérir je ne sais quelle importance dans les conseils de l'Église. M. Favaro a consacré à la biographie de Galilée deux forts volumes où il a rassemblé relativement à ce grand homme une foule de documents nouveaux qui le présentent sous un jour un peu différent de celui qui résultait de la tradition. Mais nous n'avons pas suffisamment étudié les questions qu'il soulève pour pouvoir nous prononcer. Notre plan, d'ailleurs, ne nous permettrait pas d'entrer, sur de tels sujets, dans des détails trop circonstanciés.

mes vœux serait d'obtenir le repos et la liberté qui me sont nécessaires pour terminer et publier, avant que le tombeau s'ouvre devant moi, trois grands ouvrages que j'ai en portefeuille....

« Ma rétribution annuelle est de 520 florins que je suis presque sûr de voir porter au double, lors de ma réélection⁽¹⁾, et, en recevant des élèves chez moi, je puis augmenter tant que je le veux ces avantages pécuniaires. Mais, les leçons particulières étant un grand obstacle à mes travaux, je désirerais, si je dois retourner dans mon pays natal, que la première mesure de Son Altesse Royale fût de m'accorder le loisir dont j'ai besoin pour terminer mes ouvrages, sans être obligé de m'occuper de leçons..... Je ne dis rien du chiffre de mes appointements, convaincu que ces appointements devant suffire à mon existence, la gracieuse bienveillance de Son Altesse ne souffrirait pas que je fusse privé d'aucune de ces douceurs qui constituent le bien-être, et dont, au reste, je sais mieux que personne me passer; par conséquent je m'abstiendrai d'ajouter là-dessus un mot de plus. Quant au titre qui me sera donné, mon désir serait qu'à la qualification de *son mathématicien*, Son Altesse daignât ajouter celle de *son philosophe*, car je me flatte d'avoir consacré plus d'années à l'étude de la Philosophie que de mois à celle des Mathématiques pures. »

Toutes ces conditions avaient été acceptées, comme le prouve la lettre suivante que Galilée écrivait à Képler au moment de se rendre à Florence :

« Je vous remercie d'abord, mon cher Képler, de ce que vous avez eu une pleine et entière confiance en mes assertions. (Il s'agit

(1) On voit par cette phrase que la négociation avait lieu avant le décret qui augmentait ses appointements et le nommait à vie.

des faits annoncés dans le *Nuntius Sidereus*.) Vous me dites que vous avez quelques télescopes, mais qu'il ne sont pas assez bons pour grossir suffisamment les objets éloignés, et qu'il vous tarde de voir le mien, qui porte le grossissement jusqu'à mille fois. (Galilée veut dire 1000 fois en surface, environ 31 fois en longueur.) Il n'est plus à moi, car le grand-duc de Toscane me l'a demandé, et il se propose de le placer dans son musée, parmi les curiosités les plus rares et les plus précieuses, comme un souvenir éternel de l'invention. Je n'en ai pas fait d'autre d'un égal mérite, car le travail mécanique est très considérable. J'ai néanmoins imaginé quelques instruments que je m'occupe à façonner et à polir; mais je ne veux pas les construire ici, attendu qu'il ne me serait pas commode de les transporter à Florence, où je ferai désormais mon séjour.

« Vous me demandez, mon cher Képler, d'autres témoignages; je vous citerai en premier lieu le grand-duc, qui, après avoir observé les planètes de Médicis à plusieurs reprises, en ma présence, à Pise, pendant les derniers mois, me fit présent, à mon départ, d'une valeur de plus de mille florins, et qui vient de m'inviter à m'attacher à lui. Il m'accorde, avec le titre de philosophe et de premier mathématicien de Son Altesse, le traitement annuel de mille florins et la libre disposition de tout mon temps, sans être astreint à aucun travail obligatoire, sans avoir aucune fonction à remplir.

« Cette liberté me met en état de compléter mon *Traité de Mécanique*, qui contiendra la démonstration géométrique d'un grand nombre d'admirables propositions.

« Le second témoignage que je produis, c'est moi-même, qui, bien que déjà pourvu au collège de Padoue de la noble rétribution

de mille florins, que nul professeur de Mathématiques n'a jamais reçue, et dont je pourrais jouir toute ma vie quand bien même mes planètes viendraient à disparaître, et que ma découverte n'eût été qu'une erreur, eh bien ! je puis renoncer à ces avantages et je suis prêt à subir comme châtiment le déshonneur et l'indigence s'il pouvait être démontré que je me fusse trompé. »

Galilée quitta Padoue vers le milieu de septembre 1610.

C'est à Florence qu'il observa les phases de Vénus et les variations du diamètre apparent de Mars ; un peu plus tard, en 1612, il construisit le premier microscope.

Nous avons dit que plusieurs fois déjà Galilée était allé à Rome pour y entretenir de ses découvertes astronomiques différents princes de l'Église, entre autres le cardinal Bellarmine et le cardinal Barberini qui fut peu après élevé au Pontificat, sous le nom d'Urbain VIII, et qui était depuis longtemps l'ami de notre philosophe.

Sans s'être expressément prononcé pour le système de Copernic, Galilée, dans ses écrits et dans ses conversations, supposait implicitement le mouvement de la Terre. Mais les chefs de l'Église n'avaient pas même encore songé à condamner cette doctrine, qui leur paraissait libre et entièrement étrangère à la religion. Ce sont les professeurs entichés de péripatétisme et les Jésuites beaux esprits, dont Galilée avait relevé les bévues, qui soulevèrent la question, excitèrent contre les novateurs les moines des différents ordres, principalement les dominicains, et obligèrent la Cour pontificale à s'émouvoir. Ce n'est que pour obéir aux criailleries de la plèbe monacale que l'Église se compromet dans ce grand procès. Cela est si vrai que le cardinal Bellarmine, que tout ce tapage troublait et qui voulait avoir la conscience en repos,

consulta de bonne foi quatre Jésuites instruits, dont était l'astro-nome Clavius, et que leur réponse fut qu'il n'y avait pas lieu de repousser les nouvelles doctrines.

On ne pouvait pas mettre Galilée directement en cause, puisqu'il n'avait pas encore pris parti, mais on pouvait l'atteindre indirectement et en même temps le réduire, pour la suite, au silence, en condamnant la doctrine et les ouvrages de Copernic. C'est ce dont on s'occupa d'abord.

Le 5 mars 1616, la Congrégation de l'Index suspendit le livre de Copernic, *jusqu'à ce qu'il fût corrigé*, et prohiba en général tous les ouvrages où le mouvement de la Terre serait soutenu.

Les ennemis de Galilée s'en targuèrent aussitôt pour publier partout qu'il avait été condamné et obligé d'abjurer. Sa présence à Rome à ce moment en était donnée en preuve.

Les instances de ses amis et surtout du grand-duc le rappelèrent à Florence, mais, avant de partir, il s'était fait donner par le cardinal Bellarmin un certificat où il était dit qu'il n'avait été condamné en aucune manière et qu'on lui avait simplement notifié la déclaration de la Congrégation de l'Index, par laquelle l'opinion du mouvement de la Terre était condamnée comme contraire à l'Écriture Sainte, et qui interdisait de la soutenir.

Ce bon billet, bien entendu, ne ferma la bouche à personne et les violentes dénonciations en chaire, les libelles diffamatoires continuèrent à pleuvoir sur notre philosophe.

La patience, pourtant, ne lui échappa pas encore; il se contenta de fustiger, dans son *Saggiatore*, un Jésuite qui l'avait attaqué à propos d'opinions qu'il avait émises en 1618 sur la nature des comètes.

Cet ouvrage fut publié en 1623 sous les auspices de l'Académie

des Lincei et dédié par eux à Urbain VIII, qui venait d'être élu pape. Galilée s'empessa d'aller féliciter son ancien ami et fut parfaitement reçu. Le Pape lui fit des présents et lui remit pour le grand-duc un bref contenant de grands éloges de son mathématicien.

Galilée l'emportait donc sur ses ennemis.

A son retour à Florence, il crut pouvoir sans danger prendre en public la défense du système de Copernic. Il prépara dans cette vue son *Dialogue sur les deux grands systèmes du monde*. Deux de ses amis, Salviati, noble Florentin, et Sagredo, dont nous avons déjà parlé, y faisaient valoir avec tout le talent et l'esprit qu'avait pu leur prêter Galilée, les meilleures raisons en faveur du système de Copernic; un bêta auquel Galilée donnait le nom de *Simplicius* répondait à ses deux interlocuteurs et reproduisait, dans leur style, les objections des péripatéticiens, des Jésuites et des moines qui avaient attaqué Galilée. Toutefois, après avoir culbuté ces objections, Salviati et Sagredo s'inclinaient devant l'autorité de la chose jugée.

L'avertissement au lecteur était ainsi conçu :

« On a promulgué à Rome, il y a quelques années, un édit salubre où, pour obvier aux scandales dangereux de notre siècle, on imposait silence à l'opinion pythagoricienne du mouvement de la Terre. Il y eut des gens qui avancèrent avec témérité que ce décret n'avait pas été le résultat d'un examen judiciaire, mais d'une passion mal informée; et l'on a entendu dire que des conseillers tout à fait inexperts dans les observations astronomiques ne devaient pas, par une prohibition précipitée, couper les ailes aux esprits spéculatifs. Mon zèle n'a pas pu se taire en entendant de telles plaintes. J'ai résolu, comme pleine-

ment instruit de cette prudente détermination, de paraître publiquement sur le théâtre du monde pour rendre témoignage à la vérité. J'étais alors à Rome, où je fus entendu et même applaudi par les plus éminents prélats : ce décret ne parut pas sans que j'en fusse informé. Mon dessein, dans cet ouvrage, est de montrer aux nations étrangères que sur cette matière on en sait, en Italie, et particulièrement à Rome, autant qu'il a été possible d'en imaginer ailleurs. En réunissant mes spéculations sur le système de Copernic, jè veux faire savoir qu'elles étaient toutes connues avant la condamnation, et que l'on doit à cette contrée, non seulement des dogmes pour le salut de l'âme, mais encore des découvertes ingénieuses pour les délices de l'esprit. »

Galilée poussa la malice jusqu'à aller à Rome solliciter l'autorisation d'imprimer son livre, et les Censeurs donnèrent bonnement leur approbation et la permission demandée, après avoir corrigé le texte en quelques endroits, ce qui constituait à Galilée une sorte de certificat d'orthodoxie pour le reste. Ce dialogue parut à Florence en 1632, après avoir été de nouveau approuvé par l'inquisiteur général de Florence.

Cet ouvrage, où les vieux systèmes de philosophie n'étaient pas mieux traités que le système de Ptolémée, et où Galilée avait répandu à profusion une foule d'idées neuves sur toutes sortes de sujets, produisit en Europe une immense sensation. De toutes parts arrivèrent à Galilée des félicitations chaleureuses. Mais aussi la rage des gens dont il s'était si cruellement moqué ne connut plus de bornes. Il faut convenir qu'ils eurent un éclair de génie : ils n'hésitèrent pas, malgré l'impertinence de l'hypothèse, à faire entendre à Urbain VIII que Simplicius c'était lui,

et malheureusement ils y réussirent à peu près. Nous disons à peu près parce que, tout en abandonnant son ancien ami à l'Inquisition, Urbain VIII ne laissa cependant pas aller trop loin le zèle du Saint-Office. Il est présumable qu'il permit seulement qu'on fit à Galilée une peur horrible, que peut-être, au reste, il n'éprouva pas.

Urbain VIII commença par nommer, pour examiner l'affaire, une commission composée, cela ne pouvait guère être autrement, d'ennemis de Galilée; puis, malgré les représentations du grand-duc, qui remarquait que le seul crime de l'accusé était d'avoir publié un ouvrage approuvé par l'Inquisition, il exigea que le vieux philosophe se mît incontinent en route pour venir comparaître à Rome.

Galilée y arriva le 13 février 1633 et descendit d'abord chez Nicolini, l'ambassadeur du grand-duc. Mais, au mois d'avril, il lui fut ordonné de se rendre dans les prisons de l'Inquisition où il resta 15 jours, au bout desquels il put retourner chez son ami. Le 20 juin il fut ramené devant le tribunal du Saint-Office, pour y entendre son arrêt.

Le cérémonial avait été réglé à l'avance. L'illustre vieillard se mit à genoux devant ses juges. Les mains placées sur l'Évangile, et le front incliné, il prononça les paroles suivantes : « Moi, Galileo-Galilei, Florentin, âgé de soixante-dix ans, constitué personnellement en jugement, et agenouillé devant vous, éminentissimes et révérendissimes cardinaux de la république universelle chrétienne, inquisiteurs généraux contre la malice hérétique, ayant devant les yeux les saints et sacrés Évangiles, que je touche de mes propres mains, je jure que j'ai toujours cru, que je crois maintenant et que, Dieu aidant, je croirai à l'avenir

tout ce que tient, prêche et enseigne la sainte Église catholique, apostolique et romaine... J'ai été jugé véhémentement suspect d'hérésie pour avoir soutenu et cru que le Soleil était le centre du monde et immobile, et que la Terre n'était pas le centre et qu'elle se mouvait. C'est pourquoi, voulant effacer des esprits de vos éminences et de tout chrétien catholique cette suspicion véhémente, conçue contre moi avec raison, d'un cœur sincère et d'une foi non feinte, j'abjure, maudis et déteste les susdites erreurs et hérésies, et généralement toute autre erreur, etc. »

La tradition veut qu'en se relevant Galilée ait frappé du pied la terre et se soit écrié : *E pur si muove !* (Elle tourne pourtant !) S'il prononça ce mot, ce ne fut sans doute que bien bas, car il avait devant lui des ennemis trop acharnés à sa perte pour le lui pardonner.

On ne rendit pas entièrement à Galilée l'usage de sa liberté ; on l'interna dans le palais de l'archevêque de Sienne. Sa demi-captivité cessa, il est vrai, au mois de décembre suivant, mais on le maintint toujours sous la surveillance de l'Inquisition.

Ses dernières années furent éprouvées par de nouveaux malheurs. Il perdit en 1634 une de ses filles et devint aveugle en 1637. Il mourut à Arcetri, près de Florence, le 8 janvier 1642 (nouveau style), à l'âge de soixante-dix-huit ans.

Les principaux ouvrages scientifiques de Galilée sont : *Le operazioni del compasso geomctrico militare di Galileo-Galilei, nobil Fiorentino* (1606), où il expose la théorie du compas de proportion, qu'il venait d'imaginer ; *Discorso intorno alle cose che stanno in su l'acqua et che in quella si muovono*, où il traite, d'après le principe d'Archimède, de l'équilibre des corps

flottants; *Trattato della scienza mecanica e della utilita che si traggono dagli istromenti di quella*, ouvrage élémentaire; *Sidereus nuncius, magna longeque admirabilia spectacula prodens, etc.* (1610), où on lit que sa lunette grossissait trente fois, qu'elle lui a montré les inégalités de la surface lunaire, qu'elle lui a appris des choses nouvelles sur les nébuleuses et la Voie lactée, enfin, qu'elle lui a fait découvrir les quatre lunes de Jupiter. Galilée y annonce que la surface de la Lune offre des montagnes, des cavités, des taches plus ou moins lumineuses; il indique le moyen, encore employé aujourd'hui, d'obtenir la hauteur des montagnes de la Lune, en mesurant les distances de leurs sommets à la ligne de séparation d'ombre et de lumière, au moment où les rayons lumineux ne parviennent plus qu'à ces sommets; il estime que les montagnes de la Lune ont jusqu'à 4 milles italiques de hauteur; il se prononce en faveur de l'explication, effectivement juste, qu'avait donnée Léonard de Vinci, de la lumière cendrée. Il décrit ensuite les observations répétées qu'il a faites de petites étoiles voisines de Jupiter, dont les mouvements autour de cette planète l'amènent à conclure que c'en sont des satellites. Son ouvrage se termine par l'anagramme d'une annonce de la découverte de l'anneau de Saturne, ou plutôt du corps qui accompagne cette planète, car Galilée ne savait pas que cet appendice eût la forme d'un anneau : *Altissimum planetam tergeminum observavi*. Presque immédiatement après la publication de cet ouvrage, Galilée découvrait les phases de Vénus et démontrait ainsi que les planètes ne reçoivent leur éclat que de la lumière du Soleil; il publiait peu de temps après : *Storia e dimostrazioni intorno alle macchie solari et loro accidenti, dal signor Galileo-Galilei* (1613), où il expose ses obser-

vations des taches du Soleil et se plaint amèrement du jésuite hollandais Scheiner, qui, sous le nom d'Apelle, s'était approprié sa découverte. Heureusement, des lettres de Galilée antérieures à la publication de l'ouvrage de Scheiner lui assuraient la gloire de ses observations. Dans l'une d'elles, du 14 août 1612, il annonçait que les taches sont à la surface du Soleil, qu'elles durent plus ou moins (de deux à quarante jours), que les figures en sont irrégulières et changeantes; qu'on en voit qui se séparent et d'autres qui se réunissent au milieu même du disque; qu'outre ces variations et ces mouvements particuliers, elles ont un mouvement commun qui leur fait décrire des lignes parallèles. Galilée conclut de ce mouvement général que le Soleil est sphérique et qu'il tourne sur lui-même d'Occident en Orient, comme les planètes, etc.

Dans *Il saggiatore nel quale con bilancia esquisita e giusta si ponderano le cose contenute nella libra astronomica e filosofica di Lotario Sarsi, etc.* (1623), Galilée se plaint amèrement des attaques dont il a été l'objet et du tort que lui ont fait des plagiaires. Il revient sur la construction de sa lunette et se lance ensuite dans de longues dissertations sur la nature des comètes.

Son dernier ouvrage, auquel il mit la dernière main après son procès, est intitulé : *Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due scienze attenenti alla mecanica et i movimenti locali* (1638). C'est dans ce mémorable ouvrage que Galilée a consigné les belles découvertes qui ont donné naissance à la Dynamique moderne, et qui constituent son titre le plus important à la reconnaissance de la postérité. La découverte du principe de l'indépendance de l'effet d'une force et du mouvement antérieu-

rement acquis par le mobile auquel elle s'applique, était le premier pas à faire dans l'étude du mouvement considéré par rapport à ses causes, et ce premier pas était attendu depuis Archimède. Ce principe entrevu par Galilée est un secret arraché à la nature par de longues et puissantes méditations, aidées du vrai génie ; l'essor instantané qu'il communiqua à tous les esprits fut tel, que la Dynamique, dont il n'existait pas de traces avant Galilée, se constitua, pour ainsi dire d'elle-même, aussitôt après lui. On attribue souvent à Galilée l'établissement du théorème fondamental de la Dynamique : qu'une force constante de grandeur et de direction imprime au corps auquel elle est appliquée un mouvement uniformément varié. On verra que cette croyance n'est fondée que sur une interprétation beaucoup trop large des théories de l'auteur, qui, non seulement, n'avait encore aucune idée bien nette de ce que nous appelons aujourd'hui une force, mais qui même ne voyait dans la pesanteur qu'une cause générale, et d'ailleurs fort vague, de mouvement. Toutefois on doit convenir qu'il restait en effet peu de chose à ajouter à la théorie de Galilée, lorsque Huyghens en tira le théorème dont il s'agit.

On ne doit pas seulement à Galilée ses immortels ouvrages : son amour pour la Science se trahissait par une activité infatigable à lui chercher de nouveaux adeptes, à répandre le plus possible les lumières, à exciter partout l'enthousiasme scientifique et l'ardeur dans les recherches. Il correspondait avec toute l'Europe, gourmandant la paresse des uns, stimulant l'activité des autres, aidant chacun de ses conseils et donnant aux plus méritants l'appui de son approbation. C'est le Voltaire scientifique de son siècle ; il en eut les grâces, la hardiesse prudente, l'universalité et la fécondité. Toutefois, les sentiments affectueux

étaient plus puissants en lui : il se fit des enfants de ses disciples Viviani et Torricelli.

On raconte qu'un jour, des fontainiers de Florence, qui avaient voulu élever l'eau plus haut que ne le permet la pression atmosphérique, n'y pouvant parvenir, vinrent le consulter pour savoir par quels motifs les pistons de leurs pompes refusaient le service à une certaine hauteur. « La nature, disaient-ils, a cependant horreur du vide. — Eh oui ! leur répondit en riant Galilée, mais elle n'a, paraît-il, horreur du vide que jusqu'à 33 pieds. » Il légua à Torricelli le soin de résoudre la question. Ce fut l'origine de la découverte de la pression atmosphérique et de l'invention du baromètre.

On a accusé Galilée d'avoir méconnu le grand Képler ; les citations que nous avons faites montrent que c'était à tort.



Il nous reste à donner une analyse des *Discorsi e dimostrazioni mathematiche intorno a due nuove scienze*, qui, en réalité, sont peu connus.

L'ouvrage est disposé en forme de dialogue ; les interlocuteurs sont, comme dans le *Saggiatore*, SALVIATI, SAGREDO et SIMPLICIO et leurs rôles restent les mêmes : Simplicio est chargé de faire les objections plus ou moins insensées que Galilée prévoit contre ses idées ; Salviati et Sagredo ont la double mission d'expliquer la théorie et de répondre poliment à Simplicio qui, à bout d'arguments, finit toujours par convenir qu'il comprend parfaitement.

Le *Scenario* comprend quatre journées, dont les deux premières sont employées à traiter de la cohésion dans les solides,

de leur résistance à la rupture ou à la flexion, de l'élasticité et des vibrations sonores; et les deux dernières du mouvement uniforme, du mouvement uniformément varié et du mouvement parabolique qui résulte de la composition des deux. L'ouvrage est terminé par un appendice qui n'est que la reproduction d'un opuscule sur les centres de gravité, écrit par Galilée dans sa jeunesse, et qui comprend la détermination des centres de gravité de la pyramide, du cône et du conoïde parabolique; nous n'avons rien à dire de cet appendice, les questions qui y sont traitées ayant déjà été résolues antérieurement, comme nous l'avons dit, par Maurolycus, Commandin et Léonard de Vinci.

La facture des deux parties de l'ouvrage principal n'est pas la même : dans la première partie, où les questions posées ne comportent pas encore de solutions bien certaines, l'exposition des théories est entièrement abandonnée à Salviati et à Sagredo. Dans la seconde, les trois interlocuteurs sont censés lire un texte magistral, de Galilée, écrit en latin, et ils le commentent en italien. La partie didactique, en latin, ne contient que des propositions absolument incontestables; quand les preuves ne sont plus assez certaines, ou que la théorie présente quelques lacunes, qu'il faut combler par des hypothèses, Galilée passe la parole à Salviati ou à Sagredo, après que Simplicio a jeté le cri d'alarme.

On comprendra que nous ne rendions pas compte de la première partie : la tentative qu'y fait Galilée est méritoire et un grand nombre des idées qu'il y émet sont justes, mais les questions qu'il y aborde étaient tellement inaccessibles de son temps qu'il s'en faut beaucoup qu'on y voie, même aujourd'hui, parfaitement clair.

La seconde partie débute par un avertissement très court : « Nous édifions, dit Galilée, une Science entièrement neuve sur un sujet vieux comme le monde. Rien de plus ancien en effet, dans la nature, que le mouvement; mais quoique les philosophes en aient écrit quantité de gros volumes, les plus importantes particularités en étaient restées ignorées. On avait bien remarqué que le mouvement des corps qui tombent naturellement s'accélère; mais dans quelle proportion a lieu cette accélération, cela n'avait pas encore été dit. Personne, en effet, n'a jusqu'ici démontré que les espaces parcourus dans des temps égaux par un mobile qui tombe, à partir du repos, sont comme les nombres impairs. On avait bien remarqué que les projectiles décrivent des courbes, mais que ces courbes fussent des paraboles, personne ne l'avait encore avancé. Nous démontrerons qu'il en est ainsi et notre travail formera la base d'une Science où des esprits plus perspicaces pénétreront ensuite plus profondément.

« Nous divisons ce traité en trois parties. Dans la première, nous considérons ce qui se rapporte au mouvement égal, ou uniforme. Dans la seconde nous traitons du mouvement naturellement accéléré; dans la troisième, du mouvement violent, ou du mouvement des projectiles. »

On a dû remarquer, dans cette dernière phrase, le mot *naturellement* (*naturaliter*) ajouté comme qualificatif à l'adjectif *accéléré*. Galilée emploie ce mot, d'abord parce que le mouvement accéléré dont il traitera est celui qu'on observe dans la nature, mais surtout parce que, n'en connaissant pas la cause, il ne pourrait en concevoir d'autre que d'une façon abstraite, ce dont il ne se préoccupe pas, par la raison qu'il ne pourrait

dire dans quelles circonstances ces mouvements se produiraient.

Il faut en effet, pour bien comprendre Galilée, observer avant tout qu'il n'a encore ni la notion des forces, ni la notion des masses. Ces notions se feront d'elles-mêmes jour un peu plus tard, dans les esprits de Descartes et surtout de Huyghens, mais elles ne sont pas même encore en germe dans l'entendement de Galilée. Aussi ne doit-on voir, dans son ouvrage, qu'un chapitre de la Cinématique, et non des éléments de Dynamique, comme on l'a toujours fait, en lui prêtant des idées qui n'étaient pas encore de son temps.

Du mouvement égal.

Définition. — Par mouvement égal, ou uniforme, j'entends celui dans lequel les espaces parcourus dans des temps égaux *quelconques* sont égaux entre eux.

Il paraît que le mot *quelconques* ne se trouvait pas dans Aristote, car Galilée insiste sur la nécessité de l'introduire dans la définition.

Théorème I. — Si un mobile animé d'un mouvement uniforme (*æquabiliter latum*) parcourt deux espaces, les temps des parcours (*lacionum*) seront entre eux comme les espaces parcourus (*peracta*).

Théorème II. — Si un mobile parcourt deux espaces dans des temps égaux, ces espaces seront entre eux comme les vitesses.

Cet énoncé n'est pas fort bien conçu ; le voici en latin : *Si mobile temporibus æqualibus duo pertranseat spatia, erunt ipsa spatia inter se ut velocitates*. Galilée aurait mieux fait d'introduire deux mobiles animés de vitesses différentes ; mais, comme Simplicio ne réclame pas, nous passerons outre.

Théorème III. — Les temps employés à parcourir un même espace, avec des vitesses différentes, sont en raison inverse des vitesses.

Théorème IV. — Si deux mobiles sont animés de mouvements uniformes, mais ont des vitesses différentes, les espaces qu'ils parcourent dans des temps inégaux ont une raison composée de la raison des vitesses et de celle des temps.

On voit par ce style que Galilée s'était formé à l'école d'Euclide et d'Archimède.

Théorème V. — Si deux mobiles sont animés de mouvements uniformes, qu'ils aient des vitesses inégales, et qu'ils parcourent des espaces inégaux, la raison des temps sera composée de celle des espaces et de celle des vitesses, prises en sens contraire (*contrariè sumptarum*).

Théorème VI. — Si deux mobiles sont animés de mouvements uniformes, la raison de leurs vitesses sera composée de celle des espaces parcourus et de celle des temps, pris en sens contraire.

Tous ces énoncés et les démonstrations qu'en donne Galilée tiendraient dans notre formule

$$e = vt.$$

Galilée a remué tant d'idées, à peine définitivement acquises aujourd'hui, qu'il nous paraît pénétrer jusque dans notre siècle, en sorte qu'il faut presque un effort d'imagination pour se le représenter contemporain de Viète. Aussi se prend-on à s'étonner de ne pas trouver dans son ouvrage cette formule

$$e = vt.$$

Mais l'idée de représenter les grandeurs par leurs rapports à des unités ne s'était pas encore fait jour.

De motu naturaliter accelerato, c'est-à-dire Du mouvement accéléré qui s'observe dans la nature.

« Il s'agit maintenant, dit Galilée, de traiter du mouvement accéléré, et d'abord il convient de rechercher la définition de celui dont use la nature. Car il n'y aurait pas absurdité à imaginer arbitrairement une loi de mouvement et à étudier les affections de ce mouvement; mais si la définition de notre mouvement accéléré reproduit l'essence du mouvement naturellement accéléré, nous aurons, comme nous le voulons, étudié du même coup la loi de la chute des graves. C'est ce que nous croyons avoir trouvé, après y avoir longtemps pensé, parce que les lois que nous avons établies rationnellement s'accordent avec celles qui s'observent dans la nature. Au reste nous avons été conduit comme par la main à la découverte de la loi du mouvement naturellement accéléré, par l'observation des autres œuvres de la nature, où elle n'emploie jamais que les moyens les plus simples et les plus faciles; car je pense que personne ne croira que le vol et la natation pussent être réalisés par des moyens plus simples et plus faciles que ceux dont se servent d'instinct les oiseaux et les poissons. Lors donc que je vois qu'une pierre acquiert, dans sa chute, d'incessants accroissements de vitesse, pourquoi ne penserais-je pas que ces accroissements sont réglés de la façon la plus simple. Or, si nous y regardons attentivement, nous ne trouverons aucun mode d'accroissement plus simple que celui qui se fait toujours de la même manière. Et on le com-

prendra facilement en observant la très grande affinité qui se trouve entre le temps et le mouvement : car, de même que le mouvement uniforme se conçoit et se définit par l'uniformité dans les temps et l'égalité dans les espaces, de même nous pouvons concevoir que les accroissements de vitesse se fassent d'une manière simple dans les parties égales du temps, en imaginant que, dans le mouvement uniformément accéléré, la vitesse reçoive toujours les mêmes accroissements égaux dans des temps égaux quelconques, de sorte que le mobile acquérant au bout de deux particules du temps, au bout de trois, etc., des vitesses double, triple, etc., de celle qu'il avait acquise, à partir du repos, dans la première : s'il prenait, au bout de chacune de ces particules du temps, un mouvement uniforme dont la vitesse fût la vitesse alors acquise, il parcourrait dans ces divers mouvements des chemins simple, double, triple, etc., dans un même temps.

« Nous dirons donc qu'un mouvement uniformément accéléré est celui dans lequel la vitesse s'augmente de quantités égales dans des temps égaux quelconques. »

Ici commence le texte que les trois interlocuteurs lisent, pour le commenter ensuite.

« Nous avons dit qu'un mouvement également ou uniformément accéléré est celui qui s'ajoute à lui-même (*sibi superaddit*) des quantités de vitesse (*momenta celeritatis*) égales dans des temps égaux, à partir du repos. »

L'auteur, dit Salviati, demande qu'on regarde comme vrai un principe qu'il va énoncer :

J'admets que *les degrés de vitesse (gradus celeritatis) acquis par un même mobile sur divers plans inclinés, sont égaux lorsque les élévations des plans sont égales.*

Salviati et Sagredo commentent cet axiome et essaient de le justifier par des considérations tirées du mouvement d'un pendule ; mais leurs explications, dont Galilée leur laisse la responsabilité, ne sont pas claires et ne pouvaient pas l'être. Cet axiome, en effet, dans la théorie qui nous occupe, tient lieu du théorème de Stevin, dont Galilée n'aurait même pas pu faire usage, s'il l'eût connu, parce qu'il ne considère la pesanteur que comme une cause générale de mouvement et ne distingue pas cette cause, dans chaque corps ; de sorte qu'il ne voit pas encore la force, égale au poids du corps, qui l'entraîne dans la direction verticale, et ne peut par conséquent pas se demander quelle est la force qui entraînerait ce même corps sur un plan incliné. Si Galilée avait su décomposer le poids d'un corps placé sur un plan incliné en ses deux composantes normale et parallèle au plan, l'axiome qu'il propose lui aurait été inutile : il ne sert qu'à suppléer à cette ignorance. Mais on doit reconnaître qu'il est parfaitement choisi, non seulement parce qu'il remplit exactement son office, mais aussi parce qu'il est susceptible d'une vérification expérimentale.

Voici ce qu'en dit Sagredo : « vraiment il me paraît qu'une telle supposition a tant de probabilité qu'elle mérite d'être concédée sans contestation ; en admettant, bien entendu, que tous les empêchements accidentels et externes soient écartés ; c'est-à-dire que les plans soient bien solides et bien dressés, et que le mobile soit bien parfaitement rond. Si les plans ni le mobile ne présentent aucune scabrosité, la lumière naturelle me montre sans difficulté qu'une balle pesante arrivera au bas de tous les plans de même hauteur avec la même vitesse (*con impeti eguali*). » Mais il est clair que Sagredo aurait préféré un bon théorème à la lumière naturelle.

Proposition I.

Le temps que met à parcourir un espace quelconque, à partir du repos, un mobile animé d'un mouvement uniformément accéléré, est égal à celui que mettrait, à parcourir le même espace, un second mobile animé d'un mouvement uniforme, dont la vitesse serait la moitié de celle du premier à la fin du temps considéré.

Que le temps employé par un mobile à parcourir, à partir du repos, un espace CD, d'un mouvement uniformément accéléré, soit représenté par AB (*fig. 3*) et que la vitesse acquise, durant les instants successifs qui composent le temps AB, soit représentée par BE. Si, par le milieu F de BE, on mène FG égale et parallèle à BA, que l'on divise AB en parties égales et que, par les points de divisions, on mène des parallèles à BE : les parties de ces parallèles comprises entre AE et AB représenteront les vitesses acquises après les temps marqués par les parties de AB, prises à partir du point A ; d'un autre côté, les parties de ces mêmes parallèles, comprises entre AE et GF seront égales deux à deux, et les unes seront ajoutées à celles qui se trouvent dans le triangle AEB tandis que leurs égales en seront retranchées. De sorte que la somme des parallèles à BE, comprises dans le parallélogramme AGFB, sera égale à la somme des parallèles comprises dans le triangle AEB. Mais les parallèles à BE comprises dans le parallélogramme représentent la vitesse constante du mouvement uniforme considéré, et les parallèles comprises dans le triangle représentent les vitesses aux différentes époques du mouvement uniformément accéléré. Il est donc clair (*patet igitur*) que les espaces parcourus dans les deux mouvements sont égaux.

constituerait à lui seul, s'il était traduit en formule, toute la théorie du mouvement uniformément accéléré. En effet, si g est la vitesse acquise par le mobile dans l'unité de temps, gt est sa vitesse au bout du temps t , $\frac{1}{2}gt$ est donc la vitesse du mouvement uniforme que Galilée considère et par conséquent son théorème signifie que l'espace parcouru pendant le temps t , dans le mouvement uniformément accéléré en question, est

$$\frac{1}{2} gt^2.$$

Mais Galilée n'ayant pas ces formules à sa disposition est obligé de multiplier ses théorèmes, pour compléter la théorie.

Nous ne le suivrons pas dans les démonstrations de ces théorèmes, parce qu'elles sont entièrement analogues à la précédente, mais nous croyons devoir au moins en reproduire les énoncés.

Proposition II.

Si un mobile descend (*descendet*), à partir du repos, d'un mouvement uniformément accéléré, les espaces qu'il parcourt dans des temps quelconques sont entre eux en raison doublée de la raison des temps : c'est-à-dire comme les carrés des temps.

On remarquera le mot *descend* que Galilée emploie parce qu'il n'a en vue que le mouvement des graves. Quant aux carrés des temps (*temporum quadrata*) ce sont les carrés construits sur les longueurs qui représentent les temps. Au reste la démonstration se fait, au moyen de la *proposition I*, en substituant aux deux espaces considérés, ceux qui auraient été parcourus dans deux

mouvements uniformes ayant pour vitesses les moitiés des vitesses acquises par le mobile au bout des temps considérés.

La proposition est suivie de deux corollaires et d'un scolie. Dans le premier corollaire, Galilée remarque que les espaces parcourus, pendant des intervalles égaux de temps, par un mobile animé d'un mouvement uniformément accéléré, sont comme les nombres impairs 1, 3, 5 etc. *Hæc enim est ratio excessuum quadratorum linearum sese æqualiter excedentium, et quarum excessus est æqualis minimæ ipsarum.*

Le second corollaire est ainsi conçu :

Les temps employés à parcourir deux espaces quelconques, à partir du commencement du mouvement, sont entre eux comme l'un des espaces est à la moyenne proportionnelle entre les deux. Nous dirions que le rapport des temps est égal à la racine carrée de celui des espaces :

$$\frac{t}{t'} = \sqrt{\frac{e}{e'}}$$

mais la racine carrée d'une raison ne présentait pas encore une idée bien nette ; et, comme le second membre, sous la forme

$$\frac{\sqrt{e}}{\sqrt{e'}}$$

n'aurait pas de sens, Galilée est obligé de lui donner cette autre forme :

$$\frac{\sqrt{ee}}{\sqrt{ee'}} = \frac{e}{\sqrt{ee'}}$$

comme aurait fait Archimède.

Galilée, dans le scolie, étend sans explication les propositions

précédentes aux mouvements des graves le long de plans inclinés, parce qu'il a admis que la vitesse acquise par un corps pesant qui descend la pente d'un plan incliné est à chaque instant égale à celle que ce corps aurait acquise en tombant librement de la même hauteur, suivant la verticale.

Proposition III.

Si des mobiles descendent le long de divers plans inclinés de même hauteur, les temps des parcours seront comme les longueurs de ces plans.

Proposition IV.

Les temps employés à la descente de plans de même longueur, mais inégalement inclinés, sont en raison sous double de la raison des hauteurs de ces plans, prises en sens contraire.

Proposition V.

Les temps employés à la descente de plans inclinés quelconques sont entre eux en raison composée de la raison des longueurs de ces plans et de la raison sous double de celle de leurs hauteurs, prises en sens contraire.

Proposition VI.

Si, du point le plus élevé d'un cercle vertical, on mène différentes cordes, les temps des descentes le long de ces cordes seront égaux.

(Car les carrés des cordes seront comme leurs hauteurs, ou bien les cordes seront dans la raison sous double de celle des

hauteurs, desorte que la raison composée de la raison des cordes et de la raison sous double de celle des hauteurs, renversée, sera la raison de quantités égales.)

Corollaire I. — Si l'on considère les cordes qui joignent un point de la circonférence aux deux extrémités du diamètre vertical, les temps des descentes le long de ces cordes sont aussi égaux.

Corollaire II. — Le temps de la descente le long d'une corde partant de l'un ou l'autre sommet est égal au temps de la descente le long du diamètre vertical.

Nous passons les trente-deux propositions suivantes qui ne présenteraient plus aujourd'hui aucun intérêt. *E finisce la terza Giornata.*

Du mouvement des projectiles.

« Nous avons traité précédemment du mouvement uniforme et du mouvement uniformément accéléré; il va être maintenant question de celui d'un mobile animé d'un double mouvement, l'un uniforme et l'autre uniformément accéléré. Nous disons que ce mouvement est celui des projectiles. Or voici comment j'en constitue la génération (*cujus generationem talem constituo*).

Je conçois par la pensée un mobile lancé sur un plan horizontal : toute résistance étant enlevée (*omni secluso impedimento*), son mouvement resterait perpétuellement uniforme si le plan était indéfini; mais, si ce plan est terminé, dès que le mobile arrive à la limite, il est soumis à la gravité, et, au delà, il ajoute à son précédent et indélébile mouvement celui auquel il a dès lors propension par sa propre gravité; d'où résulte un mouvemen

composé d'un mouvement uniforme et du mouvement naturellement accéléré. »

Telle est la manière dont Galilée présente ce qu'on a appelé, par une double exagération, son principe de l'indépendance des effets des forces.

Proposition I.

Un mobile emporté par un mouvement composé d'un mouvement uniforme horizontal et du mouvement naturellement accéléré, décrit dans son parcours une demi-parabole.

Proposition II.

Si un mobile est animé de deux mouvements uniformes, l'un horizontal et l'autre vertical, sa vitesse sera, *en puissance*, égale aux deux vitesses des mouvements primitifs. (C'est-à-dire que le carré de la vitesse du mouvement résultant sera égal à la somme des carrés des vitesses des mouvements composants, parce que les deux vitesses sont rectangulaires entre elles.)

Proposition III et IV.

Galilée étend le théorème précédent au cas de la composition d'un mouvement uniforme horizontal et du mouvement naturellement accéléré.

Comme il ne pouvait donner de noms ni à la vitesse du mouvement uniforme, ni à l'accélération du mouvement uniformément accéléré, il éprouve naturellement une grande difficulté à mettre en rapport les deux mouvements. Il tourne cette difficulté, de la manière la plus heureuse et avec une merveilleuse

entente des conditions concrètes de la question ; voici comment : il a démontré que la trajectoire du mobile sera une parabole ; mais, ni le paramètre de cette parabole, ni l'amplitude du jet, pour une hauteur donnée, ne sont encore déterminés ; pour pouvoir traiter maintenant la question d'une façon complète, il définit le mouvement uniforme, qui doit être composé avec le mouvement naturellement accéléré, par la hauteur dont un corps pesant devrait tomber pour acquérir une vitesse égale à celle du mouvement uniforme qu'il veut introduire ; de sorte que tous les éléments de la question se trouvent désormais comparables entre eux.

Galilée démontre ensuite que le paramètre de la parabole décrite par le mobile, c'est-à-dire ce que nous appelons p , dans l'équation $y^2 = 2px$, est le double de la hauteur dont il vient d'être parlé.

Galilée ne parle nulle part du mouvement composé d'un mouvement uniforme oblique à l'horizon et du mouvement naturellement accéléré.

Les œuvres de Galilée qui subsistent ont été réunies et publiées par M. Albéri sous le titre :

Opere di Galileo-Galilei, prima edizione completa, condita sugli autentici manoscritti palatini. 16 volumes grand in-8. Cette édition est devenue incomplète par suite de la découverte récentes de plusieurs pièces importantes.



MARIN GHETALDI.

(Né à Raguse vers 1566, mort vers 1627, probablement à Constantinople.)

Son principal ouvrage est intitulé : *De resolutione et compositione mathematica*; c'est un traité d'Algèbre, accompagné d'applications à la Géométrie. Ghetaldi entreprit la restitution du livre perdu d'Apollonius : *De tactionibus*, et ajouta un supplément à l'*Apollonius Gallus* de Viète. Une mission dont il fut chargé près du sultan interrompit ses travaux et l'on croit qu'il ne revint pas de Constantinople.



DOMINIS (MARC, ANTOINE DE).

[Né en 1566 dans l'île d'Arbe (Dalmatie), mort à Rome en 1624.]

Il fit ses premières études à Lorette, dans un collège dirigé par les Jésuites, et alla les achever à l'Université de Padoue. Il entra fort jeune dans l'ordre des Jésuites et professa pendant vingt ans la Philosophie et les Sciences naturelles à l'Université de Padoue.

C'est pendant cette période qu'il composa son traité : *De radiis visus et lucis in vitris perspectivis et iride*, qui ne fut publié qu'en 1611 à Venise et qui eut l'honneur d'être cité avec éloges par Newton dans son *Optique*.

Dominis y tentait une explication théorique de l'arc-en-ciel. Il faisait bien réfléchir la lumière dans l'intérieur des gouttes de pluie avant de l'en faire ressortir, mais il ne pouvait rendre compte de l'angle sous lequel l'observateur voit le rayon de l'arc. Quant à l'explication qu'il donnait de l'arc secondaire, elle était entièrement fausse. Il ne soupçonna pas que ce second arc fût

dû à une double réflexion de la lumière dans l'intérieur des gouttes.

Dominis demanda vers 1588 à sortir de l'ordre des Jésuites et fut nommé d'abord évêque de Segni, puis archevêque de Spalatro.

Il désirait des réformes et écrivit dans ce sens à la Cour de Rome; ne pouvant rien obtenir, il abandonna son archevêché, se retira d'abord à Venise où il se lia avec Fra Paolo Sarpi et passa ensuite en Angleterre où il ne fit plus mystère de ses dissentiments avec Rome et où il publia en 1617 un ouvrage intitulé : *De Republica ecclesiastica*, qu'il compléta en 1620, et où il proposait une foule de réformes.

Cependant, le climat de Londres ayant altéré sa santé, il désirait revoir l'Italie. Grégoire XV, qui avait été son ami, le lui permit, mais il mourut l'année même du retour de Dominis, qui trouva dans Urbain VIII un ennemi acharné.

Enfermé au château Saint Ange, il y fut, dit-on, empoisonné. On l'enterra provisoirement, mais l'inquisition fit brûler son corps l'année suivante avec ses livres.



MÉTIUS (ADRIEN).

(Né à Alkmaër en 1570, mort à Francker en 1635.)

Il occupa pendant trente-huit ans la chaire de Mathématiques à Francker. On s'était contenté depuis Archimède de la valeur approchée $\frac{22}{7}$ pour le rapport de la circonférence au diamètre, Métius poursuivit un peu plus loin les calculs du grand géomètre et trouva $\frac{355}{113}$.

Ses principaux ouvrages sont : *Doctrinæ sphaericæ libri quinque* (1598); *Universæ Astronomiæ institutio* (1606); *Praxis nova geometrica* (1623); *Problemata astronomicæ* (1625); *Calendarium perpetuum* (1627).



MÉTIUS (JACQUES).

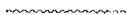
(Né à Alkmaër vers 1571.)

« Il y a environ trente ans, dit Descartes, dans sa *Dioptrique*, qu'un nommé Jacques Metius, de la ville d'Alkmaër en Hollande, homme qui n'avait jamais étudié, bien qu'il eût un père et un frère qui ont fait profession de Mathématiques, mais qui prenait particulièrement plaisir à faire des miroirs et verres brûlants, ayant à cette occasion plusieurs verres de diverses formes, s'avisa, par bonheur, de regarder au travers de deux, dont l'un était un peu plus espais au milieu qu'aux extrémités, et l'autre au contraire beaucoup plus espais aux extrémités qu'au milieu, et il les appliqua si heureusement aux deux bouts d'un tuyau, que la première des lunettes en fut composée, et c'est seulement sur ce patron que toutes les autres qu'on a vues depuis ont esté faictes. »

Cette lunette, composée d'un objectif biconvexe et d'un oculaire biconcave, a pris le nom de télescope batavique. Elle fut remplacée peu après par diverses combinaisons de verres biconvexes donnant des images renversées ou droites.



SEPTIEME PERIODE.



*De KÉPLER, né en 1571,
à DESCARTES. né en 1596.*

Noms des savants de cette Période.

	Né en	Mort en
KÉPLER.....	1571	1630
OUGHTRED.....	1574	1660
SCHEINER.....	1575	1650
SALOMON DE CAUSS.....	1576	1630
GULDIN.....	1577	1643
CASTELLI.....	1577	1644
VAN HELMONT.....	1577	1644
HARVEY.....	1578	1658
FOSCARINI.....	1580	1616
FAULHABER.....	1580	1635
ROTH.....	1580	1617
PEIRESC.....	1580	1637
WENDELIN.....	1580	1660
VERNIER.....	1580	1637
DE BEAUSOLEIL.....	1580	1645
BACHET DE MÉZIRIAC.....	1581	1638
GUNTER.....	1581	1626
BAINBRIDGE.....	1582	1643
MORIN (Jean-Baptiste).....	1583	1656
GRÉGOIRE DE SAINT-VINCENT.....	1584	1667
MYDORGE.....	1585	1647
MERSENNE.....	1588	1648
RICHARD.....	1589	1664
ALBERT GIRARD.....	1590	1634
SNELLIUS.....	1591	1626
GASSENDI.....	1592	1655
DESARGUES.....	1593	1662
WINGATE.....	1593	1656
HENRION.....		1640
MARCI DE KRONLAND.....	1595	1667



SEPTIÈME PÉRIODE.

CETTE période comprend Képler et Harvey, qui ont introduit en Astronomie et en Physiologie des éléments nouveaux de la plus haute importance; Desargues, qui a fait faire des progrès remarquables à la Géométrie théorique, en même temps qu'il en faisait d'utiles applications aux Arts et à l'Industrie; Van Helmont de qui date la Chimie; Grégoire de Saint Vincent qui quarra l'hyperbole rapportée à ses asymptotes et Snellius qui découvrit la loi de la réfraction; elle est donc d'autant plus glorieuse que, malgré la valeur considérable des découvertes qui l'illustrent, elle est extrêmement courte. Mais la méthode n'y subit aucune modification assignable; nous laisserons donc les faits parler eux-mêmes.

Progrès de l'Arithmétique.

Oughtred imagine la méthode abrégée de calcul, pour la multiplication. Gunter invente la règle à calcul, ou règle logarithmique.

Progrès de la Géométrie.

Képler trouve la cubature du volume engendré par un segment elliptique, symétrique par rapport à l'un des axes de la courbe, tournant autour de sa corde. Guldin retrouve le théorème énoncé par Pappus sur les surfaces et volumes de révolution. Grégoire de Saint Vincent quarre l'hyperbole rapportée à ses asymptotes. Desargues établit la théorie de l'involution; il fonde la perspective théorique et la stéréotomie.

Progrès de la Mécanique.

Castelli ébauche la théorie des eaux courantes. Képler admet de la part du Soleil une action attractive sur les planètes et y rattache la pesanteur. Desargues enseigne la construction théorique des profils des dents des engrenages. Marci ébauche la théorie du choc des solides.

Progrès de l'Astronomie.

Képler découvre les belles lois qui portent son nom. Wendelin vérifie que les satellites de Jupiter y sont soumis. Snellius tente une nouvelle détermination de la longueur d'un degré du méridien.

Progrès de la Physique.

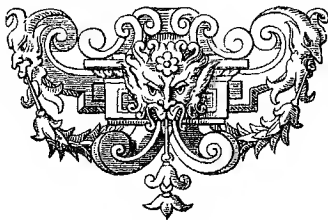
Vernier invente l'instrument qui porte son nom. Snellius découvre la loi de la réfraction. Marci annonce l'inégale réfrangibilité des rayons diversement colorés.

Progrès de la Chimie.

Van Helmont commence à distinguer les airs les uns des autres et leur donne le nom de *gaz*.

Progrès de la Physiologie.

Van Helmont découvre dans l'estomac le suc gastrique et en étudie les fonctions. Harvey démontre la circulation du sang et apprécie le rôle de la respiration dans la transformation du sang veineux en sang artériel. Képler détermine les fonctions des diverses parties de l'œil et fonde la théorie de la vision.





BIOGRAPHIE
DES
SAVANTS DE LA SEPTIÈME PÉRIODE
ET
ANALYSE DE LEURS TRAVAUX.

KÉPLER (JEAN).

[Né à Weil (Wurtemberg) en 1571, mort à Ratisbonne en 1630.]

Il commença par être garçon de cabaret chez son père, puis cultivateur. Son père ayant repris l'état de soldat, qu'il avait abandonné pour se faire cabaretier, le jeune Képler se vit en butte aux mauvais traitements de sa mère et de ses deux frères aînés. Il se réfugia auprès de sa sœur Marguerite, qui l'affectionnait beaucoup, mais dont le mari, homme d'un caractère brutal, mit l'enfant faible et maladif aux travaux des champs et ne se décida que plus tard à le faire entrer au séminaire de Tubingue, où il fut admis gratuitement (1589).

Expulsé de cette maison pour ses opinions peu orthodoxes, Képler se mit à suivre les cours de Mathématiques de l'Université, y fit de grands progrès et fut nommé, à vingt-deux ans, professeur de Mathématiques à Grætz, en Styrie.

Chargé de la rédaction de l'almanach, il faisait dès lors de ses calendriers un singulier mélange de renseignements astrono-

miques, de prédictions du temps et de théologie mystique; figurant le Père éternel par le Soleil, le Fils par l'éther, etc., etc.

En 1597, Képler épousa une veuve belle et noble, deux qualités qu'elle fit payer cher à son mari. Pour obtenir sa main, Képler dut, vaille que vaille, faire preuve de noblesse. Sa vie conjugale fut ensuite un long martyre.

En 1599, les persécutions religieuses l'obligèrent à quitter Grætz. Tycho-Brahé l'appela à Prague, pour l'aider dans la composition de ses *Tables Rudolphines*, et lui fit offrir de superbes appointements, que Képler accepta. Malheureusement, Tycho n'était, ou plutôt ne pouvait plus être, généreux qu'en paroles : il fallut que la femme de son malheureux collaborateur tirât, florin par florin, les appointements de son mari.

La mort de Tycho (1601) parut amener dans la situation de Képler un changement heureux : il succéda à Tycho comme astronome de l'empereur Rodolphe II. Mais la pension, d'ailleurs modique, que lui assigna le souverain fut encore plus mal payée que les appointements que lui servait Tycho-Brahé; si bien que, pour gagner sa vie, l'illustre astronome fut réduit à tirer l'horoscope des gens de cour.

La vie de Képler n'offre plus dès lors qu'une série de misères domestiques et d'infortunes de toutes sortes. Malheureux avec une femme acariâtre, qui devint épileptique, puis folle, il fut, dans un second mariage, accablé d'enfants. Persécuté par les orthodoxes de Linz, où il avait fixé sa résidence comme astronome impérial; obligé d'aller, en 1611, intercéder auprès du duc de Bavière, pour sauver sa mère, sur le point d'être brûlée comme sorcière; pensionné par des princes et manquant le plus souvent de pain, il est un des plus nobles exemples du génie prenant

librement son essor et se dégageant radieux des étreintes du malheur et de la fatalité.

C'est, en effet, au milieu des amertumes et des dégoûts d'une semblable vie qu'il dut poursuivre ses profondes études, ses recherches immenses et ses lumineuses investigations. Il mourut pendant un des fréquents et inutiles voyages qu'il faisait pour essayer de toucher ses appointements arriérés. Il n'avait alors que cinquante-neuf ans. Le découragement ne paraît jamais avoir atteint son âme énergique, car il disait, avec un noble et juste orgueil, « qu'il ne céderait pas ses ouvrages pour le duché de Saxe. »

Comme savant, Képler offre un mélange des qualités et des défauts intellectuels les plus inconciliables, poussés à un point qui en rend la coexistence encore plus difficile à expliquer.

Il faut tenir compte à la fois des vices de son éducation première, de l'empire absolu qu'exerçaient sur tous les esprits les énormes absurdités physiques enseignées de son temps dans les écoles, du trouble général apporté par les premières idées de réforme, de la misère des temps, etc., etc., pour concevoir qu'un homme tel que Képler ait pu associer tant de persévérance, de sagacité, de génie dans la recherche difficile de la vérité, avec un goût prononcé pour l'astrologie, les horoscopes, les prédictions de la pluie et du beau temps.

On a, pour expliquer des contradictions si étranges, soutenu, non sans raison, que les élucubrations astrologiques de Képler ne lui étaient inspirées que par le désir de faire passer la vérité à l'aide des erreurs alors universellement admises; un passage d'un de ses livres, en effet, appuie fortement cette hypothèse :

« De quoi vous plaignez-vous, philosophe trop délicat, si une

filles que vous jugez folles soutient une mère sage, mais pauvre, si cette mère n'est souffrante parmi les hommes, plus fous encore, qu'en considération de ces mêmes folies ? Si l'on n'avait eu le crédule espoir de lire l'avenir dans le ciel, auriez-vous jamais été assez sages pour étudier l'Astronomie pour elle-même ? »

« Nos faiseurs de systèmes, dit Delambre, n'ont pas imaginé plus de folies que Képler ; mais ils ne calculent rien, et Képler soumettait tout au calcul ; il n'abandonnait pas une idée avant d'en avoir bien démontré l'exactitude ou la fausseté. C'est ainsi qu'il est parvenu à ses immortelles découvertes et qu'il s'est distingué parmi tant d'autres rêveurs, qui n'ont pas eu le même courage, la même bonne foi, ou qui n'avaient pas ses connaissances mathématiques. »

C'est souvent la raison la plus puérile du monde qui détermine Képler à une croyance, d'abord absolue, en une loi fautive. Quand son opinion est fixée, il en cherche la justification dans des calculs qui eussent arrêté tout autre que lui ; ces calculs lui montrent qu'il s'est trompé, mais il avance ainsi insensiblement vers la découverte de la vérité, parce qu'il a recueilli en chemin des observations utiles qui lui serviront plus tard.

Le premier ouvrage de Képler est son *Prodromus dissertationum, continens mysterium cosmographicum de admirabili proportionibus orbium cœlestium, deque causis cœlorum numeri, magnitudinis, motuumque periodicorum genuinis et propriis, demonstratum per quinque regularia corpora geometrica*. Il fut publié pour la première fois, en 1596, par les soins de Mœstlin, dont Képler avait été le disciple, et réimprimé vingt-cinq ans après, avec les *Harmoniques*. Dans l'intervalle, Képler s'était presque exclusivement occupé d'achever les *Tables Rudolphines*.

Le *Prodromus* justifie pleinement, ce nous semble, le jugement que nous avons porté plus haut : le but que s'y propose Képler, qui n'avait alors que vingt-quatre ans, est d'établir cette loi singulière que les distances des planètes au Soleil procèdent des cinq polyèdres réguliers. Le créateur, en établissant l'ordre, le nombre et les proportions des cieux, ne pouvait n'avoir pas songé aux cinq polyèdres réguliers. « Prenez donc l'orbe de la Terre pour première mesure, circonscrivez-y le dodécaèdre, décrivez un cercle autour de ce dodécaèdre, ce sera l'orbite de Mars ; à cette orbite circonscrivez le tétraèdre, le cercle qui l'enfermera sera l'orbite de Jupiter ; à cette dernière orbite, circonscrivez le cube, et le cercle que vous décrirez autour sera l'orbite de Saturne. » Voilà pour les planètes supérieures. Maintenant, « dans l'orbe de la Terre inscrivez l'icosaèdre, il comprendra l'orbite de Vénus ; à cette orbite inscrivez l'octaèdre, il renfermera l'orbe de Mercure. » C'est ce qui fait qu'il n'y a que cinq planètes et la Terre...

Un autre système qu'il avait conçu antérieurement l'avait amené à supposer l'existence de deux planètes inconnues : l'une entre Mars et Jupiter, l'autre entre Mercure et Vénus ; mais il n'était pas très satisfait de cette hypothèse, et sa nouvelle idée lui parut bien préférable. « Vous ne trouverez plus ici, dit-il, de planètes inconnues, interposées parmi les autres ; je n'étais pas trop content de cette audace ; au lieu que, sans rien faire qu'un peu de violence aux corps connus, je les enchaîne les uns aux autres. » Au milieu de ces folies, on trouve, dans le *Prodromus*, de bonnes et solides raisons à l'appui du système de Copernic.

Après l'hypothèse folle, viennent les travaux de vérification, qui donnent à Képler l'occasion de perfectionner les méthodes et

de rectifier les observations ; il trouve que « Mars et Vénus vont bien ; la Terre et Mercure, pas mal ; Jupiter seul s'écarte de la loi ; mais à une si grande distance, on doit peu s'en étonner, etc. » Du reste, les distances données par Copernic étaient comptées à partir du centre du grand orbe, et non pas à partir du Soleil. Cette observation que fait en passant Képler, pour justifier son système, prendra plus tard une tout autre importance.

Képler, cherchant ensuite à relier, par une loi, les durées des révolutions des planètes aux grandeurs de leurs orbes, montre qu'il n'y a pas proportion simple. « Quelle peut être la cause de ces différences ? Les impulsions motrices sont-elles plus faibles à une plus grande distance du Soleil ? ou bien n'y aurait-il qu'une seule âme motrice placée dans le Soleil, qui agirait avec plus de force sur les corps voisins, avec moins de force sur les corps éloignés ? » Il imagine alors la règle suivante : « Ajoutez à la durée de la révolution d'une planète la moitié de l'excès de celle de la planète suivante, le rapport sera celui des distances des deux planètes au Soleil. La raison en est que le cercle augmente comme la distance et que la force s'affaiblit en même proportion ; ainsi, un éloignement de la planète agit deux fois sur la longueur de la période. » Il n'établira que bien plus tard la véritable loi de la proportion sesquialtère. Outre les calculs astronomiques, le *Prodromus* contient beaucoup de divagations astrologiques, musicales et autres. Tycho, à qui Képler avait envoyé cet ouvrage, lui conseilla d'abandonner ses vaines tentatives d'explications, pour se livrer exclusivement aux observations ; mais le génie de l'intuition le poussait irrésistiblement.

Les *Harmonices mundi libri V de figurarum regularium quæ proportionales harmonicas pariunt ortu, classibus, ordine et*

differentiis, causa scientiæ et demonstrationis, sont de 1619. Cet ouvrage participe encore de la première manière de Képler. Il y est encore question des propriétés merveilleuses de certains nombres, des harmonies musicales, des facultés de l'âme; on y lit que l'air est troublé lorsque les planètes sont en conjonction, que la Terre a une âme qui connaît le zodiaque, etc.; mais au milieu de ce fatras se trouve la découverte de la loi des révolutions des planètes. « Achéons, dit-il, la découverte commencée il y a vingt-deux ans : c'est une chose très certaine et très exacte, que la proportion entre les temps périodiques de deux planètes est précisément sesquialtère de la proportion des moyennes distances. Depuis huit mois, j'ai vu le premier rayon de lumière; depuis trois mois, j'ai vu le jour; enfin, depuis peu de jours, j'ai vu le Soleil de la plus admirable contemplation. Rien ne me retient, je me livre à mon enthousiasme; je veux insulter aux mortels par l'aveu ingénu que j'ai dérobé les vases d'or des Égyptiens, pour en former à mon Dieu un tabernacle, loin des confins de l'Égypte. Le sort en est jeté, j'écris mon livre; il sera lu par l'âge présent ou la postérité, peu m'importe; il pourra attendre son lecteur. Dieu n'a-t-il pas attendu six mille ans un contemplateur de ses œuvres? » Après ce sublime effort, Képler se replonge dans les rapports de la Musique avec les mouvements des corps célestes. Saturne et Jupiter font évidemment la basse, Mars le ténor, la Terre et Vénus la haute-contre, et Mercure le baryton. Le tout est entremêlé d'invocations et d'actions de grâces.

Antérieurement aux *Harmonies*, que nous avons à dessein rapprochées du *Prodromus*, Képler avait publié en 1604, sous ce titre : *Ad Vitellionem Paralipomena quibus Astronomiæ pars optica traditur*, etc., un ouvrage plus posé, mieux raisonné, où

l'on trouve une table des réfractions astronomiques très bonne, quoique fournie par une formule empirique; mais surtout, d'abord, une bonne description de l'œil, une analyse exacte des fonctions de ses différentes parties et une théorie de la vision beaucoup plus complète que celle de Maurolyco, en ce que Képler faisait expressément concourir les rayons lumineux sur la rétine, dans le cas de la vue distincte, et pouvait par conséquent bien mieux rendre compte des défauts de l'œil connus sous les noms de presbytie et de myopie; en second lieu, la théorie du télescope qui venait d'être inventé en Hollande par Jacques Métius.

En 1606, l'apparition subite d'une nouvelle étoile le faisait retomber dans ses écarts; le titre du livre qu'il publia sur cette étoile suffit pour le faire juger : *J. Kepleri, de stella nova in pede Serpentarii, et qui sub ejus exortum de novo iniiit Trigono igneo, libellus astronomicis, physicis, metaphysicis, meteorologicis et astrologicis disputationibus* ενδοξοις et παραδοξοις *plenus*. C'est dans cet ouvrage qu'on trouve la singulière apologie de l'astrologie, que nous avons citée plus haut.

L'ouvrage qui assure à Képler une gloire immortelle est de 1609 : il parut sous ce titre : *Astronomia nova seu physica cœlestis tradita commentariis de motibus stellæ Martis*, etc. L'introduction contient des idées justes et profondes sur la pesanteur ou attraction terrestre, à laquelle Képler affirme que l'air est soumis comme les autres corps, qui agit sur la Lune et la retient dans son orbite, tandis que notre satellite agit sur nous, en produisant par exemple les marées. C'est dans cet ouvrage que Képler, portant pour la première fois le point de vue au centre du Soleil, et construisant par points l'orbite de Mars,

trouve d'abord qu'elle est ovale, puis, après de nouveaux calculs, que c'est une ellipse dont le Soleil occupe l'un des foyers; enfin, que la planète décrit des arcs auxquels correspondent des aires proportionnelles aux temps. Il est difficile de se figurer le nombre et l'étendue des calculs qu'il eut à faire pour arriver enfin à la solution complète du problème. Il dit, à propos d'une des méthodes qu'il employa momentanément dans ses essais : « Si vous la trouvez pénible et ennuyeuse, prenez donc pitié de moi, qui ai fait ces calculs soixante-dix fois, et ne vous étonnez pas que j'aie passé cinq ans sur cette théorie de Mars. Il se trouvera quelques géomètres très subtils, tels que Viète, qui s'écrieront que la méthode n'est pas géométrique; qu'ils aillent donc, et qu'ils résolvent le problème, *et erit mihi magnus Apollo*. Si la méthode est difficile, il serait bien plus difficile encore de faire cette recherche sans méthode. »

Les autres ouvrages de Képler sont : la *Dioptrique*, où il propose de substituer à l'oculaire biconcave du télescope batavique un oculaire biconvexe, de façon à obtenir ce qu'on a depuis appelé la *lunette astronomique*, qui renverse les images, mais dont le champ est plus étendu; une table des logarithmes (1624); *Epitome Astronomiæ Copernicanæ* (1618-1622), dont la préface contient une grande vérité qui est applicable surtout à l'auteur : que la philosophie entière n'est rien autre chose qu'un combat avec la vieille ignorance; *Tychonis-Brahei Dani Hyperaspistes*, etc., réfutation d'un détracteur de Tycho-Brahé; *Nova dissertatiuncula de fundamentis astrologiæ* (1602); *De cometa anni 1604*; *Narratio de quatuor Jovis satellitibus* (1610 et 1611); *Apolo-gia Harmonices mundi* (1622); *Discursus conjunctionis Saturni et Jovis in Leone* (1623); enfin, sa *Stereometria dolio-*

rum, que nous devons considérer à part, comme étant purement géométrique.

Cet ouvrage a eu, sur la Géométrie, une certaine influence. Sous ce titre bizarre, qui veut dire *Jaugeage des tonneaux*, Képler se propose la cubature des solides engendrés par les coniques tournant autour d'axes contenus dans leurs plans. Cette question n'avait pas fait un pas depuis Archimède. La méthode qu'imagine Képler prélude à l'invention du calcul infinitésimal. « Le cercle, dit-il, n'est que le composé d'un grand nombre de triangles dont le sommet commun est au centre et dont les bases sont sur la circonférence; le cône est de même composé d'une infinité de pyramides, etc. » Il propose la substitution de démonstrations fondées sur des considérations de ce genre à celles qui sont usitées dans les éléments. L'idée est féconde. Mais Képler, ayant échoué dans la plupart des recherches qu'il s'était proposées, donna à tout hasard des solutions fausses.

La seule question qu'il aborda avec succès est celle de la détermination du volume engendré par la révolution d'un segment circulaire ou d'un segment elliptique, symétrique par rapport à l'un des axes, tournant autour de sa corde. La question, il est vrai, ne laissait pas que de présenter des difficultés considérables pour l'époque.

Voici comment Képler la résout : soit AMB (*fig. 4*) le segment considéré, que, pour faciliter le langage, nous supposons dans un plan horizontal; soit MN la flèche et MS une verticale telle que

$$\frac{MS}{MN} = 2\pi;$$

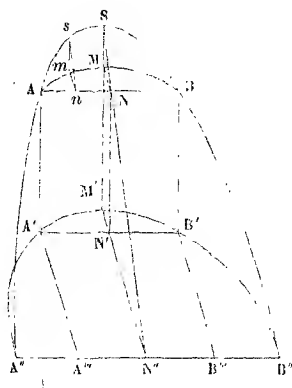
concevons le cylindre vertical ayant pour directrice l'arc AMB et

coupons ce cylindre par le plan ASB : le tronc AMBSN de ce cylindre aura un volume égal à celui du corps engendré par la révolution du segment. En effet, une section msn de ce tronc aura pour mesure

$$\frac{1}{2}mn \times sm = \frac{1}{2}mn \times 2\pi mn = \pi \overline{mn}^2,$$

c'est-à-dire précisément la section par le plan msn du solide de révolution.

Fig. 4.



Cela posé, prolongeons les génératrices du cylindre et la droite SN jusqu'à leurs rencontres avec un autre plan horizontal $A''A'M'B'B''$ situé à une distance du premier telle que $M'N''$ soit égale au rayon du cercle, s'il s'agit d'un segment circulaire, ou à l'axe de symétrie du segment, s'il s'agit d'un segment elliptique; enfin formons aussi les surfaces cylindriques verticales ayant pour directrices les arcs $A''A'$ et $B''B'$ et terminons ces surfaces au même plan $SAB A''B''$.

Pour la même raison que précédemment, le tronc $A''M'B''S N''$

du cylindre total, sera égal au volume qu'engendrerait le demi-cercle ou la demi-ellipse $A''M'B''$ tournant autour de $A''B''$, c'est-à-dire au volume entier de la sphère ou au volume entier de l'ellipsoïde, volumes connus.

Or la différence entre les volumes des deux troncs $A''M'B''SN''$ et $AMBSN$ se compose de

$$A A' A'' A''' + B B' B'' B''',$$

ou deux fois le volume qu'engendrerait le demi segment $A' A'' A'''$ tournant autour de $A''B''$, volume qui n'est autre qu'un segment sphérique ou un segment de sphéroïde, déterminés l'un et l'autre par Archimède; plus le volume du prisme triangulaire $A' A'' A''' B' B'' B'''$, qui est connu, plus enfin le volume du cylindre $AMBA'M'B'$ dont la base et la hauteur sont connues.

On peut donc évaluer le volume $AMBSN$ ou le volume engendré par le segment AMB tournant autour de la corde.

Cette curieuse solution méritait, je crois, d'être mentionnée.

Képler mourut, comme nous l'avons dit, à Ratisbonne, où il était venu solliciter le paiement d'un arriéré de sa pension. La ville ayant été prise et saccagée trois ans après, on ne retrouva plus aucun vestige du modeste tombeau qui avait reçu sa dépouille. Un monument plus durable lui a été élevé, en 1807, dans le jardin botanique de la ville, sur l'emplacement de l'ancien cimetière. Son buste, en marbre de Carrare, y est posé sur un piédestal du même marbre. L'ensemble du monument est une rotonde de vingt pieds de rayon, entourée de cyprès; il se termine par une sphère portée sur un axe parallèle à l'axe du monde, et sur le pourtour duquel sont gravés les douze signes du zodiaque, avec les symboles des planètes, de la Lune et du Soleil.

Képler avait donné son portrait à son secrétaire, Gringalet, qui le céda à Bernegger, lequel le déposa à la bibliothèque de Strasbourg, brûlée, comme on sait, durant le siège de 1870.

Tel fut Képler, homme étrange, en qui l'on ne sait ce qu'on doit admirer le plus, ou la grandeur de ses découvertes ou les prodigieuses aberrations de son esprit. « Par la réunion des qualités les plus opposées, a dit Arago, Képler occupe dans l'histoire de la Science une place tout exceptionnelle. En montrant, dès ses premiers pas dans l'étude de l'Astronomie, le présomptueux espoir de déchiffrer l'énigme de la nature et de s'élever, par le pur raisonnement, à la connaissance des vues esthétiques du Créateur, il semble d'abord s'égarer, avec une audace insensée et sans trouver fond ni rives sur cette mer si vaste et si agitée où Descartes, poursuivant le même but, devait bientôt se perdre sans retour; mais, dans l'ardent et sincère élan de son âme vers la vérité, la curiosité de Képler l'agite et l'entraîne sans que l'orgueil l'aveugle jamais; ne regardant comme certain que ce qui était démontré, il était toujours prêt à réformer ses jugements en sacrifiant les plus chères inventions de son esprit, aussitôt qu'un laborieux et sévère examen refusait de les confirmer; mais quelles sublimes émotions, quels accents d'enthousiasme et de joyeuse ivresse, lorsque le succès justifie ses témérités, et qu'après tant d'efforts il atteint le but! Le noble orgueil qui élève et enfle parfois son langage n'a rien de commun avec la vaniteuse satisfaction d'un inventeur vulgaire. Superbe et audacieux quand il cherche, Képler redevient modeste et simple dès qu'il a trouvé, et, dans la joie de son triomphe, c'est Dieu seul qu'il en glorifie. Son âme, aussi grande qu'elle était haute, fut sans ambition comme sans vanité; il ne désira ni les honneurs ni les applau-

dissements des hommes; n'affectant aucune supériorité sur les savants, aujourd'hui obscurs, auxquels sa correspondance est adressée, il montra constamment la même déférence respectueuse pour le vieux Mœstlin, dont la seule gloire, à nos yeux, est d'avoir formé un tel disciple... Les lois de Képler sont le fondement solide et inébranlable de l'Astronomie moderne, la règle immuable et éternelle du déplacement des astres dans l'espace; aucune autre découverte peut-être n'a mieux justifié ces paroles du sage : *Qui accroît la Science accroît le travail*; aucune autre n'a enfanté de plus nombreux travaux et de plus grandes découvertes; mais la longue et pénible route qui y a conduit n'est connue que du petit nombre. Aucun des nombreux écrits de Képler n'est considéré comme classique; ses ouvrages sont bien peu lus aujourd'hui; sa gloire seule sera immortelle : elle est écrite dans le ciel; les progrès de la Science ne peuvent ni la diminuer ni l'obscurcir, et les planètes, par la succession toujours constante de leurs mouvements réguliers, la raconteront de siècle en siècle. »

Lois de Képler.

Képler n'était pas observateur; il avait toujours été trop pauvre pour pouvoir acquérir les instruments déjà fort dispendieux qui lui eussent été nécessaires pour arriver à rivaliser avec Tycho-Brahé; mais nous avons vu que les malheurs de celui-ci avaient mis entre ses mains la précieuse collection de ses innombrables observations. Képler n'était pas non plus analyste, mais il avait à un rare degré le génie intuitif, une patience au-dessus des travaux les plus ardu, les plus rebutants, et un ardent amour de la vérité. Copernicien convaincu, il sentait que le système du

maître de Thorn n'était qu'une belle ébauche où les points de détail n'avaient pas même été envisagés et il rêva d'être le législateur du Ciel.

Nous avons déjà dit que, dès que l'on donnait à toutes les planètes, pour déferent commun, le cercle décrit autour de la Terre comme centre, avec un rayon égal à la distance qui nous sépare du Soleil, tous les éléments linéaires de notre système planétaire devenaient déterminés; les distances à peu près constantes des planètes au Soleil et leurs distances variables à la Terre avaient dès lors, avec la distance de la Terre au Soleil, des rapports constants ou variables que le calcul pouvait fournir.

Képler passa d'abord un long temps à essayer toutes sortes de lois pour relier entre elles les distances au Soleil des différentes Planètes, la Terre comprise; enfin son génie analogique le conduisit à la découverte de cette loi, dont il n'entra en pleine possession qu'après les deux autres, mais que nous énonçons la première, parce que c'est celle dont il s'était préoccupé tout d'abord : *Les carrés des temps des révolutions des planètes autour du Soleil sont entre eux comme les cubes de leurs moyennes distances à cet astre.*

Képler n'a rien écrit qui pût permettre d'entrevoir la série d'idées par laquelle il fut amené à la découverte de cette loi, qui serait rigoureusement exacte si les systèmes formés du Soleil et des différentes planètes pouvaient être regardés comme semblables, aux trois points de vue géométrique, physique et dynamique. Le goût que Képler a montré pour la Géométrie ancienne, la connaissance qu'il avait des procédés logiques qui y étaient en usage et la merveilleuse entente, dont il a donné tant de preuves, des conditions dans lesquelles il peut être admissible

que les phénomènes naturels se passent, permettraient-ils de supposer que des considérations théoriques n'aient pas été entièrement étrangères à sa découverte? Il est évident qu'on ne saurait se prononcer à cet égard.

Nous ne lui avons pas attribué la démonstration que nous avons donnée plus haut de la loi en question, dans l'hypothèse de la similitude entre les systèmes formés du Soleil et de deux planètes, mais nous ne répugnerions pas à admettre qu'il ait pu être guidé par des considérations analogues.

Les inégalités des mouvements des planètes n'étaient pas moins embarrassantes dans le système de Copernic que dans celui de Ptolémée. L'astronome polonais avait en effet provisoirement conservé tout le système des anciens épicycles et Képler rêvait quelque chose de plus simple. Ayant construit avec soin l'orbite de Mars, d'après les nombreuses observations de Tycho, il crut, après bien des essais, y reconnaître une ellipse, dont le Soleil occupait un des foyers, et s'assura, par d'immenses calculs, qu'il avait deviné juste. Passant ensuite en revue les autres planètes, il vérifia que leurs orbites rentrent dans le même type géométrique et formula cette seconde loi : *Les planètes décrivent autour du Soleil des ellipses dont il occupe un des foyers.*

Il ne restait plus à trouver que la loi des mouvements des planètes sur leurs trajectoires respectives; de nouvelles recherches plus ardues encore que les précédentes, mais où Képler se trouvait encore dirigé par ses idées préconçues d'ordre et d'harmonie dans l'organisation du Monde, l'amènèrent à la constatation de cette troisième loi : *L'aire décrite par le rayon vecteur mené du Soleil à chaque planète croît proportionnellement au temps.*

Cette troisième loi convient à tout mouvement produit par une force, constante ou variable, dirigée vers un point fixe. D'un autre côté, Képler a reproduit plusieurs fois, dans ses ouvrages, l'expression de sa croyance arrêtée à une force émanant du Soleil et qui retiendrait les planètes dans leurs orbites respectives; il a même formulé différentes lois de variation de cette force; peut-on admettre que des conceptions théoriques l'aient amené à la découverte de sa troisième loi? Ce n'est guère probable. Mais le bonheur qui aurait encore suivi Képler dans cette dernière hypothèse n'a-t-il pas lieu d'étonner davantage?

M. Ch. Frisch a donné une édition des *Œuvres complètes* de Képler en 8 volumes, à Francfort. Le dernier volume a paru en 1871.



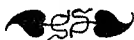
OUGHTRED (GUILLAUME).

[Né à Eton (Comté de Buckingham) en 1574, mort en 1660.]

Pourvu en 1610 d'un bénéfice ecclésiastique à Albury (comté de Surrey), il profita de ses loisirs pour s'adonner à l'étude des Sciences et rédiger des traités qui ont été longtemps classiques, en Angleterre.

Le principal, qui est de 1631, est intitulé : *Arithmeticae in numeris et speciebus institutio, quæ tum logistica, tum analytica, atque totius mathematicæ, clavis est*. Il contient la règle pour la multiplication abrégée qu'on a retrouvée il y a quelques années, et qui est enseignée maintenant dans les cours d'Arithmétique.

Les autres ouvrages d'Oughtred ont été réunis sous le titre : *Opuscula mathematica hactenus inedita*, et publiés à Oxford en 1676.



SCHEINER (CHRISTOPHE).

[Né en Souabe en 1575, mort à Neiss (Silésie) en 1650.]

Il disputa à Galilée l'honneur d'avoir aperçu le premier les taches du Soleil. Il professait les Sciences à Ingolstadt, lorsque ses supérieurs l'envoyèrent à Rome surtout pour l'opposer à Galilée.

Ses disputes avec Galilée sur les taches du Soleil lui font peu d'honneur. Il est grossier, injurieux et ne donne aucune preuve qu'il ait réellement précédé Galilée dans cette découverte. Toutefois il recueillit plus de deux mille observations sur le Soleil.

De Rome, Scheiner passa à Neiss, où il fut recteur et donna des leçons à l'archiduc Maximilien.

On lui doit les ouvrages suivants : *De maculis solaribus tres epistolæ* (Rome, 1613, in-4°); *Disquisitiones mathematicæ* (Ingolstadt, 1614, in-4°); *Novum solis elliptici phænomenum* (Augsbourg, 1615, in-4°); *Exegesis Fundamentorum gnomonices* (1616, in-4°), curieux traité de gnomonique; *Oculus, sive fundamentum opticum* (1619, in-4°); *Rosa ursina* (1630, in-fol.), sur les taches du Soleil; *Pantographice, seu Ars delineandi* (1631, in-4°); *Prodromus de sole mobili et stabili terra contra Galileum* (1651, in-fol.), ouvrage posthume.

Il réalisa le premier la lunette astronomique, ou le télescope formé de deux verres convexes, qui renverse les images, et dont

Képler avait proposé la substitution au télescope batavique. Il imagina peu après la lunette terrestre ou le télescope à trois verres convexes qui redresse les images.



CAUSS (SALOMON DE).

(Né en Normandie vers 1576, mort en 1630.)

Il s'attacha au prince de Galles, comme directeur des bâtiments et des jardins, un peu avant 1612, passa quelques années à Heidelberg, près du prince palatin, et revint en France en 1624.

Ceux de ses ouvrages qui ont été publiés sont : *La perspective avec la raison des ombres et miroirs* (Londres 1612); *Les raisons des forces mouvantes, avec diverses machines tant utiles que plaisantes* (Francfort 1615); *Hortus Palatinus* (Francfort 1618); *La pratique et la démonstration des horloges solaires* (Paris 1624).

Les *Raisons des forces mouvantes* contiennent la description d'une véritable machine à vapeur à épuisement, fondée sur l'expansion et la condensation alternatives de la vapeur d'eau.

La bibliothèque de Valenciennes possède de lui un manuscrit intitulé : *Traicté de la mesure des lignes droictes avec les gonomètres*; et la bibliothèque d'Heidelberg a conservé des documents relatifs aux différentes périodes de son existence.

La seconde partie du manuscrit de Valenciennes contient la traduction française, par Salomon de Causs, du premier livre de l'*Architecture* de Vitruve.

GULDIN (PAUL).

(Né à Saint-Gall en 1577, mort à Gratz en 1643).

Il abjura le protestantisme à l'âge de vingt ans, entra chez les jésuites et professa ensuite les Mathématiques dans les maisons de son ordre.

Il est surtout connu par les deux théorèmes qui portent son nom.

Ces deux théorèmes se trouvent énoncés dans la préface des *Collections mathématiques* de Pappus; toutefois, elles étaient ignorées lorsque Guldin les mit en lumière dans son traité *De centro gravitatis*, dont la première partie parut à Vienne en 1635 et les suivantes en 1640, 1641 et 1642. Les démonstrations qu'il en donnait, au reste, n'étaient pas très bonnes; ce qui ne doit pas étonner, puisqu'elles exigent la considération des infiniment petits.

Le Père Guldin se servit avec avantage de ses théorèmes pour donner de nouvelles solutions de quelques problèmes traités par Képler, et il en tira occasion de chercher querelle à Cavalieri sur sa méthode et d'en critiquer le prétendu relâchement. Mais Cavalieri se tira plus qu'aisément d'affaire en montrant que cette méthode fournissait des démonstrations simples et rigoureuses des théorèmes de son contradicteur, et faisant voir que ces théorèmes étaient exacts, ce à quoi l'auteur n'avait pu parvenir.

Guldin, en effet, se servait, comme preuves, de raisons telles que celle-ci : que la surface ou le volume engendrés devaient être les produits de la ligne ou de la surface tournant par quelque circonférence; que la distance à l'axe du centre de gravité de la figure tournante était une moyenne entre les distances de ses

parties au même axe; que, d'ailleurs, le centre de gravité d'une figure était unique, et que, si un point devait jouir de la propriété énoncée, ce devait être le centre de gravité.

Mais il avait eu soin, pour se fortifier dans la foi en ces inductions, d'en vérifier les conséquences sur tous les exemples connus avant lui.

On conçoit qu'au moyen de ses théorèmes, il n'ait pas eu beaucoup de peine à traiter fort simplement des questions inabornables jusque là.



CASTELLI (BENOÎT).

(Né à Brescia en 1577, mort à Rome en 1644).

Disciple de Galilée et abbé d'un couvent de Bénédictins. Il professa les Mathématiques à Pise et à Rome. Il peut être regardé comme le créateur de la théorie des eaux courantes. Il a laissé un *Traité de la mesure des eaux courantes* (Rome, 1638), qui a été traduit en français en 1664.



VAN HELMONT (JEAN-BAPTISTE).

(Né à Bruxelles en 1577, mort en 1644).

Sa mère, Marie de Stassart, appartenait à une ancienne et noble famille belge; son père était seigneur de Mérode, de Royendorch, etc. Van Helmont n'avait encore que trois ans lorsqu'il perdit son père. Il fit ses humanités à l'Université de Louvain, dirigée par les Jésuites. Ayant découvert « qu'on n'avait nourri

son esprit que de mots et qu'il ne savait rien, » il se mit à étudier seul la Géométrie, l'Algèbre, la Physique et l'Astronomie.

Comme il était le plus jeune de ses frères, sa carrière devait être l'Église. On lui offrit un canonicat, mais il refusa ; on voulut le diriger vers l'étude du droit, mais il ne put s'y faire. Il voulait être médecin, et rêvait de consacrer son temps et ses soins au soulagement des malheureux, ce qu'il finit par faire, avec la plus grande abnégation et aux dépens même de sa santé, lorsque lui vinrent la fortune et l'indépendance.

Sa mère ne le voyait qu'avec beaucoup de regrets se préparer à l'exercice d'un art si inconnu à ses ancêtres. Van Helmont, ne voulant pas l'affliger davantage, abandonna momentanément ses projets, aussitôt qu'il eût conquis le grade de docteur en médecine à l'Université de Louvain, et se mit à voyager.

Il employa dix ans à parcourir l'Allemagne, la France, où il visita Ambroise Paré et Bernard Palissy, l'Italie, la Suisse, l'Espagne et la Hollande, fréquentant partout les écoles en renom, recherchant la société des savants, surtout des médecins, et courant au-devant des épidémies, pour secourir les malades et se perfectionner dans l'art de guérir.

Une maladie de la peau, dont il se trouva atteint, l'induisit à prendre connaissance des moyens curatifs préconisés par Paracelse ; il y recourut, se guérit, et devint dès lors un chaud partisan de la doctrine de ce rénovateur de la pharmacopée.

De retour en Belgique, il épousa une jeune fille extrêmement distinguée, Marguerite Van Rauste, de la famille des comtes de Mérode, qui devint une digne épouse et une mère tendre et dévouée. Il se retira alors dans sa terre de Vilvorde, près de Bruxelles, pour se livrer entièrement à l'étude de la Chimie et à

l'exercice gratuit de la Médecine, en faveur des paysans de son voisinage.

L'Électeur de Cologne, l'Empereur Rodolphe II, ainsi que ses successeurs Mathias et Ferdinand II, employèrent tous les moyens pour l'attirer près d'eux et se l'attacher ; mais il refusa toutes les offres qu'on put lui faire.

Aussi pieux pour lui-même que dévoué à ses semblables, et aussi savant que peu enclin à faire étalage de son savoir, Van Helmont aurait au moins dû être laissé à l'existence paisible et utile qu'il s'était faite. On ne s'explique pas, en effet, comment ni pourquoi l'Inquisition vint faire peser sur lui sa lourde main.

Le 3 mars 1634, l'archevêque de Malines délivra à l'official l'autorisation de se saisir de la personne de Van Helmont, de ses papiers et de ses biens. Il fut enfermé dans le couvent des Frères-Mineurs ; il demeura quatre années dans différentes prisons, puis on le laissa un beau jour retourner chez lui sans avoir pu asseoir son procès sur quelque vraisemblance. Sa belle-mère et Catherine de Médicis avaient réussi à le tirer des griffes du Saint-Office ; mais il demeura toujours sous le coup de la poursuite qui lui avait été intentée, et ce n'est que deux ans après sa mort que sa veuve obtint de l'archevêque de Malines la mise à néant de l'inculpation portée contre lui.

Il était encore en prison lorsque la peste enleva deux de ses fils à qui il ne put obtenir d'aller donner ses soins.

Aussitôt libre, il retourna à ses malades à qui il continua de se dévouer. Il mourut d'une fluxion de poitrine contractée, par une journée glaciale, dans une de ses visites à un malade dont la demeure était très éloignée de son château.

Ses œuvres ont été publiées après sa mort, par son fils, sous le titre de *Ortus Medicinæ*.

Van Helmont est l'un des premiers chimistes qui signalèrent l'existence des corps gazeux et se mirent à les étudier, autant que cela se pouvait faire, sans savoir encore les recueillir dans une éprouvette, sur la cuve à eau ou à mercure.

« Le charbon, dit-il, et en général les corps qui ne se résolvent pas immédiatement, dégagent par leur combustion de l'*esprit sylvestre*. Ainsi soixante-deux livres de charbon de chêne donnent une livre de cendre. Les soixante et une livres qui manquent ont formé de l'esprit sylvestre. Cet esprit jusqu'ici inconnu, je l'appelle *gaz*. Il y a des corps qui renferment cet esprit et qui s'y résolvent presque entièrement; il y est alors comme fixé ou solidifié. On le fait sortir de cet état par le ferment, comme cela s'observe dans la fermentation du vin, du pain, de l'hydromel, etc. »

Il constate en effet, comme suit, la production de gaz dans toutes les fermentations :

« Une grappe de raisin non endommagée se conserve et se dessèche; mais, l'épiderme enlevé, le raisin se met à fermenter. Le moût de vin éprouve, sous l'influence du ferment, comme un mouvement d'ébullition dû au dégagement du gaz; ce gaz comprimé dans les tonneaux rend les vins pétillants et mousseux. »

Van Helmont recherche ce même gaz sylvestre dans toutes ses autres manifestations, d'abord dans l'action des acides sur des matières calcaires : « au moment où le vinaigre dissout des pierres d'écrevisses, il se dégage de l'esprit sylvestre; » en second lieu dans les cavernes, les mines et les celliers : il cite la grotte du Chien près de Naples et dit qu'on peut être instantanément asphyxié par le

gaz sylvestre; troisièmement, dans les eaux minérales telles que celles de Spa, enfin il le voit encore dans le tube digestif.

Cependant il distingue au sujet des gaz provenant des intestins : « les gaz de l'estomac éteignent la flamme; ceux qui sortent du gros intestin s'allument; ceux qui se forment dans l'intestin grêle ne sont pas inflammables; les cadavres nagent sur l'eau, à cause des gaz qui s'y forment par la putréfaction... » mais il leur donne à tous le même nom de *gaz sylvestre*.

Voici une expérience de lui très remarquable pour le temps : « placez une bougie dans une cuvette, versez un peu d'eau dans cette cuvette et recouvrez la bougie allumée avec une cloche de verre renversée. Vous verrez bientôt l'eau s'élever dans la cloche, comme par succion, et la flamme s'éteindre. »

Van Helmont qui, comme on vient de le voir, attribuait libéralement la qualité *sylvestre* à bien des gaz, en étudia encore plusieurs autres : le *gaz du sel* qu'il obtenait par la réaction de l'eau forte sur le sel marin ou le sel ammoniac; le gaz sulfureux, produit de la combustion du soufre; et le gaz nitreux provenant de l'action de l'eau-forte sur l'argent.

En présence des singulières dissemblances présentées par tous ces gaz, il se décide à les regarder en bloc comme de la vapeur d'eau.

Voici ce qui l'amena à cette conclusion :

« Je mis, dit-il, deux cents livres de terre dans une caisse et j'y plantai un petit saule pesant cinq livres : il se trouva qu'au bout de cinq ans le saule pesait cent soixante-neuf livres, n'ayant jamais été arrosé qu'avec de l'eau pure; je fis de nouveau peser la terre et je lui trouvai le même poids de deux cents livres; l'eau seule avait donc suffi pour produire cent soixante-quatre livres

de bois. » Il concluait de là que « l'eau pouvait se transformer en toutes sortes de matières. »

C'est Van Helmont qui obtint le premier la *liqueur de cail-loux* (silicate de potasse); il signala les fonctions du suc gastrique et de la bile dans la digestion, il croyait à *l'esprit vital*; il réforma la Chimie pharmaceutique en enseignant à extraire de chaque plante médicinale la partie vraiment utile, d'après la méthode qu'avait déjà suivie Paracelse.



HARVEY (WILLIAM).

(Né à Folkestone le 2 avril 1578, mort à Londres le 3 juin 1658.)

Son père était marchand. Harvey, après avoir terminé ses études littéraires au collège de Canterbury, alla étudier la Médecine à Padoue, où il fut reçu docteur en 1602; il parcourut ensuite l'Allemagne, la France et l'Italie, pour y entendre les professeurs les plus illustres, se fit de nouveau recevoir docteur à Cambridge et se fixa, en 1604, à Londres, où il épousa bientôt après la fille d'un médecin recherché.

Nommé professeur d'Anatomie et de Chirurgie au collège de Médecine, il commença vers 1613 à répandre, parmi ses élèves, ses idées sur la circulation du sang. Toutefois, ce n'est qu'en 1629 qu'il publia à Francfort son premier et immortel ouvrage : *Exercitatio anatomica de motu cordis et sanguinis circulatione in animalibus*. Il y établissait sa grande découverte sur une foule de preuves concordantes : quand les ventricules se resserrent, l'aorte et l'artère pulmonaire se dilatent et réciproquement;

les oreillettes se meuvent ensemble et les ventricules ensemble, mais alternativement; les oreillettes, en se contractant, chassent le sang dans les ventricules et ceux-ci l'envoient, le droit dans la veine artérielle ou artère pulmonaire, le gauche dans l'aorte, d'où il se répand dans tout le corps. Toute la masse du sang passe en très peu de temps des veines caves dans les artères; les veines le ramènent continuellement au cœur, d'où il se rend aux poumons pour revenir revivifié au cœur. Si on lie les veines caves, le cœur se vide; si on lie les artères, le cœur se gonfle. Les artères liées se gonflent au-dessus de la ligature, c'est-à-dire du côté du cœur; au contraire les veines liées se gonflent au-dessous de la ligature, c'est-à-dire du côté des extrémités des membres, etc.

Harvey avait été successivement médecin de Jacques I^{er} et de Charles I^{er}; il crut devoir suivre son maître durant la guerre civile. Sa maison de Londres fut pillée et ses papiers brûlés. Il revint à Londres après la mort du roi, mais il y vécut très retiré. La présidence du collège de Médecine lui fut de nouveau offerte en 1656, mais il la refusa. Il avait publié, en 1651, son second grand ouvrage : *Exercitationes de generatione animalium*.

« La découverte de la circulation du sang, dit M. Flourens, n'appartient pas et ne pouvait guère appartenir à un seul homme, ni même à une seule époque; il a fallu détruire plusieurs erreurs et à chacune de ces erreurs substituer une vérité. Galien combattait déjà Erasistrate (qui croyait les artères remplies d'air seulement, parce qu'en effet, on ne trouve pas de sang dans les artères d'un animal mort; mais Galien en ouvrant des artères d'animaux vivants, y constata, nombre de fois, la présence du sang rouge); il ouvrait la route qui, suivie depuis par Vésale,

Servet, Colombo, Césalpin et Fabricio d'Aquapendente, nous a conduits à Harvey. »

Voici, en deux mots, quelles furent les étapes du progrès sur ce point. Galien croyait que le sang passe directement d'un ventricule du cœur dans l'autre; Vésale montra qu'il n'y a aucune communication directe entre les deux ventricules, mais il n'alla pas plus loin; Servet, Colombo et Césalpin découvrirent ensuite le circuit par lequel a lieu la communication de l'oreillette droite au ventricule gauche, par le ventricule droit, l'artère pulmonaire, les veines pulmonaires et l'oreillette gauche. Mais communication ne veut pas dire circulation, et la preuve que la circulation n'était pas encore entrevue avant Harvey, c'est que Fabricio d'Aquapendente, qui venait de découvrir les valvules des veines, n'en soupçonnait pas l'usage.

Presque tous les historiens mettent une sorte de gloriole à découvrir péniblement, chez les devanciers des grands hommes, des lambeaux de phrases, le plus souvent sans signification caractérisée, d'où l'on puisse inférer que ces prétendus grands hommes n'ont en réalité rien inventé. Mais pourquoi s'arrêtent-ils en si beau chemin, pourquoi ne s'en prennent-ils pas ensuite aux devanciers, puis aux devanciers des devanciers, etc. Les découvertes n'existant plus, l'histoire en serait bien simplifiée!

Chose singulière! les contemporains des inventeurs les tournent en ridicule, les accablent de quolibets, les poursuivent de leur haine, de toutes les manières possibles, afin certainement (c'est la seule explication que j'aperçoive) de bien mettre en évidence la nouveauté, l'imprévu et la beauté des découvertes desdits inventeurs; puis, quand la lumière est bien faite sur ce point, quand un inventeur a été bien martyrisé de toutes les

façons, arrive un historien qui démontre que la découverte n'était plus à faire depuis longtemps !

On pourrait bien demander que les contemporains se fissent immédiatement historiens, mais ils répondraient que s'ils avaient aperçu la découverte dans les textes anciens, ils auraient commencé par se l'approprier. Alors il est probable que les choses resteront en l'état. Les inventions nouvelles continueront d'être conspuées par les contemporains, et les historiens continueront de montrer qu'avant que la lumière fût, la chandelle, du moins, existait ; il ne manquait plus que l'allumette : peu de chose ! un éclair de génie, simplement.

« Ce que je vais annoncer, disait Harvey, est si nouveau que je crains d'avoir tous les hommes pour ennemis, tant les préjugés et les doctrines, une fois acceptés, sont difficiles à déraciner. »

Ce qu'il avait prévu ne manqua pas d'arriver. Nous trouvons d'abord un certain docteur Primerose, qui n'a garde de faire grande dépense de recherches ou de vérifications : « A quoi bon, dit-il, cette découverte de la circulation du sang ; les anciens médecins l'ignoraient, et cela ne les empêchait pas de guérir leurs malades ? » Un autre, Parisiani, élève de Fabricio, répond à Harvey, qui avait signalé les sensations externes que produisent les battements du cœur : « A Londres, cela est possible, mais, en Italie, c'est autre chose ; il paraît que nous sommes sourds ici, car nous n'entendons rien du tout. »

Riolan, doyen de la Faculté de Médecine de Paris et médecin de Marie de Médicis, traitait de fausses et d'absurdes les idées de Harvey, et disait, sans doute pour montrer la sûreté de ses informations : « Dieu seul sait ce qui se passe dans notre cœur. »

Enfin le successeur de Riolan, Guy Patin, égaya longtemps la cour et la ville aux dépens de Harvey et des circulateurs.

C'est Descartes qui, en France, prit le premier la défense de Harvey; mais la victoire n'était pas encore décidée du temps de Molière qui lance ce trait par l'organe de Diafoirus : « Ce qui me plaît de ce docteur, et ce en quoi il suit mon exemple, c'est qu'il s'attache aveuglément aux opinions de nos anciens, et qu'il n'a jamais voulu comprendre ni écouter les raisons et les expériences touchant la circulation du sang et autres opinions de même farine. »

Les recherches de Harvey sur la génération avaient laissé à faire bien des découvertes nouvelles, mais enfin il avait pu terminer son travail par cet aphorisme : *omne animal ex ovo*, tout animal vient d'un œuf.

Dégoûté des querelles que lui avait suscitées son premier ouvrage, Harvey ne voulait pas publier son *Traité de la génération*; il ne céda qu'aux sollicitations incessantes de son ami le docteur Ernst, qui se chargea de tous les soins de la publication.



FOSCARINI (PAUL-ANTOINE).

(Né vers 1580, mort vers 1616.)

Carme et recteur de la province de Calabre. Il adopta les idées de Copernic et de Galilée, et s'efforça, dans une *Lettera sopra l'opinione de Pittagorici e del Copernico, della mobilita della terra e stabilita del sole* (Naples, 1615), de montrer que cette

opinion n'est pas incompatible avec le texte de la Bible. La Congrégation de l'Index ordonna la suppression des principaux passages de cet opuscule.



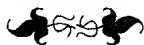
FAULHABER (JEAN).

(Né à Ulm en 1580, mort en 1635.)

Fils d'un tisserand, il exerça lui-même cette profession, étudia ensuite, probablement seul, devint professeur de Mathématiques, puis inspecteur des poids et mesures.

Il composa un certain nombre d'ouvrages sur l'Arithmétique, la Géométrie, la Mécanique, la Fortification ; mais il est surtout connu à cause de son *Recueil de récréations mathématiques*, en allemand (1913).

Descartes, qui avait rencontré Faulhaber pendant son voyage en Allemagne, se lia d'amitié avec lui, et laissa partir le duc de Bavière, dans les troupes de qui il servait, pour jouir de la conversation de son nouvel ami.



ROTH (PÉTER).

(Né à Ingolstadt (Bavière) vers 1580, mort en 1617.)

On a de lui une Algèbre intitulée : *Arithmetica philosophica*. L'auteur y traite des équations du troisième et du quatrième degré, et y donne la solution des cent soixante questions posées par Faulhaber dans son *Arithmetische cubicossiche*.

PEIRESC (NICOLAS-CLAUDE FABRI DE).

(Né à Beaugensier en Provence en 1580, mort à Aix en 1637.)

Il était conseiller au Parlement d'Aix et énormément riche. Bayle l'avait surnommé le *Procureur général de la littérature*, parce que ses collections de médailles, d'objets d'art, de livres et de manuscrits, d'histoire naturelle, etc., étaient à la disposition de tous les savants.

Il avait fait de nombreux voyages et en avait profité pour se lier avec la plupart des savants d'Europe, auxquels il ne cessait de rendre des services de toutes sortes. Il s'entremît notamment en faveur de Galilée lors de son procès.

C'est lui qui apprit aux antiquaires à retrouver les inscriptions disparues, en étudiant la disposition des marques laissées sur les murs par les clous qui avaient servi à attacher les caractères. Il a aussi répandu des idées justes sur les révolutions du Globe et les phénomènes volcaniques.

Sa mort fut un deuil public dans tout le monde lettré.

Il a laissé un assez grand nombre de manuscrits; on a publié une partie de sa correspondance. Gassendi a écrit sa biographie en latin.



WENDELIN (GODEFROI).

(Né en Hollande en 1580, mort en 1660.)

Après avoir visité Rome et une partie de l'Italie, il vint établir à Digne une école qui a eu un grand nombre d'élèves. Il se rendit ensuite à Paris, où il se fit recevoir avocat au Parlement. A son

retour en Hollande, en 1610, il embrassa l'état ecclésiastique.

Il vérifia, sur les satellites de Jupiter, considérés par rapport à la planète, les lois que Képler avait établies pour les planètes rapportées au Soleil.

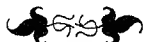
Il donna une évaluation de la variation séculaire de l'obliquité de l'écliptique et une valeur de la parallaxe du Soleil.



VERNIER (PIERRE).

(Né à Ornans vers 1580, mort dans la même ville en 1637.)

Inventeur de l'instrument qui porte son nom. Il fut capitaine commandant du château de sa ville natale pour le roi d'Espagne, et directeur général des monnaies de la Comté de Bourgogne. On a de lui : *Construction, usage et propriétés du quadrant nouveau de Mathématiques* (Bruxelles, 1631). C'est dans cet ouvrage qu'est décrit le vernier, qui a quelques rapports avec l'instrument qu'avait inventé Nonius.



BEAUSOLEIL (JEAN DU CHATELET, BARON DE).

(Né en Brabant vers 1580, mort vers 1645.)

Alchimiste et minéralogiste. Il parcourut la plupart des contrées de l'Europe à la recherche de mines productives et visita deux fois la France, en 1602 et en 1626, avec l'autorisation nécessaire pour y faire des études métallurgiques. Richelieu reçut les mémoires de Beausoleil et de sa femme Martine de Bertereau, mais fit arrêter l'un et l'autre, on ne sait pourquoi. Deux mé-

moires de Martine de Beausoleil sont intitulés : *Véritable déclaration faite au roi et à nos seigneurs de son Conseil des riches et inestimables trésors nouvellement découverts dans le royaume de France* (Paris, 1632), et *Restitution de Pluton au cardinal de Richelieu des mines et minières de France* (Paris, 1640). La mort dans un cachot de la Bastille fut la récompense accordée aux travaux des deux époux.



MÉZIRIAC. (CLAUDE-GASPARD BACHET DE).

(Né à Bourg-en-Bresse en 1581, mort en 1638.)

Il apprit le grec, le latin, l'hébreu, l'italien, l'espagnol, et étudia profondément les Mathématiques. L'Académie française le reçut en 1625 au nombre de ses membres.

Ses ouvrages mathématiques sont : *Problèmes plaisants et délectables qui se font par les nombres* (Lyon, 1624), réimprimé par M. Gauthier-Villars en 1876; *Éléments arithmétiques*, retrouvés par M. Charles Henry, qui contiennent un grand nombre de propositions sur les nombres premiers, les puissances et les proportions arithmétiques, géométriques et harmoniques, et une traduction des œuvres de Diophante sous le titre *Diophanti Alexandrini arithmeticorum libri sex et de numeris multangulis liber unus* (Paris, 1621).

Les *Problèmes plaisants et délectables* contiennent la solution du problème général de l'analyse indéterminée du premier degré. On trouve dans cet ouvrage une remarque intéressante sur la solution du problème antique : trois maris jaloux arrivent

avec leurs femmes au passage d'une rivière et trouvent un bateau qui ne peut contenir plus de deux personnes à la fois; comment ces six personnes pourront-elles passer la rivière sans qu'aucune femme demeure, sur l'un ou l'autre bord, séparée de son mari, en la compagnie d'un des autres hommes, ou de deux?

Bachet démontre que le problème ne comporte qu'une seule solution au moyen de six passages au plus; il fait remarquer ensuite que Tartaglia s'est trompé dans la solution qu'il donne du problème analogue, en supposant quatre couples.



GUNTER (EDMOND).

(Né dans le Hertfordshire en 1581, mort en 1626.)

Professeur d'Astronomie au collège de Gresham. Il paraît avoir le premier employé les expressions de cosinus, cotangente et cosécante, au lieu de sinus, tangente et sécante du complément de l'arc considéré.

Il a aussi le premier construit des tables des logarithmes des sinus et tangentes.

Enfin, la règle à calcul est de son invention; on la désigne encore en Angleterre sous le nom d'*échelle de Gunther*.



BAINBRIDGE.

(Né en 1582. mort en 1643.)

Fut appelé à la chaire d'Astronomie d'Oxford, pour ses observations sur la comète de 1618. Il a donné des éditions latines de Proclus et de Ptolémée.

MORIN (JEAN-BAPTISTE).

(Né à Villefranche (Beaujolais) en 1583, mort à Paris en 1656.)

Etudia la Philosophie à Aix, la Médecine à Avignon, et se fit recevoir docteur en 1613. Il s'adonna ensuite à l'Astrologie judiciaire, et sut se faire bien venir de Richelieu. Nommé professeur de Mathématiques au Collège de France, en 1630, il attaqua violemment Copernic.

Philippe III et les États de Hollande avaient proposé des prix pour la solution du problème des longitudes. Morin indiqua plusieurs méthodes théoriquement exactes, et proposa d'importants perfectionnements aux instruments en usage, notamment la substitution de verniers aux pinnules.

Le cardinal de Richelieu nomma, pour examiner les prétentions de Morin, une commission de savants composée de Chambon, Pascal, Mydorge, Boulanger et Hérigone, qui, tenant tous pour le système de Copernic, ne devaient pas être bien disposés envers Morin; cette commission, ne voulant en effet rien voir de bon dans ce qu'on lui proposait, rendit un arrêt injurieux pour Morin.

« Morin, dit Delambre, n'avait pas droit au prix qu'il réclamait comme une chose due, mais on lui devait quelques éloges et quelques encouragements; on devait lui faire espérer au moins une partie du prix, s'il venait à perfectionner quelques idées heureuses qu'il avait eues. Déclarer durement que ses procédés ne contribueraient en rien à la bonté des observations et à l'amélioration des tables était une assertion fausse, et l'événement l'a complètement démentie : l'établissement d'un observatoire permanent, une suite non interrompue d'observations pendant un

temps indéfini, les lunettes adaptées au cercle, le vernier substitué à la division par transversales, les efforts de Morin pour trouver le moyen de placer l'astre au milieu du champ de la lunette, voilà certes des améliorations importantes qui devaient infailliblement augmenter la précision des tables. »

Morin adressa son livre à Galilée, à Gassendi, à Gautier, à Longomontanus, à Hortensius, et reçut des réponses presque toutes favorables. Il réclama ensuite des États de Hollande le prix qu'ils avaient promis; mais les États ne répondirent point.

La dernière partie de son ouvrage contenait quelques remarques neuves sur la détermination des parallaxes et des réfractions.

« Son traité des parallaxes était, dit Delambre, le meilleur et le plus complet qui existât à cette époque. Il paraît avoir eu le premier la pensée que la réfraction doit être variable avec l'état atmosphérique. »

Mazarin lui rendit justice et lui fit, en 1645, une pension de 2000 livres, sur un de ses propres bénéfices.



GRÉGOIRE DE SAINT-VINCENT.

(Né à Bruges en 1584, mort à Gand en 1667.)

Il professa les Mathématiques dans divers collèges de la Compagnie de Jésus, dont il faisait partie.

Il s'est rendu célèbre par la publication d'un livre contenant de bonnes choses, mais où il annonçait la quadrature du cercle, qui n'y était naturellement pas.

Ce livre était intitulé : *Quadraturæ circuli et sectionum con;*

il parut à Anvers en 1647. Il contient l'indication des analogies qui existent entre la quadrature du cercle et celles des autres coniques; et la quadrature de l'hyperbole rapportée à ses asymptotes. Grégoire de Saint-Vincent démontrait, en effet, que si l'aire de la courbe croît en progression arithmétique, l'abscisse croît en progression géométrique.

Grégoire de Saint-Vincent n'obtint que des dédains de la part de ses contemporains. Leibniz et Huyghens réhabilitèrent sa mémoire. Leibniz dit : *Etsi Gregorius a sancto Vincentio quadraturam circuli et hyperbolæ non absolverit, egregia multa tamen dedit.*

Il a laissé de nombreux manuscrits formant treize volumes in-folio, que possède la bibliothèque de Bruxelles. M. Quételet, qui les a découverts, dit qu'il serait à désirer qu'un ami des Sciences prît la peine de les examiner. Ce serait, en effet, d'autant plus à souhaiter que, Grégoire de Saint-Vincent ayant été beaucoup décrié par ses contemporains, il est probable que personne n'a eu l'idée de voir, après sa mort, ce que pouvaient contenir les papiers qu'il avait laissés.

Grégoire de Saint-Vincent paraît être l'un des premiers géomètres qui, pour faciliter la détermination des volumes engendrés par la révolution des aires planes, aient considéré l'espèce de solides qui jouent un si grand rôle dans les ouvrages de Pascal et de Huyghens, sous les noms d'*onglets* et de *coins*.

J'ai eu beaucoup de peine à me procurer le grand ouvrage de Grégoire de Saint-Vincent, et j'allais renoncer à en donner l'analyse, lorsqu'un de mes amis l'a découvert dans les combles de la bibliothèque de la Sorbonne, de sorte que j'ai pu en avoir communication.

Cet ouvrage est en deux volumes, mais la pagination se suit de l'un à l'autre; il contient 1225 pages in-folio et est divisé en dix livres.

Le premier livre traite des proportions et de quelques propriétés des triangles et des rectangles; le second, des progressions géométriques; le troisième, le quatrième et le cinquième traitent du cercle, de l'ellipse et de la parabole, considérés comme sections coniques; ils contiennent de curieux rapprochements entre les trois courbes, mais nous ne pourrions même les indiquer sans tomber dans des détails interminables.

Le sixième livre traite de l'hyperbole. C'est dans ce livre qu'on trouve la quadrature de l'hyperbole entre ses asymptotes. Voici effectivement l'énoncé de la proposition CXXX :

Sint AB, BC, asymptoti hyperbolæ, et ponantur parallelæ asymptoto DH, EI, FK, GL, CM, auferentes segmenta æqualia HE, IF, KG, LC : dico lineas HD, IE, KF, LG, MC esse in continua analogia.

C'est-à-dire : soient BA et BC les asymptotes de l'hyperbole, dont le centre est en B, et soient menées, des points D, E, F, G, C de l'asymptote BC, des parallèles à l'asymptote BA, lesquelles coupent la courbe en H, I, K, L, M : si ces ordonnées interceptent des segments équivalents, elles forment une progression géométrique.

C'est bien notre proposition que, si l'aire de la courbe croît en progression arithmétique, l'abscisse croît en progression géométrique, puisque les ordonnées sont inversement proportionnelles aux abscisses; mais il est curieux de remarquer que Grégoire de Saint-Vincent énonce le théorème par rapport aux ordonnées et non par rapport aux abscisses. Au reste, non seule-

ment il ne fait à ce sujet aucune allusion aux logarithmes, mais il donne son théorème sans commentaires, en sorte qu'il y a lieu de penser qu'il n'y voit pas, comme nous, la véritable quadrature de l'hyperbole. C'est, en effet, celle qu'il n'a pas trouvée qu'il cherchait; quant à celle qu'il a trouvée, elle ne lui paraît pas mériter une mention, quoique probablement elle soit comprise dans les *egregia* dont parle Leibniz.

Ce sixième livre se termine par un chapitre intitulé : *Spiralis et parabolæ symbolizatio*, c'est-à-dire assimilation de la spirale (d'Archimède) avec la parabole. L'étude des analogies des deux courbes a été reprise depuis par de Sluze et par Pascal.

Le septième livre est intitulé : *Ductus plani in planum*; c'est-à-dire : *Duction d'une aire plane sur une aire plane*.

C'est la partie originale de l'ouvrage. Ce genre de duction ne relève en rien de la théorie de Viète, et l'on pourrait dire qu'il est en dehors de toute théorie. Voici en quoi il consiste :

Les deux aires sont supposées avoir un côté égal, que nous appellerons leur base : on place l'un sur l'autre ces deux côtés égaux, en même temps qu'on dirige le plan de l'une des figures perpendiculairement à celui de l'autre; les deux bases sont divisées en un très grand nombre de parties respectivement égales, et, par les points de division, on a élevé, dans chacune des figures, des perpendiculaires à la base, terminées au contour de la figure et que nous désignerons sous le nom d'ordonnées des deux figures : les deux aires étant placées comme il a été dit, les ordonnées de l'une coupent celles de l'autre sur la base, devenue commune, et leur sont perpendiculaires; on achève les rectangles formés de deux ordonnées correspondantes, et l'on obtient ainsi le squelette d'un solide, que Grégoire de Saint-Vincent appelle

le produit des deux aires. Pascal s'est servi depuis de la même expression, toute vicieuse qu'elle est.

Voici les énoncés de quelques propositions :

Un quarré duit sur lui-même produit un cube;

Un triangle rectangle duit sur un rectangle produit un prisme triangulaire (on suppose que l'un des côtés de l'angle droit du triangle est égal à l'un des côtés du rectangle et qu'on les place l'un sur l'autre);

Un triangle rectangle duit sur lui-même (par un des côtés de l'angle droit) produit une pyramide quadrangulaire; si, avant de le duire sur lui-même, par un des côtés de l'angle droit, on a retourné le triangle rectangle, le solide qui provient de la duction est une pyramide triangulaire, qui est moitié de la précédente.

Si trois rectangles ayant même base sont continuellement proportionnels, le solide formé du moyen duit sur lui-même est égal au solide formé des extrêmes duits l'un sur l'autre.

Il semblerait que, dans les propositions suivantes, Grégoire de Saint-Vincent ne s'entend plus très bien lui-même, car il y duit les unes sur les autres des aires qui n'ont plus de côtés communs. Ce sont des triangles ou des trapèzes de même hauteur, mais obliquangles, et l'on ne voit pas du tout comment il les dispose. On est tenté, en le lisant, de croire qu'il en est venu à regarder la duction de deux aires l'une sur l'autre, qui n'est tout simplement qu'une construction réalisable dans certaines conditions, comme correspondant à une opération arithmétique capable d'être définie par rapport aux deux aires considérées.

Ses propositions n'en sont pas moins exactes, si on les interprète convenablement.

Il faut, pour cela, supposer qu'il place l'une sur l'autre les

deux hauteurs égales des deux figures, et qu'il dispose leurs plans rectangulairement, en croisant, lorsque cela est nécessaire, les deux figures de manière qu'elles se traversent mutuellement; et qu'il achève, dans les quatre angles dièdres que forment leurs plans, les solides provenant des ductions mutuelles des parties de l'une d'elles sur les parties de l'autre. Dans cette hypothèse, la hauteur, devenue commune, partage chacune des deux figures en deux parties, A et B pour la première, C et D pour la seconde. Il est bien clair que C se trouve, par là, duit séparément sur A et B, d'un côté du plan de la figure composée de A et de B, et que D est duit, de l'autre côté du même plan, sur les mêmes parties A et B; en sorte que le solide formé suivant la règle est effectivement composé

de C duit sur A, de C duit sur B, de D duit sur A et de D duit sur B.

Mais Grégoire de Saint-Vincent voit sans doute dans ce solide le résultat de la duction de $C + D$ sur $A + B$, car il ne se donne pas même la peine de démontrer que le volume résultant de la construction est indépendant des positions occupées dans les deux figures par les hauteurs que l'on a fait coïncider.

Le fait est facile à voir, car, si, par exemple, on déplace parallèlement à elle-même, d'une quantité h , la hauteur qui décompose la seconde figure, de façon à augmenter C aux dépens de D, les deux corps formés de C duit sur A et de C duit sur B augmentent de

$$h (A + B),$$

tandis que les deux autres corps, formés de D duit sur A et de D duit sur B, diminuent de la même quantité; mais, je le répète,

Grégoire de Saint-Vincent n'a pas l'air de se douter que sa théorie, pour se tenir droite, a besoin de cette justification.

Quoi qu'il en soit, il établit ces deux propositions : Si trois trapèzes de même hauteur ont leurs grandes bases continuellement proportionnelles, ainsi que leurs petites bases, le solide formé de la duction des trapèzes extrêmes sera égal au solide formé de la duction du moyen sur lui-même ; et, si quatre trapèzes de même hauteur ont leurs grandes bases proportionnelles, ainsi que leurs petites bases, le solide formé de la duction mutuelle des extrêmes sera égal au solide formé de la duction des moyens.

Mais, un peu plus loin, il duit l'une sur l'autre des figures curvilignes, bordées d'un côté par une même courbe, en redressant les ordonnées de l'une des deux figures, comptées à partir de cette courbe, perpendiculairement au plan de l'autre. Or, l'aire de la figure dont les ordonnées sont redressées est, par là, complètement altérée, ce qui fait qu'on y perd sinon son latin, au moins celui de l'auteur, que l'on ne peut plus suivre.

Les propositions énoncées n'en sont peut-être pas moins justes ; mais on peut, je crois, dire que la théorie qui en forme le lien n'a plus aucun caractère scientifique.

Le huitième livre traite des proportions géométriques.

Le neuvième contient une théorie des onglets cylindriques (*ungula cylindrica*), dont nous avons déjà dit un mot. « Un onglet cylindrique, dit Grégoire de Saint-Vincent, est la partie d'un cylindre retranchée par un plan passant par un diamètre de la base et comprise entre la demi-base (circulaire ou elliptique) et la superficie cylindrique. Nous avons vu que Képler s'était déjà servi de la considération de ces onglets.

Le même livre se termine par une étude des conoïdes des anciens.

Enfin, le dixième livre traite de la quadrature du cercle et de l'hyperbole, c'est-à-dire « de la réduction des aires de segments du cercle ou de l'hyperbole à des aires terminées par des contours polygonaux. » Mais Grégoire de Saint-Vincent, dans la solution qu'il donne du problème, suppose qu'on sache construire des longueurs représentées en nombres par des logarithmes.

M. Quételet fait presque un grand homme de Grégoire de Saint-Vincent. Il nous semble qu'il y a dans ce jugement tout juste autant d'exagération que de patriotisme local.



MYDORGE (CLAUDE).

(Né à Paris en 1585, mort en 1647.)

Il appartenait à une illustre famille de robe (sa mère était une Lamoignon). Il fut d'abord conseiller au Châtelet, puis trésorier de la généralité d'Amiens.

Ami de Descartes et passionné pour les Sciences, il dépensa, dit-on, 100 000 écus, dans des essais de fabrication des verres elliptiques et hyperboliques décrits par son ami.

Il a composé divers ouvrages de Sciences; entre autres : *Prodromus catoptricum et dioptricum* (Paris, 1631), qui contient la solution générale du problème de placer une conique donnée sur un cône donné, qu'Apollonius n'avait résolu que pour un cône droit; *Examen du livre des RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES du P. Leurechon*, publié en 1630; des écrits sur la *Lumière*, l'*Ombre* et la *Sciothérique*, qui ont disparu; enfin un recueil, resté manuscrit, de 1002 problèmes graphiques, dont M. Charles Henry a publié les énoncés en 1882. On trouve dans

ce manuscrit d'élégantes constructions, d'abord pour la transformation des figures polygonales les unes dans les autres, ensuite pour la quadrature des figures courbes exactement quarrables.



MERSENNE (MARIN).

(Né dans le Maine en 1588, mort à Paris en 1648.)

Il fit ses études au collège de La Flèche, où il eut Descartes pour condisciple. Quoiqu'il fût plus âgé que Descartes, ils se lièrent d'une amitié qui ne se démentit pas.

Au sortir du collège, Mersenne entra chez les religieux Minimes, au couvent de Meaux, où il fit son noviciat, puis fut admis comme religieux dans la maison de Nigeon, près Paris.

Baillet, dans sa *Vie de Descartes*, a tracé de lui le portrait suivant : « Mersenne était le savant du siècle qui avait le meilleur cœur; on ne pouvait l'aborder sans se laisser prendre à ses charmes. Jamais mortel ne fut plus curieux pour pénétrer les secrets de la nature et porter les Sciences à leur perfection.

« Les relations qu'il entretenait avec tous les savants en avaient fait le centre de tous les gens de lettres. C'était à lui qu'ils adressaient leurs doutes pour être proposés, par son moyen, à ceux dont on attendait les solutions; faisant à peu près dans la république des lettres la fonction que fait le cœur dans le corps humain. »

Mersenne n'a pas seulement rendu service aux Sciences par l'émulation qu'il excitait entre les principaux géomètres de l'Europe; un grand nombre d'expériences, qu'il fit sur la résistance des solides, sur l'écoulement des liquides et l'influence des aju-

tages, sur les vibrations des corps élastiques, etc., ont contribué à répandre quelques idées justes sur des matières alors bien obscures.

Outre des ouvrages de Théologie pure, il a laissé : *Les Mécaniques de Galilée*, traduites en français (Paris, 1634); *Cogitata physico-mathematica* (Paris, 1644), qui renferment, sur les théories des nombres premiers et des nombres parfaits, des théorèmes empruntés à Fermat ou à Frénicle et qui n'ont pas encore été démontrés; *Universæ Geometriæ mixtæque Mathematicæ synopsis* (1664); *Novæ observationes physico-mathematicæ*.



RICHARD (CLAUDE).

(Né à Ornans en 1589, mort à Madrid en 1664.)

Il entra chez les Jésuites en 1606, pendant un voyage qu'il fit à Rome, professa l'hébreu et les Mathématiques à Lyon, puis occupa, pendant quarante ans, de 1624 à 1664, une chaire de Mathématiques à Madrid. Il a publié : *Commentarius in omnes libros Euclidis* (Anvers, 1645); *Commentarii in Apollonii Pergæi conicorum libros IV* (1655); *Ordo novus et reliquiis faciliior tabularum sinuum et tangentium*.



ALBERT GIRARD.

(Né vers 1590, mort vers 1634.)

Il a laissé un Traité de Trigonométrie (La Haye, 1626) où, comme Viète, il réduit de moitié le nombre des cas distincts que

peuvent présenter les triangles sphériques, au moyen de leurs supplémentaires, qu'il nomme réciproques.

On remarque dans ce même ouvrage la démonstration de ce théorème que les trois quadrilatères inscrits dans un même cercle, que l'on peut former avec quatre côtés donnés, en en changeant l'ordre, ont pour surface commune le produit des trois diagonales distinctes qu'ils présentent, divisé par le double du diamètre du cercle circonscrit.

Il annonce, en plusieurs endroits de ses écrits, avoir restitué les Porismes d'Euclide, mais ce travail n'est pas parvenu jusqu'à nous.

Son *Invention nouvelle en Algèbre*, publiée en 1629, contient les théorèmes importants qui ont passé dans l'enseignement, sur la mesure des aires des triangles et des polygones sphériques comparées à celle d'un fuseau déterminé. Albert Girard suppose la surface de la sphère divisée en 360 parties égales par des plans passant par un même diamètre et inclinés les uns sur les autres d'un degré, et il prend pour terme de comparaison la moitié de l'une des parties, qu'il appelle *degré de la surface entière de la sphère*. Il démontre que la surface d'un triangle sphérique contient autant de degrés de la surface de la sphère que l'excès de la somme de ses angles sur deux angles droits contient de degrés. Il donne la formule analogue pour la mesure de la surface d'un polygone sphérique terminé par des arcs de grands cercles.

Mais cet ouvrage est surtout remarquable par les idées justes que l'auteur émet, au sujet des racines négatives des équations et de leur usage en Géométrie.

Albert Girard développe les solutions données par Viète des problèmes relatifs à la division des arcs et construit les solutions

négatives, qu'il appelle *par moins*, aussi bien que les solutions positives. Il dit en un endroit : *la solution par moins s'explique en Géométrie en rétrogradant, et le moins recule où le plus avance*; et il en donne des exemples.

Il passe de là à la comparaison entre eux des angles polyèdres, considérés comme comprenant une portion de l'espace. Deux angles polyèdres sont entre eux comme les surfaces des polygones découpés par les plans de leurs faces, sur une sphère ayant pour centre leur sommet, supposé commun.



SNELLIUS (VILLEBROD SNELL DE ROYEN).

(Né à Leyde en 1591, mort en 1626.)

Il professa avec distinction les Mathématiques dans sa ville natale, et paraît avoir découvert le premier la véritable loi de la réfraction, qu'il aurait, au dire de Huyghens, consignée dans un ouvrage resté, il est vrai, manuscrit, mais dont plusieurs contemporains avaient eu des copies.

Peut-être ne l'a-t-il présentée que comme formule empirique, ce qui expliquerait comment Descartes, qui en a donné une démonstration théorique, se serait cru autorisé à se l'approprier. Peut-être, au reste, Descartes en a-t-il fait la découverte sans rien connaître de celle de Snellius.

Quoi qu'il en soit, Snellius ne paraît pas avoir saisi toute l'importance d'une si grande invention, tandis que Descartes en a aussitôt tiré les plus belles conséquences.

L'ouvrage le plus remarquable de Snellius est son *Eratosthenes*

batavus de terræ ambitus vera quantitate, où il rend compte des opérations géodésiques qu'il entreprit pour mesurer l'arc du méridien compris entre Leyde et Soeterwoode. Cette tentative de Snellius est d'autant plus méritoire qu'elle est la première qui ait été faite par la méthode trigonométrique, telle qu'on l'emploierait encore aujourd'hui. Mais il prit une base de 27 pieds seulement, beaucoup trop petite dans tous les cas, mais surtout dans celui où il se trouvait, n'ayant à sa disposition que des instruments très médiocres pour mesurer les angles. Du reste, il embrouilla plusieurs fois ses nombres, se trompa dans les calculs, et, finalement, n'arriva à rien d'exact. Il avait seulement ouvert la voie et indiqué la marche à suivre.

Il avait lui-même reconnu ses erreurs et projeté de recommencer toute l'opération, mais la mort l'en empêcha. Il n'eût pu, d'ailleurs, faire beaucoup mieux la seconde fois que la première. En effet, une minute d'erreur dans la détermination de la différence des latitudes des extrémités d'un arc du méridien correspond à une erreur de 2000^m environ dans la longueur de cet arc. Or, le quart de cercle employé par Snellius ne pouvait certainement pas lui donner la mesure des angles à une minute près.

On a encore de Snellius une Trigonométrie imprimée après sa mort, par les soins de son fils, sous le titre : *Villebrordi Snelli doctrinæ triangulorum canonicæ libri quatuor*, etc. On y trouve, pour la formation des tables, des formules qui ne seraient plus aujourd'hui d'aucune utilité, mais qui n'en présentent pas moins un certain intérêt, même après celles de Viète. La méthode des triangles polaires y est systématiquement employée, dans le but de réduire le nombre des cas distincts des triangles sphériques.

« La mort prématurée de Snellius et sa mauvaise santé, dans

les dernières années de sa vie, doivent encore ajouter, dit Delambre, à l'idée qu'on se formerait de lui par la lecture de ses ouvrages. »

Il avait débuté, à dix-sept ans, par une tentative de restitution de l'ouvrage perdu d'Apollonius : *De sectione determinata*, qu'il publia, en 1608, sous le titre d'*Apollonius batavus*.

Enfin, dans un ouvrage intitulé : *Cyclometricus*, qui parut en 1621, Snellius indiquait un procédé plus rapide que celui d'Archimède, suivi par Van Ceulen, pour arriver à la même approximation que son compatriote, dans l'évaluation du rapport de la circonférence au diamètre.



GASSENDI (PIERRE).

(Né à Champteriier, près de Digne, en 1592, mort à Paris en 1655.)

Il obtint, à seize ans, une chaire de rhétorique à Digne, mais ne l'occupa pas ; reçu docteur en théologie à Avignon, à l'âge de vingt et un ans, il devint prévôt du chapitre de cette ville. Il obtint au concours les deux chaires de philosophie et de théologie à l'Université d'Aix, et choisit celle de théologie. Il commença dès lors à battre en brèche Aristote, mais avec prudence, et se mit à étudier l'Anatomie et l'Astronomie.

Pourvu d'un bénéfice à la cathédrale de Digne, il put renoncer à sa chaire de théologie et se mit à voyager. Il visita Paris et surtout la Hollande, où les universités et les bibliothèques offraient des ressources qui n'existaient pas ailleurs.

Il fut nommé, en 1645, lecteur pour les Mathématiques au Collège de France.

Gassendi avait un savoir plus étendu que profond. On estime ses travaux sur l'histoire de diverses Sciences; mais comme astronome et comme physicien, il se borna à coordonner les faits acquis.

Ses relations avec la plupart des savants ses contemporains lui acquirent une assez grande influence. Il entretenait une correspondance suivie avec Galilée, dont il partageait les idées scientifiques, sans toutefois en assumer publiquement la responsabilité. Il était aussi en relations avec Képler et d'autres astronomes, avec Lamothe-le-Vayer, avec Hobbes, avec Campanella, etc.

Ses avances à Descartes furent moins bien reçues; ses objections, malgré leur forme courtoise, agaçaient notre philosophe. Descartes faisait peu de cas de Gassendi, qui, après avoir touché à tout, ne s'était fait sur rien de doctrines à lui.

M. Duval-Jouve a donné, dans le *Dictionnaire des Sciences philosophiques*, une très bonne étude sur Gassendi; en voici la conclusion :

« Astronome et physicien, Gassendi n'a enrichi la Science d'aucune de ces découvertes qui font époque; mais, par sa rare persévérance à suivre la voie de l'observation, il a puissamment contribué à éclaircir et à confirmer les découvertes déjà faites, et à indiquer aux esprits justes le moyen d'en faire de nouvelles. Tous ses travaux astronomiques, sans exception, et la plupart de ses travaux de Physique ont pour objet la confirmation et la défense de la doctrine de Galilée sur le mouvement de la Terre; nulle part cependant, il ne se prononça sur ce point. Dans le troisième livre de son *Institutio Astronomica*, consacré à l'examen des systèmes de Copernic et de Tycho-Brahé, on voit bien qu'il incline vers le premier, mais il ne tranche pas

le mot et termine l'exposé de chaque système par cette brusque formule : *Sic Copernici tueri se solent* ; et *sic quidem Tycho*. De plus, dans sa grande dispute avec Morin sur le mouvement de la Terre, il prend bien soin d'établir que la question n'est pas de savoir si la Terre se meut, ni si le mouvement de la Terre peut être démontré, mais s'il est possible de prouver par les lumières naturelles de la raison que la Terre est immobile. Il ne faut pas, avec Bailly, accuser Gassendi de faiblesse : Galilée s'était rétracté, et Descartes lui-même « avait trouvé un tour, comme dit Leibniz, « pour nier le mouvement de la Terre, pendant qu'il était copernicien à outrance. » Ces grands hommes savaient bien que cette vérité était du nombre de celles qui se défendent d'elles-mêmes et n'ont pas besoin de martyrs. »

Les œuvres de Gassendi ont été publiées, en 1658, à Lyon (6 vol. in-fol.), par Montmort, son ami et son exécuteur testamentaire.

Voici les titres de ceux de ses écrits qui se rapportent aux Sciences : *Mercurius in sole visus et Venus invisæ* (Paris, 1631) ; *Proportio gnomonis ad solsticialem umbram observata Massiliæ* (1636) ; *Novem stellæ visæ circa Jovem* (Paris, 1643) ; *De proportionibus quæ gravia decidentia accelerantur* (1646).



DESARGUES (GÉRARD).

(Né à Lyon en 1593, mort en 1662.)

M. Poudra, qui a consacré un volume à la biographie de Desargues et à l'analyse de ses travaux, pense que son père était notaire dans une commune voisine de Lyon.

Desargues était en 1626 à Paris, où, dit Baillet, « il se faisait distinguer par son mérite personnel et par ses grandes connaissances en Mathématiques, et où il employait particulièrement ses soins à soulager les artistes (artisans) par la subtilité de ses inventions. »

Descartes se trouvait aussi à Paris à cette époque et songeait déjà, de son côté, d'après le même Baillet, « aux moyens de perfectionner la Mécanique, pour abréger et adoucir les travaux des hommes. »

C'est de cette communauté de vues que naquit entre les deux hommes supérieurs une amitié qui ne se démentit plus.

Le cardinal de Richelieu emmena Desargues au siège de La Rochelle, en 1628, comme ingénieur et architecte. Descartes et son ami s'y rencontrèrent encore.

A la paix, Desargues revint à Paris, où il se consacra tout entier à ses études scientifiques. Il s'était instruit à peu près seul, à la lecture d'Euclide et d'Apollonius qu'il cite souvent dans ses ouvrages.

Il fut du nombre des savants qui se réunissaient tous les mardis chez Chantereau-Lefèvre; là il connut Gassendi, Carcavi, ami de Fermat et l'un des membres nommés de la première Académie des Sciences, Bouilliau, auteur de plusieurs ouvrages d'Astronomie, Roberval, Pascal, etc. Les membres de cette réunion « maintenaient tous que l'idée de Copernic est plus juste et plus aisée à soutenir que non pas l'ancienne. »

Novateur dans toutes les branches de la Géométrie où il a porté ses investigations, Desargues ne l'a pas moins été dans la manière de comprendre la Science, au point de vue de son importance sociale et de sa diffusion. Croirait-on qu'il avait imaginé ce que

nous appelons aujourd'hui les cours d'adultes, des cours tels que ceux qu'a organisés l'Association polytechnique? Tout le temps qu'il habita Paris, il fit gratuitement aux ouvriers, le soir, des cours de Géométrie appliquée à la charpente, à la Stéréotomie, etc.; aussi le général Poncelet l'appelle-t-il le Monge de son siècle. L'originalité de ses travaux, appréciés seulement des plus habiles connaisseurs parmi ses contemporains, lui valut par contre l'animosité haineuse des savants médiocres; et son amour du bien public ne lui fit trouver que des persécuteurs. « Pauvre Desargues, dit le général Poncelet, qui se figurait que des affiches apposées aux murs de Paris, des ébauches d'ouvrages rédigés en faveur de la classe ouvrière, dont ils imitaient le langage familier, des leçons sans apprêts pourraient le défendre contre les cabales, et soustraire à l'oubli ses savantes méthodes géométriques, si utiles aux arts! » Bientôt lassé de ne pouvoir pas même être utile impunément, Desargues quitta Paris pour revenir à Lyon, où il reprit toutefois ses leçons familières sur la coupe des pierres et la Perspective.

Descartes, nous l'avons déjà dit, faisait le plus grand cas de Desargues. On lit dans l'une de ses lettres à Mersenne, au sujet d'une note de Desargues relative à quelques propriétés des transversales : « La façon dont il commence son raisonnement, en l'appliquant tout ensemble aux lignes droites et aux courbes, est d'autant plus belle qu'elle est plus générale et semble être prise dans ce que j'ai coutume de nommer la Métaphysique de la Géométrie. »

Bien longtemps après, Descartes prenait son ami pour juge de la doctrine contenue dans ses *Méditations*, se fiant plus à lui seul, disait-il, qu'à trois théologiens.

« Desargues, dit le général Poncelet, fut le premier d'entre les modernes qui envisagea la Géométrie sous un point de vue général. »

Voici quels sont ses principaux titres scientifiques : il étudia le premier les sections par un plan quelconque d'un cône ayant pour base une conique quelconque et un sommet quelconque. Il déterminait sur la base de ce cône les points et les droites dont les perspectives sur le plan sécant fourniraient les foyers, les sommets, les diamètres et les axes de la section. Il considérait toutes les sections coniques, qui, jusque-là, avaient toujours été traitées séparément, comme des variétés d'une même courbe. Il regardait aussi un système de droites parallèles entre elles comme concourant à l'infini. « Pour votre façon de considérer les lignes parallèles comme si elles s'assemblaient à un but à distance infinie, afin de les comprendre sous le même genre que celles qui tendent à un point, elle est fort bonne, » lit-on dans une des lettres de Descartes. Il transporta aux coniques diverses propriétés connues du système de deux droites.

L'une de ses découvertes, dans cet ordre d'idées, a fait l'objet de l'admiration de Pascal, qui l'appelle merveilleuse : c'est la relation des segments faits par une conique et par les quatre côtés d'un quadrilatère inscrit à cette conique sur une transversale menée arbitrairement dans son plan. En voici l'énoncé : « Le produit des segments compris sur la transversale, entre un point de la conique et deux côtés opposés du quadrilatère, est au produit des segments compris entre le même point et les deux autres côtés, dans un rapport égal à celui des produits analogues des segments correspondants, au second point de rencontre de la transversale avec la conique. »

Pascal, dans son *Essai pour les coniques* (1640), disait de cette proposition : « Nous démontrons aussi la proposition suivante dont le premier inventeur est M. Desargues, lyonnais, un des grands esprits de ce temps, et des plus versés aux Mathématiques, et, entre autres, aux coniques, dont les écrits sur cette matière, quoique en petit nombre, en ont donné un ample témoignage à ceux qui auront voulu en recevoir l'intelligence: je veux bien avouer que je dois le peu que j'ai trouvé sur cette matière en ses écrits, et que j'ai tâché d'imiter, autant qu'il m'a été possible, sa méthode sur ce sujet, qu'il a traité sans se servir du triangle par l'axe, en traitant généralement de toutes les sections du cône. La proposition merveilleuse dont est question est telle, etc. »

Desargues désignait cette relation sous le nom d'involution de six points, dénomination qui a été conservée. Les six points étant conjugués deux à deux, Desargues examinait le cas où deux points conjugués viendraient à se confondre, et celui où deux couples de points conjugués se réuniraient en même temps.

Le beau théorème dont on vient de lire l'énoncé comprend, comme cas particulier, celui de Pappus, relatif aux segments déterminés sur une transversale par les diagonales d'un quadrilatère et ses quatre côtés. Le système des diagonales constitue, en effet, une conique particulière, circonscrite au quadrilatère.

On savait, par des indications fournies par Beaugrand, Bosse et Huret, que Desargues avait tiré de son théorème beaucoup de conséquences importantes : mais il n'en était rien parvenu à nous jusqu'à ces derniers temps. L'ouvrage intitulé *Brouillon Projet des coniques*, où il avait consigné ses recherches et qui avait excité l'admiration de Pascal, de Fermat et de Descartes,

paraissait en effet entièrement perdu, lorsque M. Chasles en a heureusement retrouvé en 1845 une copie faite par De la Hire, le fils. Cette copie est maintenant déposée à la bibliothèque de l'Institut. M. Poudra l'a publiée dans l'ouvrage que nous avons déjà mentionné.

Robert Simson, le général Poncelet, M. Chasles et d'autres ont mis en œuvre le théorème de Desargues, et en ont tiré de nombreux et intéressants corollaires.

On doit encore à Desargues la démonstration d'une propriété des triangles qui a été beaucoup utilisée dans la Géométrie contemporaine : si deux triangles, situés dans l'espace ou dans un même plan, ont leurs sommets placés deux à deux sur trois droites concourant en un même point, leurs côtés se rencontreront deux à deux en trois points situés en ligne droite, et réciproquement. Quand les deux triangles sont dans des plans différents, le fait est évident, comme le remarque Desargues, puisque les rencontres de leurs côtés ne peuvent avoir lieu que sur l'intersection des plans qui contiennent les deux triangles; quand ils sont dans un même plan, la démonstration, qui pourrait être omise, puisqu'il ne s'agit que d'un cas particulier, se fait au moyen du théorème de Ptolémée sur le triangle coupé par une transversale.

Ce théorème de Desargues a été reproduit par Servais, et employé depuis par Brianchon, par le général Poncelet, par MM. Sturm et Gergonne. Le général Poncelet en a fait la base de sa belle théorie des figures homologiques. M. Chasles remarque, au sujet de ce même théorème de Desargues, qu'il conduit naturellement à un beau principe de Perspective : c'est que, quand deux figures planes, situées dans l'espace, sont la perspective l'une

de l'autre, si l'on fait tourner le plan de la première autour de la droite suivant laquelle il coupe celui de la seconde, les droites qui iront des points de la première figure aux points correspondants de la seconde concourront toujours en un même point, quand même les plans des deux figures viendraient à se confondre.

Enfin Desargues publia, sur la Perspective, la coupe des pierres et le tracé des cadrans, divers ouvrages où il traita ces objets, dit M. Chasles, « en homme supérieur, y apportant, avec une exactitude alors souvent inconnue aux artistes, les principes d'universalité qui se dénotent dans ses recherches de pure Géométrie. » Les écrits de Desargues sur les applications de la Géométrie aux Arts ont été perdus en grande partie, comme ont bien manqué de l'être ses ouvrages de Géométrie. Ils avaient pour titres : *Méthode universelle de mettre en perspective les objets donnés réellement, ou en devis, avec leurs proportions, mesures, éloignements, sans employer aucun point qui soit hors du champ de l'ouvrage* (1630); *Brouillon projet de la coupe des pierres* (1640); les *Cadrans, ou Moyen de placer le style ou l'axe*, inséré à la fin du *Brouillon projet*; M. Poudra en a publié ce qui a pu être retrouvé. On ne connaissait jusqu'à ces derniers temps ces divers ouvrages que par le graveur Bosse, qui, initié par Desargues dans ses conceptions, les exposa de nouveau dans une sorte de commentaire. Le traité de Perspective, où se trouve la méthode de l'*échelle fuyante*, était au témoignage de Fermat, « agréable et de bon esprit. » Descartes en dit, dans une de ses lettres à Mersenne : « Je n'ai reçu que depuis peu de jours le petit livre in-folio qui traite de la Perspective : il n'est pas à désapprouver, outre que la curiosité et la netteté du langage de son auteur sont à estimer. »

L'invention des épicycloïdes et leur mise en usage en Mécanique seraient aussi dues, paraît-il, à Desargues.

« Les ouvrages de Desargues ont été longtemps, dit M. Poudra, considérés comme perdus; son nom semblait même inconnu aux biographes, lorsqu'en 1822, M. le général Poncelet, dans son *Traité des propriétés projectives*, appela l'attention sur ce profond géomètre, qu'il appelle le Monge de son siècle.

« M. Chasles confirmait cette appréciation en 1837, et il ajoutait : l'estime que mérite Desargues, qui a été si peu connu des biographes, nous a porté à entrer dans ces détails (qui précèdent), espérant qu'ils pourront piquer la curiosité de quelques personnes et les engager à rechercher les ouvrages originaux de cet homme de génie et les pièces relatives à ses démêlés scientifiques. Sa correspondance avec les hommes les plus illustres de son temps, dont il partageait les travaux et qui le voulaient tous pour juge de leurs ouvrages, serait aussi une découverte précieuse pour l'histoire littéraire de ce ^{xvii}^e siècle qui fait tant d'honneur à l'esprit humain. »

M. Poudra ajoute que, stimulé par les vœux formulés par Poncelet et Chasles, il a entrepris de rechercher les ouvrages de Desargues.

Il faut reconnaître qu'il a réussi à peu près aussi bien qu'il était possible de le faire, étant quelquefois obligé d'aller rechercher des indications sur le texte de son auteur jusque dans les diatribes de ses détracteurs; on doit surtout lui savoir gré d'avoir joint à ceux qu'il a retrouvés, les commentaires sans lesquels ils seraient restés illisibles.

Voici les titres des ouvrages de Desargues que M. Poudra a

réunis dans le volume qu'il a consacré à l'histoire de ce remarquable géomètre.

Méthode universelle de mettre en perspective les objets donnés réellement ou en devis, avec leurs proportions, mesures, éloignemens, sans employer aucun point qui soit hors du champ de l'ouvrage. Paris, 1636. Cet ouvrage avait été imprimé in-folio, mais il n'en reste pas d'exemplaire. M. Poudra l'a retrouvé dans le traité de Perspective du graveur Bosse, ami particulier de Desargues et son élève.

Brouillon Project d'une atteinte aux événemens des rencontres d'un cône avec un plan, suivi d'un fragment ayant pour titre : Atteinte aux événemens des contrariétés d'entre les actions des puissances ou forces. Paris, 1639. Le texte publié par M. Poudra reproduit la copie manuscrite qu'en avait laissée de la Hire.

Brouillon Project d'exemple d'une manière universelle du sieur Girard Desargues, lyonnais, touchant la pratique du trait à preuves pour la coupe des pierres en l'Architecture; et de l'éclaircissement d'une manière de réduire au petit pied en perspective, comme en géométral, et de tracer tous quadrans plats d'heures égales au Soleil. Paris, 1640. Cet ouvrage se trouvait imprimé à la bibliothèque de l'Institut. Les planches, qui manquaient, ont été restituées par M. Poudra.

Manière universelle de poser le style aux rayons du Soleil en quelque endroit possible, avec la règle, l'équerre et le plomb. Paris, 1640. Cet ouvrage a été recomposé, phrase par phrase, au moyen des citations qui en étaient faites dans une dissertation critique du temps, par un inconnu.

Recueil de propositions diverses, extraites de la *Perspective* de

Bosse, et qui se trouvaient dans le traité de Perspective que Desargues avait publié en 1636.

Perspective, adressé aux théoriciens.

Extraits divers.

Nous ne dirons rien des divers traités de Perspective de Desargues, parce que la méthode générale que l'on suit aujourd'hui est précisément la sienne et, ainsi, est suffisamment connue. Il suffira de dire que c'est à Desargues qu'on en doit l'invention.

Pour la coupe des pierres, nous nous bornerons à une note que nous devons à l'obligeance de M. Rouché :

« On nomme *berceau* toute voûte à intrados cylindrique; un berceau est dit *horizontal* ou *en descente*, selon que son axe est horizontal ou incliné à l'horizon; il est dit *droit* ou *biais*, selon que son axe est perpendiculaire ou oblique aux horizontales du plan de tête; enfin il est dit *en mur droit* ou *en talus* selon que le plan de tête est vertical ou non.

« Le cas le plus général est celui d'une descente, biaise, en talus. Les autres s'en déduisent en supprimant la descente, le biais ou le talus isolément, ou par couples.

« Cela posé, le but que s'est proposé Desargues a été de donner pour tous les cas une méthode uniforme de construction.

« Pour cela, il ramène le cas général au cas d'un berceau horizontal, biais, mais en mur droit, en effectuant un double changement de plan de projection. Il prend à cet effet, pour nouveaux plans de projections, le plan de tête et le plan mené, par l'axe de la voûte, perpendiculairement au plan de tête.

« Jusqu'à Frézier, dont le traité de Stéréotomie est de 1737, les architectes n'ont rien compris à la méthode de Desargues et il en ont contesté l'exactitude. Cette exactitude n'en est pas moins

depuis longtemps hors de doute, mais il n'en résulte pas que la méthode du géomètre lyonnais soit bonne à adopter dans la pratique : quand il s'agit de théorie pure, les changements de plans de projections ne présentent aucun inconvénient et peuvent rendre les mêmes services que les changements d'axes ou de plans de coordonnées en Géométrie analytique; mais, lorsqu'il s'agit d'un édifice soumis aux lois de la pesanteur et qui doit résister à ses effets, il devient indispensable d'étudier les voûtes, notamment dans leur position naturelle, c'est-à-dire sur leurs *plans* et leurs *élévations*. Une épure de Stéréotomie pratique où aucun des plans de projections n'est ni horizontal ni vertical, dans le sens physique du mot, et où, par conséquent, la direction du *fil à plomb* est représentée par une ligne inclinée sur les deux plans de comparaison, est inacceptable. Voilà pourquoi on a eu raison de ne pas suivre la méthode proposée par Desargues.

« Cette considération n'enlève évidemment rien au mérite théorique d'une méthode dans l'invention de laquelle l'auteur, comme dans toutes les autres recherches, avait apporté ses tendances si marquées à l'esprit de généralisation. »

Nous passons à l'analyse du *Brouillon Project* relatif aux coniques.

Nous commençons par donner une idée de la théorie de l'involution.

Voici comment Desargues définit cette relation : Six points, A et A', B et B', C et C', rangés sur une même droite, sont dits former une involution lorsqu'il existe sur cette droite un point O tel que

$$OA.OA' = OB.OB' = OC.OC';$$

le point O s'appelle *la souche* de l'involution.

Cette définition est la meilleure de toutes : d'abord parce qu'elle montre bien que les trois couples de points jouent exactement le même rôle dans le système; en second lieu, parce qu'on y voit de suite comment, la souche et un des couples de points étant donnés, on peut former les deux autres couples d'une infinité de manières; troisièmement, parce qu'on y reconnaît aussi que tous les couples de points qui formeraient involution avec deux couples fixes donneraient aussi, en les prenant trois à trois, d'autres systèmes en involution; quatrièmement, parce que, l'involution étant ainsi définie, on peut distinguer les uns des autres tous les systèmes formant involution, par rapport à une même souche, au moyen d'une caractéristique propre à chaque système : l'aire du rectangle ayant pour côtés les distances de la souche aux deux points d'un même couple; cinquièmement, parce qu'elle fait bien image : en effet, si l'on voulait construire sur une droite donnée six points formant, par rapport à une souche O donnée, une involution ayant une caractéristique donnée K^2 , on n'aurait qu'à prendre sur la droite un point M tel que $\overline{OM}^2$ fût égal à K^2 , à décrire tant de cercles que l'on voudrait tangents à la droite en M , à couper ces cercles par trois transversales issues du point O et à rabattre sur la droite les trois transversales, après y avoir marqué leurs points de rencontre avec trois des cercles choisis à volonté, lesquels pourraient même se confondre.

Deux couples A et A' , B et B' , étant donnés à volonté sur une droite, on peut aisément trouver la souche O . En effet, soient o un point pris arbitrairement sur la droite, $\alpha, \alpha', \beta, \beta'$ les distances oA, oA', oB, oB' , et x la distance oO , x sera donné par l'équation

$$(x + \alpha)(x + \alpha') = (x + \beta)(x + \beta')$$

Pour bien entendre cette équation ou toute autre analogue (car Desargues n'emploie pas celle que je viens d'écrire), il faudrait supposer qu'on donnât à chacune des distances α , α' , β , β' et x le signe + ou le signe —, selon qu'elle serait comptée à partir du point o , dans un sens ou dans l'autre. Desargues ne paraît pas y avoir regardé de si près, et cela se conçoit, parce que, dans toute figure où il constate l'involution de six points, ces six points se trouvent placés, par rapport à la souche, sans qu'il ait eu à intervenir relativement à leur ordre ou aux sens dans lesquels ils sont portés à partir de cette souche, en sorte qu'il peut se borner à démontrer l'égalité en valeur absolue des rectangles $OA.OA'$, $OB.OB'$, $OC.OC'$.

Au reste, l'involution subsisterait quand même deux points d'un même couple seraient imaginaires.

Quoi qu'il en soit, voici comment poursuit Desargues : Si l'un des deux points d'un des trois couples se rapproche indéfiniment de la souche, l'autre s'en éloigne indéfiniment. Soient A , B et B' , C et C' les cinq points situés à distance finie et A la souche, la relation caractéristique entre ces cinq points est alors

$$AB.AB' = AC.AC'.$$

Le cas où deux points d'un même couple se confondent peut aussi se présenter; alors, si ce sont, par exemple, A et A' , on a

$$\overline{OA}^2 = OB.OB' = OC.OC';$$

c'est le cas de l'involution de cinq points.

Il peut encore arriver que les deux points accouplés se confondent dans deux couples, alors on a

$$\overline{OA}^2 = \overline{OB}^2 = OC.OC',$$

et on a affaire à une involution de quatre points, dont deux sont doubles. Ces deux points sont naturellement placés de part et d'autre par rapport à la souche.

M. Chasles ne connaissait pas le *Brouillon Projet* de Desargues lorsqu'il rétablit la théorie de l'involution, dans une note de son *Essai historique*. Il crut avoir découvert le premier le point que le géomètre lyonnais appelle la souche et l'appela le *point central de l'involution*. On conçoit qu'en recherchant, d'après les énoncés connus des théorèmes de Desargues, ce que pouvait être la relation d'involution de six points, on ne soit pas tombé d'abord sur la considération d'un point qui ne faisait pas partie de ces six. La définition donnée par M. Chasles de l'involution paraît, en effet, toute différente de celle de Desargues; mais elles se déduisent l'une de l'autre, comme il est facile de le voir.

D'après M. Chasles, il y a involution entre six points A, A', B, B', C, C', rangés sur une même droite, lorsqu'ils déterminent sur cette droite des segments remplissant la condition

$$(1) \quad \frac{CA \times CA'}{CB \times CB'} = \frac{C'A \times C'A'}{C'B \times C'B'};$$

les points C et C', A et A', B et B' sont alors dits conjugués deux à deux.

Le couple des points C et C' paraît, dans l'équation fondamentale précédente, se distinguer à la fois des deux autres A et A', B et B'; mais il n'en est rien en réalité. En effet, cette équation peut se transformer dans les suivantes :

$$(2) \quad \frac{BA \times BA'}{BC \times BC'} = \frac{B'A \times B'A'}{B'C \times B'C'},$$

$$(3) \quad \frac{AB \times AB'}{AC \times AC'} = \frac{A'B \times A'B'}{A'C \times A'C'},$$

où les couples B et B', A et A' jouent successivement le même rôle par rapport aux deux autres A, A' et C, C' d'une part, B, B' et C, C' de l'autre, que jouait le couple C, C' par rapport aux deux autres, dans la première équation.

Les équations (1), (2) et (3) en donnent quatre autres par multiplication. Ainsi, en multipliant membre à membre les équations (1), (2), (3), sans changer l'ordre des membres, on trouve d'abord

$$\frac{CA.CA'.BA.BA'.AB.AB'}{CB.CB'.BC.BC'.AC.AC'} = \frac{C'A.C'A'.B'A.B'A'.A'B.A'B'}{C'B.C'B'.B'C.B'C'.A'C.A'C'},$$

ou, en supprimant les facteurs communs aux deux membres,

$$\frac{CA'.BA.AB}{CB.BC.AC'} = \frac{C'A.B'A'.A'B'}{C'B'.B'C'.A'C'},$$

et, en chassant les dénominateurs,

$$CA'^2.BA^2.C'B'^2 = AC'^2.BC^2.A'B'^2,$$

ou simplement

$$(4) \quad AB.B'C'.CA' = AC'.CB.B'A';$$

en multipliant les mêmes équations (1), (2), (3), après en avoir permuté les membres, on trouverait de même successivement

$$(5) \quad AB'.BC'.CA' = AC'.CB'.B'A'$$

$$(6) \quad AB'.BC.C'A' = AC.C'B'.B'A'$$

$$(7) \quad AB.B'C.C'A' = AC.C'B.B'A'.$$

Les équations (4), (5), (6) et (7) doivent nécessairement rentrer les unes dans les autres, puisqu'elles se déduisent de trois autres qui, elles-mêmes, n'en font qu'une; chacune des sept équations entraîne même les six autres.

Les énoncés des trois premières équations sont assez faciles à former : chacune d'elles exprime que les produits des distances d'un point de l'un des couples aux points des deux autres couples sont entre eux comme les produits correspondants des distances du second point du même premier couple aux points des deux autres, pris dans le même ordre. Les quatre dernières équations sont un peu plus difficiles à traduire; on y parvient cependant de la manière suivante : que l'on considère un point de chacun des trois couples, le point A pour le couple A,A', le point B pour le couple B,B', et le point C pour le couple C,C' : chacun d'eux déterminera, avec les deux points laissés de côté des deux autres couples, deux segments de la droite sur laquelle les six sont rangés; or, il est facile de voir que chacune des équations (4), (5), (6), (7) signifie que le produit de trois de ces six segments, n'ayant pas d'extrémité commune, est égal au produit des trois autres. Ainsi, prenons l'équation

$$AB' \cdot BC' \cdot CA' = AC' \cdot CB' \cdot BA',$$

elle n'est que la traduction immédiate de l'énoncé, dans les conditions hypothétiques qu'il renferme; les points choisis d'abord sont A,B,C, et ceux qu'on a laissés à part sont A',B',C'; le point A détermine les deux segments AB' et AC' avec les deux points laissés de côté qui ne lui sont pas conjugués; de même, au point B correspondent les deux segments BA' et BC' de l'énoncé; enfin le point C fournit les deux segments CA' et CB'. Il est

facile de voir, d'ailleurs, que les trois segments AB' , BC' , CA' , qui entrent dans le premier membre, n'ont pas d'extrémité commune, et qu'il en est de même des trois segments AC' , CB' , BA' , qui entrent dans le second membre.

Cela posé, on peut retrouver de la manière suivante la relation remarquable qui se présentait d'elle-même dans la théorie de Desargues, savoir : si l'on a en ligne droite plusieurs couples de deux points, tels que les deux premiers couples forment une involution avec chacun des autres, trois quelconques de tous ces couples formeront eux-mêmes une involution.

C'est-à-dire : si les six points A et A' , B et B' , C et C' forment une involution, de même que les six points A et A' , B et B' , D et D' , il y aura involution, par exemple, entre A et A' , C et C' , D et D' . En effet, l'hypothèse entraîne à la fois

$$\frac{AB \cdot AB'}{AC \cdot AC'} = \frac{A'B \cdot A'B'}{A'C \cdot A'C'}$$

et

$$\frac{AB \cdot AB'}{AD \cdot AD'} = \frac{A'B \cdot A'B'}{A'D \cdot A'D'};$$

or, en divisant les deux équations membre à membre, on en conclut

$$\frac{AD \cdot AD'}{AC \cdot AC'} = \frac{A'D \cdot A'D'}{A'C \cdot A'C'},$$

ce qui veut dire que les six points A et A' , D et D' , C et C' forment une involution.

Si l'on suppose que deux des six points formant une involution viennent à se réunir, on a une involution de cinq points.

Par exemple, supposons que, dans le système A, A', B, B', C, C' les points C et C' se réunissent en C_1 ; on aura à la fois les équations équivalentes

$$\frac{AB \cdot AB'}{A'B \cdot A'B'} = \frac{AC_1^2}{A'C_1^2},$$

$$\frac{BA \cdot BA'}{B'A \cdot B'A'} = \frac{BC_1^2}{B'C_1^2},$$

$$\frac{C_1A \cdot C_1B}{C_1A' \cdot C_1B'} = \frac{AB}{A'B'},$$

$$\frac{C_1A \cdot C_1B'}{C_1A' \cdot C_1B} = \frac{AB'}{A'B}.$$

On retrouve aisément, dans cette théorie de M. Chasles, la définition que Desargues donnait de l'involution de six points. En effet, si l'on suppose que le point C' s'éloigne à l'infini, en désignant par O celui vers lequel tendra C , on aura successivement

$$OA \cdot OA' = OB \cdot OB',$$

$$\frac{BA \cdot BA'}{B'A \cdot B'A'} = \frac{BO}{B'O},$$

$$\frac{AB \cdot AB'}{A'B \cdot A'B'} = \frac{AO}{A'O},$$

$$\frac{AB'}{A'B} = \frac{OB}{OA'}, \quad \frac{AB'}{A'B} = \frac{OA}{OB},$$

$$\frac{AB}{A'B} = \frac{OB}{OA'}, \quad \frac{AB}{A'B} = \frac{OA}{OB'};$$

le point O s'appellera le point central du système des deux couples A et A' , B et B' .

Revenons maintenant au système de six points A et A' , B et B' , C et C' formant une involution, et imaginons que l'on détermine

les points centraux O et O₁ des systèmes A et A', B et B', d'une part; A et A', C et C', de l'autre; ces points centraux se confondront nécessairement, car on aura, par exemple,

$$\frac{BA \cdot BA'}{B'A \cdot B'A'} = \frac{BO}{B'O} \quad \text{et} \quad \frac{BC \cdot BC'}{B'C \cdot B'C'} = \frac{BO_1}{B'O_1};$$

mais on a déjà, par l'involution des six points A, A', B, B', C, C',

$$\frac{BA \cdot BA'}{B'A \cdot B'A'} = \frac{BC \cdot BC'}{B'C \cdot B'C'};$$

on aura donc aussi

$$\frac{BO}{B'O} = \frac{BO_1}{B'O_1},$$

de sorte que les points O et O₁ coïncideront.

Cela posé, on aura à la fois,

$$OA \cdot OA' = OB \cdot OB'$$

et

$$OA \cdot OA' = OC \cdot OC',$$

c'est-à-dire que les trois produits OA.OA', OB.OB', et OC.OC' seront égaux. Ainsi, il existe toujours, sur la droite contenant un système de six points formant une involution, un point particulier tel que les produits de ses distances aux trois couples de points conjugués, pris isolément, soient égaux. Ce point est la souche de l'involution.

Revenons à l'involution de quatre points caractérisée par la relation

$$\overline{OA}^2 = OB^2 = OC \cdot OC';$$

la souche O est à égale distance de A et de B, qui sont placés de part et d'autre par rapport à elle, comme dans la *fig. 5*.

L'équation (1) de M. Chasles,

$$\frac{CA \cdot CA'}{CB \cdot CB'} = \frac{C'A \cdot C'A'}{C'B \cdot C'B'}$$

donne dans ce cas

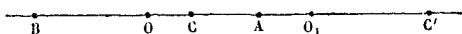
$$\frac{\overline{CA}^2}{\overline{CB}^2} = \frac{\overline{C'A}^2}{\overline{C'B}^2},$$

ou

$$\frac{CA}{CB} = \frac{C'A}{C'B}.$$

Ainsi les points C et C' sont conjugués harmoniques par rapport à A et B, ou A et B sont conjugués harmoniques par rapport à C et C'.

Fig. 5.



Dans cette relation, A et B, d'une part, C et C', de l'autre, jouent exactement le même rôle. Il en résulte que le milieu de CC' est aussi la souche de l'involution des quatre points; c'est-à-dire que O₁ étant effectivement le milieu de CC',

$$\overline{O_1C}^2 = O_1A \cdot O_1B,$$

ce qui est facile à vérifier.

Desargues trouve encore beaucoup d'autres relations, mais il serait trop long de les énumérer.

Il démontre ensuite, mais à sa façon, le théorème relatif aux six segments déterminés par une droite quelconque sur les côtés d'un triangle.

Puis vient ce théorème fondamental : Si, d'un point quelconque, on mène six droites passant par six points en involution, toute transversale coupera ces six droites en six points qui formeront encore une involution. En d'autres termes, l'involution constitue une relation projective. On vérifie aujourd'hui ce théorème en constatant que les sinus des angles ayant pour sommet commun le point de vue, et dont les côtés passent par les extrémités des segments $AB, AB', AC, AC', A'B, A'B', A'C, A'C'$, par exemple, satisfont à la relation d'involution analogue à l'équation (3), c'est-à-dire qu'on a, en désignant par S le point de vue,

$$\frac{\sin ASB \cdot \sin ASB'}{\sin ASC \cdot \sin ASC'} = \frac{\sin A'SB \cdot \sin A'SB'}{\sin A'SC \cdot \sin A'SC'}.$$

Mais Desargues y parvient plus péniblement, au moyen du théorème de Ptolémée.

Il démontre alors le théorème de Pappus sur le quadrilatère, que les quatre côtés et les deux diagonales sont coupés par une transversale quelconque en six points formant involution. Il se sert encore pour cela du théorème de Ptolémée.

Pour démontrer cette proposition, qui est projective, d'après le théorème de Desargues que nous venons d'énoncer, M. Chasles fait la perspective de la figure sur un plan tel que le quadrilatère soit transformé en parallélogramme : s'il y a involution dans la figure projetée, elle existera aussi dans la projection, et réciproquement.

Soient (*fig. 6*) $MNPQ$ le parallélogramme, et $BACC'A'B'$ la

transversale; les trois triangles

$$ACQ, BCQ, ABQ,$$

respectivement semblables aux triangles

$$A'CN, B'CN, A'B'N,$$

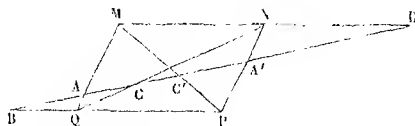
donneront

$$\frac{AC}{A'C} = \frac{BC}{B'C} = \frac{AB}{A'B'};$$

de même les trois triangles

$$AC'M, C'B'M, AB'M,$$

Fig. 6.



respectivement semblables aux triangles

$$A'C'P, C'BP, A'BP,$$

donneront

$$\frac{AC'}{A'C'} = \frac{C'B'}{C'B} = \frac{A'B'}{A'B}.$$

En multipliant membre à membre, par exemple,

$$\frac{AC}{A'C} = \frac{AB}{A'B'} \quad \text{et} \quad \frac{AC'}{A'C'} = \frac{A'B'}{A'B},$$

on obtiendra

$$\frac{AC \cdot AC'}{A'C \cdot A'C'} = \frac{AB \cdot A'B'}{A'B \cdot A'B'},$$

ce qui est l'équation (3):

Il est évident que, dans l'équation précédente, on peut faire jouer aux points B et B' le rôle que jouaient les points A et A' et l'on trouvera

$$\frac{BC \cdot BC'}{B'C \cdot B'C'} = \frac{BA \cdot BA'}{B'A \cdot B'A'},$$

ce qui est l'équation (2); quant à l'équation (1), on l'obtient en regardant dans la figure primitive les deux diagonales et deux côtés comme formant un nouveau quadrilatère dont les diagonales seraient les deux autres côtés.

Desargues étend ensuite le théorème de Pappus en ces termes : un quadrilatère étant inscrit dans une conique, si on coupe la figure par une transversale, les six points de rencontre sont en involution. On voit que la conique remplace les diagonales du quadrilatère, diagonales dont le système forme, en effet, une conique circonscrite au quadrilatère. Desargues démontre d'abord cette proposition dans le cercle ; il l'étend ensuite à une conique quelconque, en considérant cette conique comme la perspective d'un cercle. On est allé depuis encore plus loin : on démontre que, si, à travers deux coniques et le système de deux de leurs cordes communes, on mène une transversale quelconque, les six points de rencontre seront encore en involution. Ici ce sont les systèmes des côtés opposés du quadrilatère de Pappus qui sont remplacés par des coniques. Enfin, quand trois coniques ont quatre points communs, une transversale quelconque les coupe en six points formant une involution ; alors les trois systèmes de droites du quadrilatère primitif sont remplacés par trois coniques.



Sections coniques.

Nous arrivons au point capital de la théorie de Desargues, qui est, dit-il, un assemblage obligé de tout ce qui précède.

Il se propose : étant donnée de grandeur et de position une conique quelconque, prise pour base d'un cône dont le sommet est aussi donné de position, et un plan donné de position coupant la base du cône suivant une droite donnée, lequel plan déterminera dans ce cône une section, trouver l'espèce et la position de cette section, ainsi que ses diamètres, avec leur distinction de conjugués et d'axes, les tangentes à la figure, etc.

Nous regrettons de ne pouvoir entrer dans les détails de la solution de cette belle question. Desargues, pour y arriver, se sert de la théorie des pôles et polaires qu'il avait beaucoup étendue, car c'est lui, paraît-il, qui aurait énoncé le premier ces deux théorèmes, que si le pôle décrit une droite, la polaire passe par un point fixe, et réciproquement.

Il considère l'intersection du plan sécant et du plan de base du cône comme une polaire par rapport à chacune des deux courbes : et ces deux courbes étant perspectives l'une de l'autre, il peut transporter de l'une à l'autre, par l'intermédiaire de la polaire commune, les propriétés qui sont de nature projective.

« Ce *Brouillon Project*, dit M. Rouché, est, pour l'époque, une merveille ; il contient en germes toutes les idées dont Poncellet, dans son *Traité des propriétés projectives des figures*, a fait la base de ses théories relatives à l'involution, à l'homologie, aux pôles et polaires, ainsi qu'aux relations entre les éléments divers de deux coniques qui sont la perspective l'une de l'autre.

« Le parti qu'il tire de son théorème sur le quadrilatère inscrit à une conique est surtout merveilleux. »



WINGATE (EDMOND).

(Né dans le Yorkshire en 1593, mort en 1656.)

Il étudia le droit à Oxford et se fit inscrire plus tard au barreau de Londres; mais, tout en exerçant la profession d'avocat, il s'occupa avec ardeur de l'étude des Mathématiques et ne tarda pas à se faire un nom dans ces Sciences. En 1624, il vint en France et y passa plusieurs années. Ce fut lui qui enseigna l'anglais à la princesse Henriette-Marie de France, future épouse de Charles I^{er}. Pendant la guerre civile, il adhéra au covenant, remplit diverses fonctions judiciaires et, ayant prêté le serment dit d'engagement, devint membre du Parlement pour le comté de Bedford. Montucla croyait que Wingate avait, le premier, introduit les logarithmes en France, mais c'est une erreur. Il y fit seulement connaître, pour la première fois, l'échelle de Gunther par son ouvrage intitulé : *Construction, description et usage de la règle de proportion* (Paris, 1624). Il avait eu l'intention de publier une table de logarithmes, dont l'ouvrage que nous venons de citer devait former l'appendice; mais un avocat de Dijon, auquel il avait communiqué la description de la règle de Gunther, abusa de la confiance et entreprit de la publier pour son propre compte. Ce fut alors que Wingate fit paraître son premier ouvrage, que suivit, deux ans plus tard, une *Arithmétique logarithmique* (Paris, 1626), traduite en anglais (Londres, 1635). On lui doit encore une *Arithmétique*, longtemps fort estimée,

dont Dodson publia la huitième édition en 1760, ainsi qu'un *Ludus mathematicus* (Londres, 1654), sorte de jeu logarithmique.

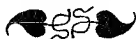


HENRION (DENIS).

(Mort vers 1640.)

Professeur de Mathématiques à Paris, puis ingénieur du prince d'Orange et des États Généraux des Provinces Unies.

Il est le premier qui ait publié en France une table de logarithmes. Il donna en 1632 une traduction des quinze livres des éléments d'Euclide.



MARCI DE KRONLAND (JEAN-MARC).

(Né en 1595, mort en 1667.)

Il publia à Prague, en 1639, sous le titre : *De proportionemotus, seu regula sphymica*, un ouvrage d'autant plus remarquable sur la théorie du choc, qu'il précède de trente ans les recherches sur le même sujet de Wallis, de Wrenn et de Huyghens. Marci divise les corps en corps mous, fragiles et durs ; ces derniers, qui jouissent de la propriété de reprendre leur figure après le choc, sont ceux dont il s'occupe principalement. Il fait voir que, si un corps dur en choque un autre égal, au repos, il perdra sa vitesse, qui se transportera à l'autre corps ; que si deux corps durs égaux, animés de vitesses égales et contraires, viennent à se choquer, ils rebrousseront chemin avec leurs vitesses primitives ; que si un corps dur vient à en choquer un autre animé d'une vitesse de

même sens, mais moindre, il continuera son chemin, s'arrêtera ou rebrousse chemin, suivant que sa masse aura, avec celle de l'autre corps, un rapport supérieur, égal ou inférieur à l'unité, diminuée du double du rapport inverse des vitesses; enfin, que si deux corps durs égaux, en repos et se touchant, viennent à être choqués, dans la direction de leurs centres, par un troisième égal à eux, ce dernier et celui des deux premiers qui se trouvera au milieu resteront en repos, tandis que l'autre prendra la vitesse du corps choquant.

Marci a laissé un autre ouvrage tout aussi remarquable, publié à Prague en 1648, sur la lumière et les rayons diversement colorés. Dans cet ouvrage, intitulé : *Thaumantias Iris, liber de arcu cœlesti, deque colorum apparentium natura, ortu et causis*, l'auteur devance Newton sur plusieurs points importants, notamment sur l'inégale réfrangibilité des rayons diversement colorés.

Quoique excellents pour l'époque, ces deux ouvrages paraissent avoir fait peu d'impression en Allemagne lorsqu'ils parurent, et ne se sont pas répandus au dehors.

FIN DE LA TROISIÈME PARTIE.



TABLE ALPHABÉTIQUE.



	Pages.
Bachet de Méziriac	183
Bacon (lord de Vérulam)	95
Bainbridge	184
Baldi	90
Beausoleil (de)	182
Besson (Jacques)	67
Briggs	91
Byrge	85
Castelli	170
Cataldi	68
Causs (Salomon de)	168
Dasypodius	66
Desargues	201
Dominis (de)	141
Dithmarsus (Ursus)	84
Faulhaber	180
Foscarini	179
Galilée	102
Gassendi	199
Ghétaldi (Marin)	141
Gilbert (Guillaume)	66
Girard (Albert)	195
Grégoire de Saint-Vincent ...	186

	Pages.
Guido Ubaldo del Monte	67
Guldin	169
Gunter (Edmond)	184
Harriot	92
Harvey	175
Helmont (Van)	170
Henrion	226
Képler	150
Lansberg	101
Longomontanus	102
Mæstlin	88
Magini	91
Marcé de Kronland	226
Mersenne	194
Métius (Jacques)	143
Métius (Adrien)	142
Morin	185
Mydorge	193
Néper	86
Oughtred	166
Pégel (Magnus)	79
Peiresc	181
Pitiscus	94

	Pages.		Pages.
Richard (Claude).....	195	Stevin.....	79
Romain (Adrien).....	101	Tycho Brahé.....	70
Roth.....	180	Valerio (Luca).....	90
Rothmann.....	65	Vernier.....	182
Sarpi (fra Paolo).....	89	Viète.....	27
Scaliger.....	65	Wendelin.....	181
Scheiner.....	167	Wingate.....	225
Snellius.....	197	Wright.....	93

